

Γ' ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

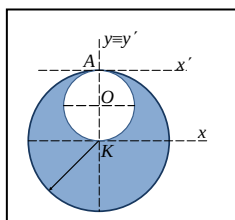
20/12/2025

Να επιστραφούν λυμένες μέχρι 20/01/2026, οι 1, 2, 3, 4, 5, ως ΕΝΑ ΕΝΙΑΙΟ PDF, στην ενότητα Εργασίες στο helios.

1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας: **(α)** Τετραγωνικής πυραμίδας με πλευρά βάσης a και ύψος h , ως προς τον 'κεντρικό' άξονα που ταυτίζεται με τη διεύθυνση του ύψους. **(β)** Κώνου με διάμετρο βάσης $d=2R$ και ύψος h , ως προς τον 'κεντρικό' άξονα που ταυτίζεται με τη διεύθυνση του ύψους.

Δίδεται ότι $V_{\text{κώνου}}$ και $V_{\text{πυραμίδας}} = E_B \cdot h/3$, (E_B αντιστοιχεί στο εμβαδό βάσης). Και τα δύο σώματα είναι ομογενή και συμπαγή και έχουν ίση μάζα M (αποτελούνται από διαφορετικό υλικό). Τι συμπέρασμα βγάξετε από τη σύγκριση των ροπών αδρανείας που προσδιορίσατε στα ερωτήματα (α) και (β);

2. Ορθογώνια κατακόρυφη πόρτα $AB\Gamma\Delta$ διαστάσεων $AB=a$, $B\Gamma=b$ και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί τον ακλόνητο κατακόρυφο άξονα AB . Ενώ η πόρτα ηρεμεί, ένα μπαλάκι μικρών διαστάσεων και μάζας m κινούμενο με ταχύτητα v_0 κάθετη στην πόρτα, συγκρούεται ελαστικά με την πόρτα, χτυπώντας στο κέντρο μάζας της πόρτας. Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την σύγκρουση μέχρι να στραφεί η πόρτα κατά 45 μοίρες.



3. Κυκλικός δίσκος αμελητέου πάχους και ακτίνας R , φέρει κυκλική οπή ακτίνας $R/2$, της οποίας το κέντρο βρίσκεται σε απόσταση $R/2$ από το κέντρο του κυκλικού δίσκου. (α) Αν η μάζα του τρύπιου δίσκου είναι M , να υπολογιστεί η θέση του κέντρου μάζας του δίσκου και η ροπή αδράνειας ως προς άξονα κάθετο στο δίσκο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

4. Συμπαγής ομοιογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R είναι τυλιγμένος με δύο νήματα συμμετρικά ως προς το μέσον του, τα οποία είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία, στο άλλο άκρο τους. Ο κύλινδρος αφήνεται, κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$, να πέσει καθώς ξετυλίγεται από τα νήματα, έτσι ώστε ο άξονάς του να είναι οριζόντιος και τα νήματα κατακόρυφα.

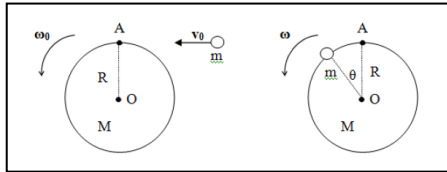
(α) Δείξτε ότι κατά την πτώση-ξετύλιγμα του κυλίνδρου, τα νήματα ανάρτησης παραμένουν κατακόρυφα και γράψτε τις κατάλληλες εξισώσεις κίνησης. (β) Υπολογίστε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, την γωνιακή του επιτάχυνση, και την τάση του κάθε νήματος. (γ) Υπολογίστε την συνολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, ως συνάρτηση του

χρόνου. (δ) Υπολογίστε την ισχύ την οποία παρέχει η δύναμη του βάρους στο σύστημα και συγκρίνετε με την απάντηση του ερωτήματος (γ), σχολιάζοντας και το τι συμβαίνει, από την άποψη του ενεργειακού ισοζυγίου, με τις τάσεις των δύο νημάτων

5. Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης R και ύψος H . Αποτελείται από υλικό του οποίου η πυκνότητα μεταβάλλεται με την απόσταση r από τον άξονα του κυλίνδρου σύμφωνα με τη σχέση $\rho = \rho_0 (1 - r/R)$, όπου ρ_0 είναι θετική σταθερά.

α) Να υπολογισθεί η μάζα M του κυλίνδρου

β) Να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα του, συναρτήσει της μάζας M και της ακτίνας R .



γ) Θεωρήστε ότι ο κύλινδρος περιστρέφεται χωρίς τριβές περί σταθερό οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με τον άξονά του, με γωνιακή ταχύτητα ω_0 . Τη χρονική στιγμή $t=0$, μια μικρή μάζα m με ταχύτητα v_0 κτυπάει και κολλάει στην άκρη του κυλίνδρου, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος

αμέσως μόλις κολλήσει η μάζα στον κύλινδρο.