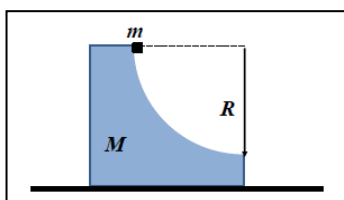


**Β΄ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

25/11/2025

Να επιστραφούν λυμένες μέχρι 20/12/2025, οι 1, 2, 3, 4, 5, ως ΕΝΑ ΕΝΙΑΙΟ PDF, στην ενότητα Εργασίες στο helios.



1. Σημειακή μάζα  $m$  αφήνεται στο ανώτατο σημείο μίας άλλης μάζας  $M$  η οποία φέρει μία κοίλη κυλινδρική επιφάνεια (τεταρτοκύκλιο ακτίνας  $R$ , όπως στο σχήμα) και μπορεί να κινείται χωρίς τριβή σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ και μεταξύ των μαζών  $m$  και  $M$  δεν υπάρχει τριβή. Το σύστημα βρίσκεται σε σταθερό κατακόρυφο βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση βαρύτητας  $g$ .

Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία φτάνει η μάζα  $m$  στο κατώτατο σημείο του τεταρτοκυκλίου και να μελετηθούν οι οριακές περιπτώσεις,  $M \rightarrow \infty$ ,  $M \rightarrow 0$ ,  $M = m$ .

2. Στο σημείο  $x_0$  ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς συμβαίνουν δύο διαδοχικά γεγονότα κατά τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2 > t_1$ . (α) Δείξτε ότι, σε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς, τα δύο γεγονότα διατηρούν τη χρονική τους σειρά. (β) Σε ποιο σύστημα αναφοράς, τα δύο γεγονότα έχουν την ελάχιστη χρονική διαφορά;

3. Ένα ουδέτερο μεσόνιο  $\pi$  ( $\pi^0$ ), (μάζα ηρεμίας:  $m_{\pi^0}c^2=135$  MeV), που κινείται με μεγάλη ταχύτητα, διασπάται συμμετρικά (εξαυλώνεται) σε δύο φωτόνια, καθένα από τα οποία εκπέμπεται σε γωνία  $\theta$ , αμφίπλευρα από την αρχική πορεία του μεσονίου- $\pi$ .

(α) Να υπολογιστεί η γωνία  $\theta$ , (β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μεσονίου  $\pi^0$ .

4. Σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται στο επίπεδο  $(x, y)$ , υπό την επίδραση ενός δυναμικού πεδίου, για το οποίο η δύναμη έχει τη μορφή  $\vec{F}(x, y) = -\hat{x}(Ax + By) - \hat{y}(Cx + Dy)$ .

(α) Βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιούν οι (θετικές) σταθερές  $(A, B, C, D)$ , (ή όσες εξ αυτών είναι απαραίτητο), προκειμένου η δύναμη  $\vec{F}(x, y)$  να είναι διατηρητική.

Αν η δύναμη είναι διατηρητική:

(β) Να βρείτε το έργο που παράγεται από το δυναμικό αυτό πεδίο επί του σωματιδίου κατά την μετακίνησή του από το σημείο  $(-1, -1)$  ως το σημείο  $(1, 1)$  ακολουθώντας: **(β1)**. Την (ευθύγραμμη) διαδρομή  $(-1, -1) \rightarrow (0, 0) \rightarrow (1, 1)$ , και **(β2)**. Την (ευθύγραμμη) διαδρομή  $(-1, -1) \rightarrow (1, -1) \rightarrow (1, 1)$  ακολουθούμενη από την (ευθύγραμμη) διαδρομή  $(1, -1) \rightarrow (1, 1)$ . Εξηγήστε!

(γ) Να βρείτε τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας  $U(x, y)$ , με δεδομένο ότι  $U(0, 0) = 0$ .

5. Σώμα μάζας  $m$  μπορεί να κινείται κατά μήκος του θετικού άξονα- $x$ , ( $x > 0$ ), σε περιοχή στην οποία η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας δίνεται από την έκφραση  $U(x) = -\frac{Ax}{b^2 + x^2}$  όπου  $(A, b)$  θετικές σταθερές. (α) Υπολογίστε τα σημεία ισορροπίας του σώματος και το είδος της ισορροπίας, και σχεδιάστε ένα ποιοτικό σκαρίφημα της  $U(x)$  (β) Θεωρήστε ότι, ενώ το σώμα βρίσκεται στο σημείο ελάχιστης δυναμικής ενέργειας, του προσδίδεται μία μικρή κινητική ενέργεια, σε σχέση με την απόλυτη τιμή της δυναμικής του ενέργειας, και δείξτε ότι το σώμα θα εκτελέσει, με καλή προσέγγιση, αρμονική ταλάντωση, και υπολογίστε την κυκλική συχνότητα  $\omega_0$  αυτής της ταλάντωσης. (γ) Όταν το σώμα βρίσκεται στο σημείο ελάχιστης δυναμικής ενέργειας, να υπολογίστε την κρίσιμη ταχύτητα  $v_{0\kappa\rho}$  του σώματος, κάτω από την οποία το σώμα εκτελεί κίνηση πεπερασμένου πλάτους (είναι δέσμιος) και πάνω από την οποία το σώμα εκτελεί κίνηση άπειρου πλάτους (είναι ελεύθερο). (δ) Υπολογίστε τα σημεία αναστροφής της πορείας του σώματος,  $(x_1, x_2)$  όταν αυτό αφεθεί στη θέση ελάχιστης δυναμικής ενέργειας με ταχύτητα  $v_0 = v_{0\kappa\rho}/2$ .