



ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II

Τμήμα Α-Λ

1. Εμβάθυνση σε επιφορτικές τάσεις

Επιφορτικές τάσεις = πρόσθετες τάσεις, πέραν των γεωστατικών
(π.χ., λόγω έργων Πολιτικού Μηχανικού)

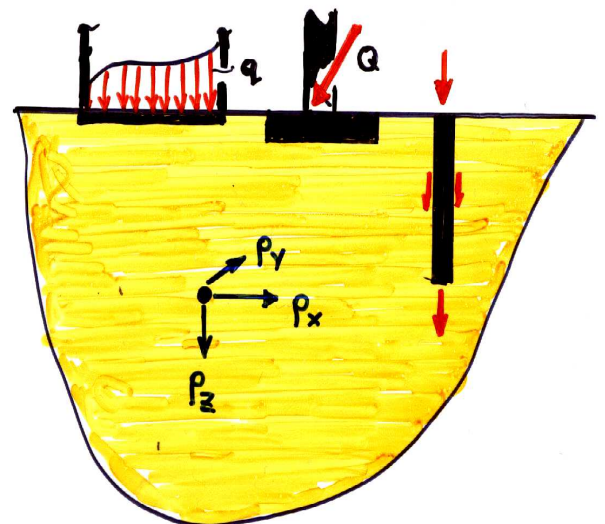
(60 slides σε 30 σελίδες) – 1^η Σειρά Ασκήσεων (σε άλλο .pdf)

Σημειώσεις: Αχιλλέα Γ. Παπαδημητρίου, Αναπλ. Καθηγητή ΕΜΠ

ΤΑΣΕΙΣ λόγω ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

α. Γενικά

Το πρόβλημα είναι πολλαπλώς
Υπερστατικό :
οι επιβαλλόμενες (σ , τ) είναι
συνάρτηση των αναπτυσσόμενων (ϵ , γ)

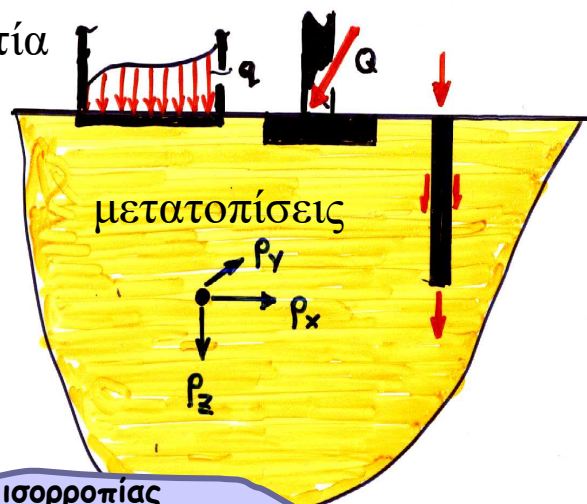


Με την σειρά τους οι (ϵ , γ) εξαρτώνται από τις επιβαλλόμενες (σ , τ).

ΤΑΣΕΙΣ λόγω ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

α. Γενικά

εξ. φορτία



εξ. παραμορφώσεων

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x = -\frac{\partial \rho_x}{\partial x} & , & \gamma_{xy} = -\frac{\partial \rho_x}{\partial y} - \frac{\partial \rho_y}{\partial x} \\ \varepsilon_y = -\frac{\partial \rho_y}{\partial y} & , & \dots\dots\dots \\ \varepsilon_z = -\frac{\partial \rho_z}{\partial z} & , & \dots\dots\dots \end{bmatrix}$$

+

σχέσεις τάσεων - παραμορφ.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\Delta \sigma'_x - \nu \Delta \sigma'_y - \nu \Delta \sigma'_z) \\ \varepsilon_y = \dots\dots , \varepsilon_z = \dots\dots \\ \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \dots\dots , \gamma_{zx} = \dots\dots \end{bmatrix}$$

+

εξ. ισοροπίας

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \gamma = 0 \end{bmatrix}$$

+

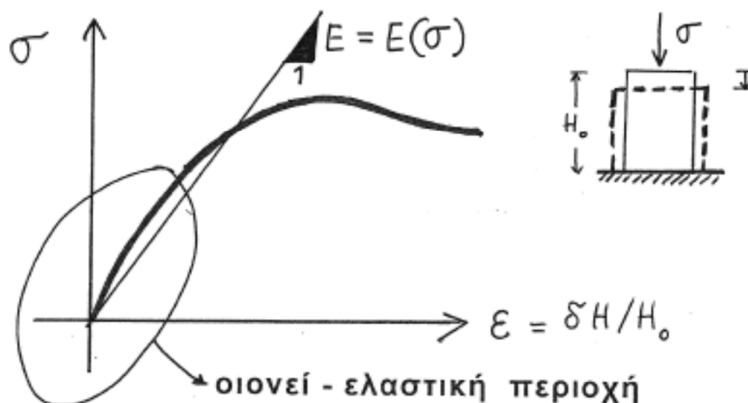
$\Delta \sigma$, $\Delta \tau$

(συνοριακές συνθήκες)

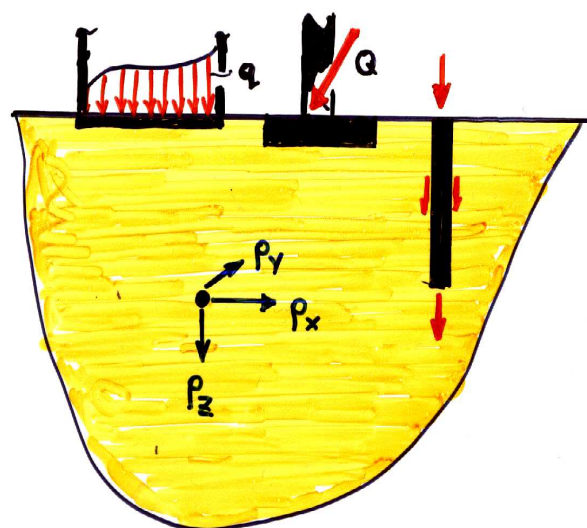
ΤΑΣΕΙΣ λόγω ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Ανάγκη απλών καταστατικών “νόμων”

(= μαθηματικών προσομοιωμάτων μηχανικής συμπεριφοράς)



οιονεί - ελαστική περιοχή



σχέσεις τάσεων - παραμορφ.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\Delta \sigma'_x - \nu \Delta \sigma'_y - \nu \Delta \sigma'_z) \\ \varepsilon_y = \dots\dots , \varepsilon_z = \dots\dots \\ \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \dots\dots , \gamma_{zx} = \dots\dots \end{bmatrix}$$

Γραμμικώς Ελαστικό Ισότροπο

Συνεχές Μέσο : προσομοίωμα που

περιγράφει ικανοποιητικά την πραγματικότητα

για σχετικά μικρές επιβαλλόμενες τάσεις (σ, τ)

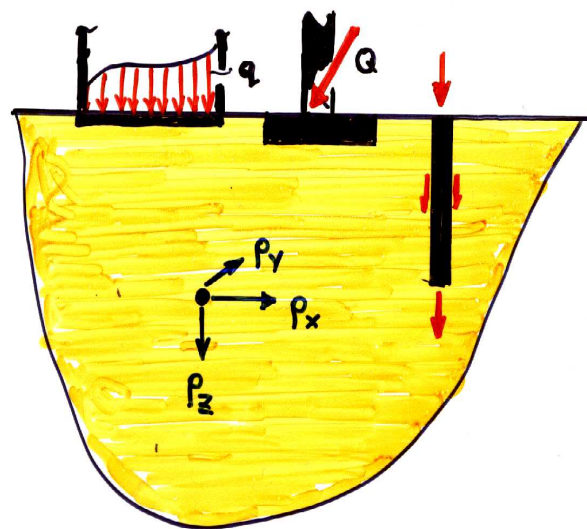
$\Rightarrow$ μακριά από την αστοχία (θραύση)

της εδαφικής μάζας

ΤΑΣΕΙΣ λόγω ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Ενα άλλο απλό προσομοίωμα :

ιδεωδώς πλαστικό $\Rightarrow$ δίνει απαντήσεις
θέματα αστοχίας



ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΤΑΣΗ $\Rightarrow$ χρήση αριθμητικών μεθόδων
(π.χ. πεπερασμένων στοιχείων) με γενικευμένες
ελαστο-πλαστικές καταστατικές σχέσεις για το
εδαφικό υλικό.

Μέθοδοι επίλυσης

Θεωρία Ελαστικότητας

(έδαφος γραμμικώς ελαστικό,
ισότροπο και ομοιογενές)

Αριθμητικές Μέθοδοι

(π.χ. πεπερασμένα στοιχεία
ή πεπερασμένες διαφορές)



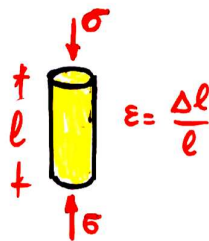
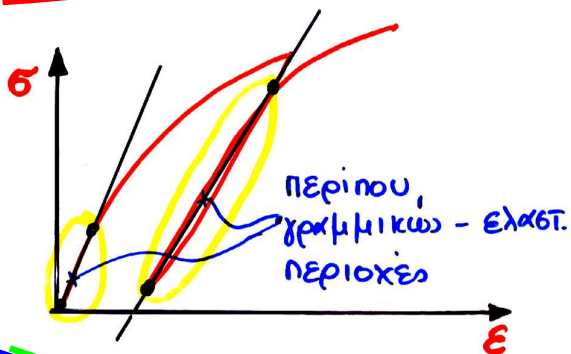
Πολύ συχνά, για
προκαταρκτικούς
υπολογισμούς, χρησιμοποιείται
η **Θ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ**
αν και το έδαφος σπανίως
πληρεί τις σχετικές απαιτήσεις

!!!!

γιατί άραγε ; ; ; ;

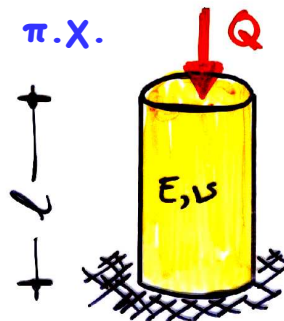
γιατί άραγε ; ; ; ;

✚ Είναι σημαντικά απλούστερη από τις αριθμητικές μεθόδους (αναλυτικές σχέσεις ή διαγράμματα, εφαρμογή επαλληλίας, κλπ.)



✚ Υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις που το έδαφος συμπεριφέρεται πράγματι ως γραμμικώς ελαστικό

✚ Ο υπολογισμός των τάσεων (όχι όμως και των παραμορφώσεων) δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος ως προς τις ιδιότητες του υλικού



$$\sigma_v = \frac{Q}{A}, \quad \sigma_h = 0$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E} \frac{Q}{A}, \quad \varepsilon_h = -\nu \cdot \varepsilon_v$$

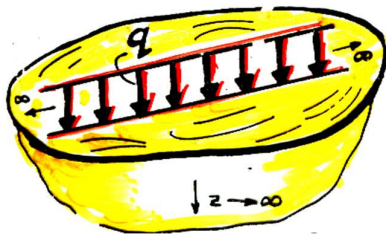
Χαρακτηριστικές λύσεις από την θεωρία ελαστικότητας



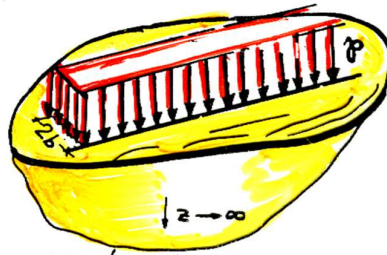
Επιμήκειες φορτίσεις $L/B > 4$



Χαρακτηριστικές λύσεις από την θεωρία ελαστικότητας



ομοιόμορφη ορθή
φόρτιση q σε
απειρομήκη γραμμή

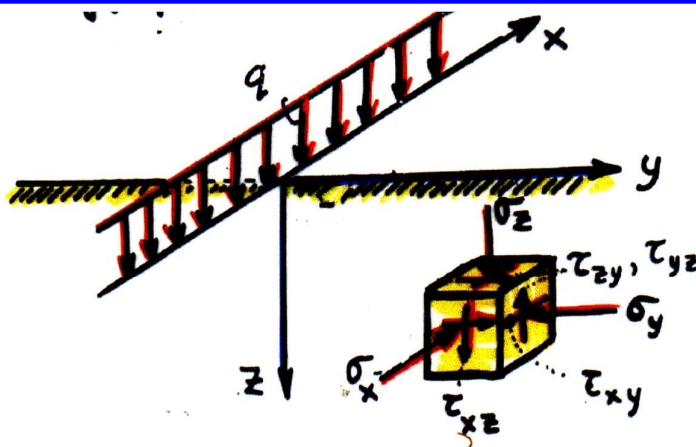


ομοιόμορφη ορθή πίεση σε
απειρομήκη λωρίδα (πλάτος $2b$)

συνθήκες
επίπεδης
παραμόρφωσης

Η παραμόρφωση κατά μήκος της φόρτισης είναι $\epsilon_x=0$
&
η αντίστοιχη τάση είναι $\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$

1. Συγκεντρωμένο απειρομήκες "γραμμικό" φορτίο



$\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0, \quad \epsilon_x = 0$

όχι συνάρτηση των E και ν ,
(με εξαίρεση το σ_x)...

όλα
ανεξάρτητα
του x

$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

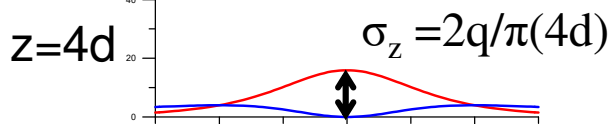
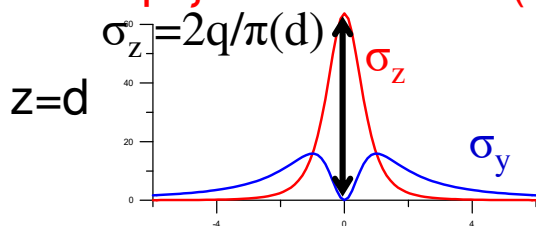
$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{2q}{\pi} \frac{yz^2}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

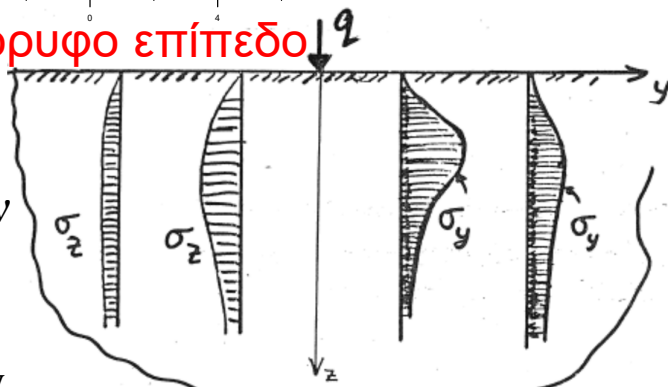
1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο q(kN/m)

Κατανομές τάσεων

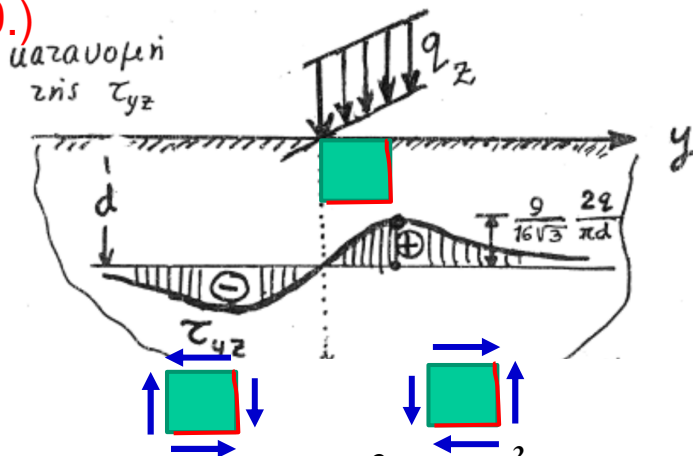
... σε οριζόντιο επίπεδο (z=σταθ.)



... σε κατακόρυφο επίπεδο



Μείωση τάσεων
με
το βάθος z και
την απόσταση y



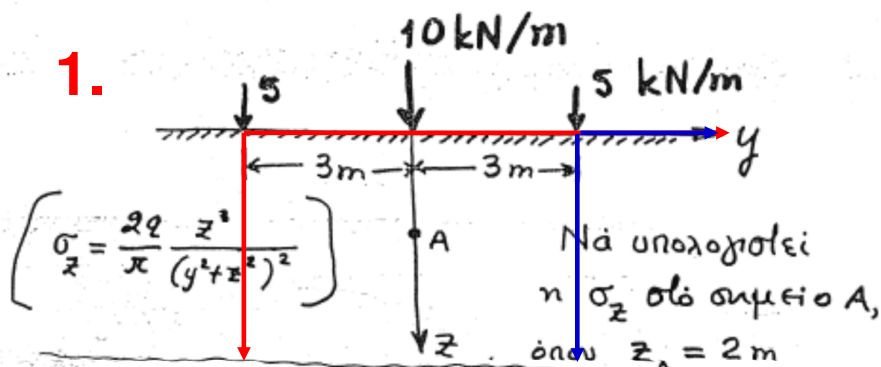
$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο q(kN/m)

Αριθμητικές εφαρμογές

1.



Να υπολογιστεί
η σ_z στο σημείο A,
όπου $z_A = 2\text{ m}$

$$\sigma_{z,A} = \frac{2 \times 10}{\pi} \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{2 \times 5}{\pi} \times \frac{2^3}{(3^2 + 2^2)^2}$$

$$\approx 3.18 + 0.30 \approx 3.48 \text{ kPa}$$

$\sigma_{y,A} ?$

$$\sigma_{y,A} = \dots = 0.68 \text{ kPa}$$

(επαλληλία $|y|=3\text{ m}$
μηδενική συνεισφορά $y=0\text{ m}$)

$\tau_{zy,A} ?$

$$\tau_{zy,A} = 0$$

(αλληλο-αναιρούνται $y=\pm 3\text{ m}$
μηδενική συνεισφορά $y=0\text{ m}$)

$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{2q}{\pi} \frac{yz^2}{(y^2 + z^2)^2}$$

2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση p (kPa) σε απειρομήκη λωρίδα

... όλα ανεξάρτητα του x
ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

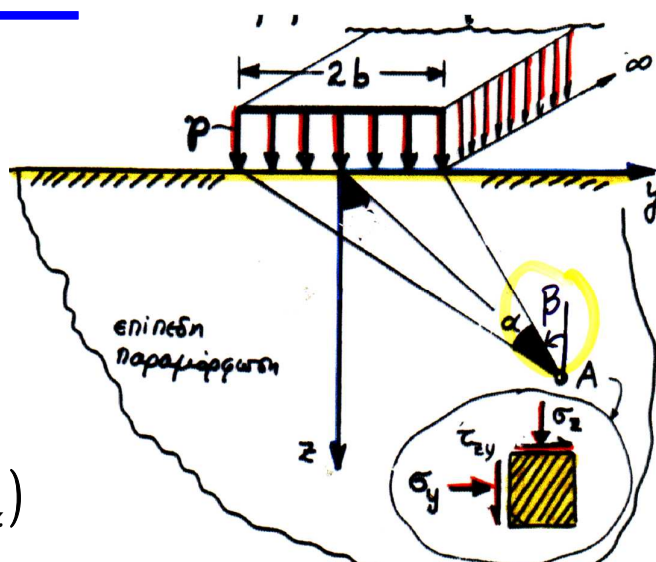
$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} [a + \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)]$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi} [a - \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)]$$

$$\tau_{yz} = \frac{p}{\pi} \sin a \cdot \sin(a + 2\beta) \quad \sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\sigma_I = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2} = \frac{p}{\pi} [a + \sin(a)]$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} [a - \sin(a)], \quad \tau_{max} = \frac{p}{\pi} \sin(a)$$

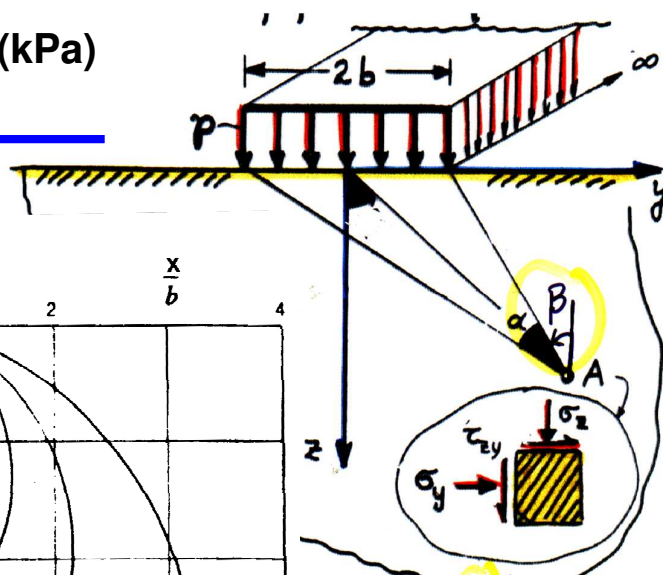
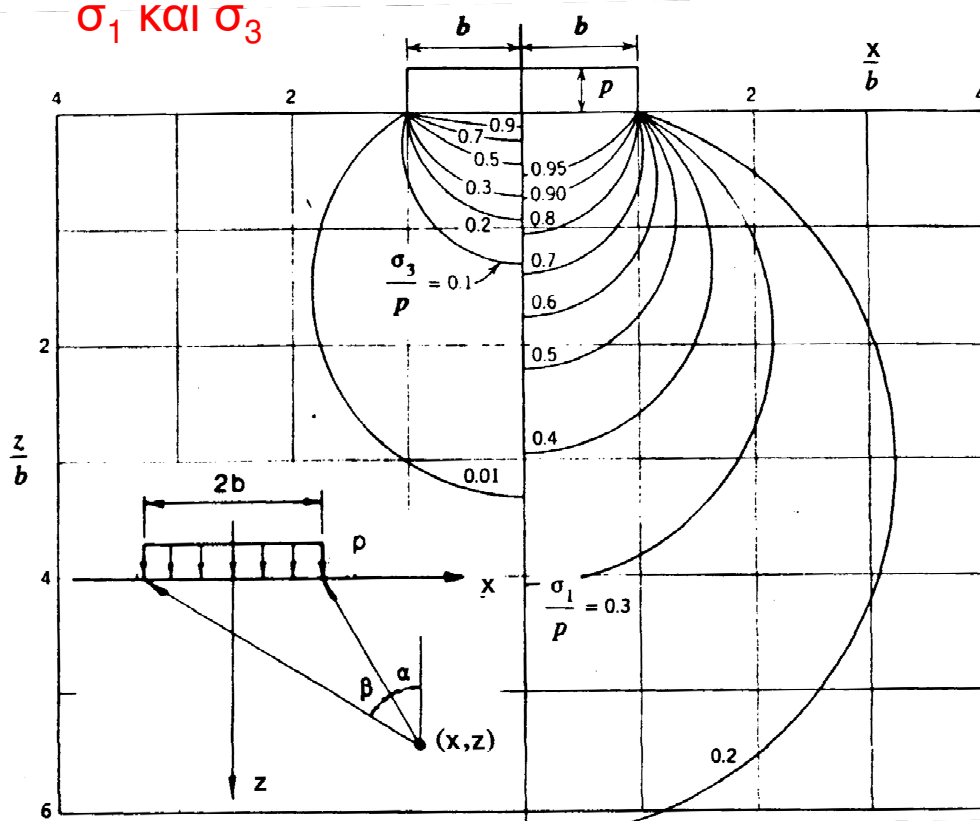


- Κατακόρυφη ευθεία από A
- 2 ευθείες από A σε άκρες φορτίου
- $\alpha > 0$ = γωνία 2 ευθειών
- $\beta > 0$ = αριστερόστροφη από κατακόρυφη έως ευθεία σε $y > 0$

προσοχή: το a σε ακτίνια

2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση p (kPa) σε απειρομήκη λωρίδα

σ_1 και σ_3



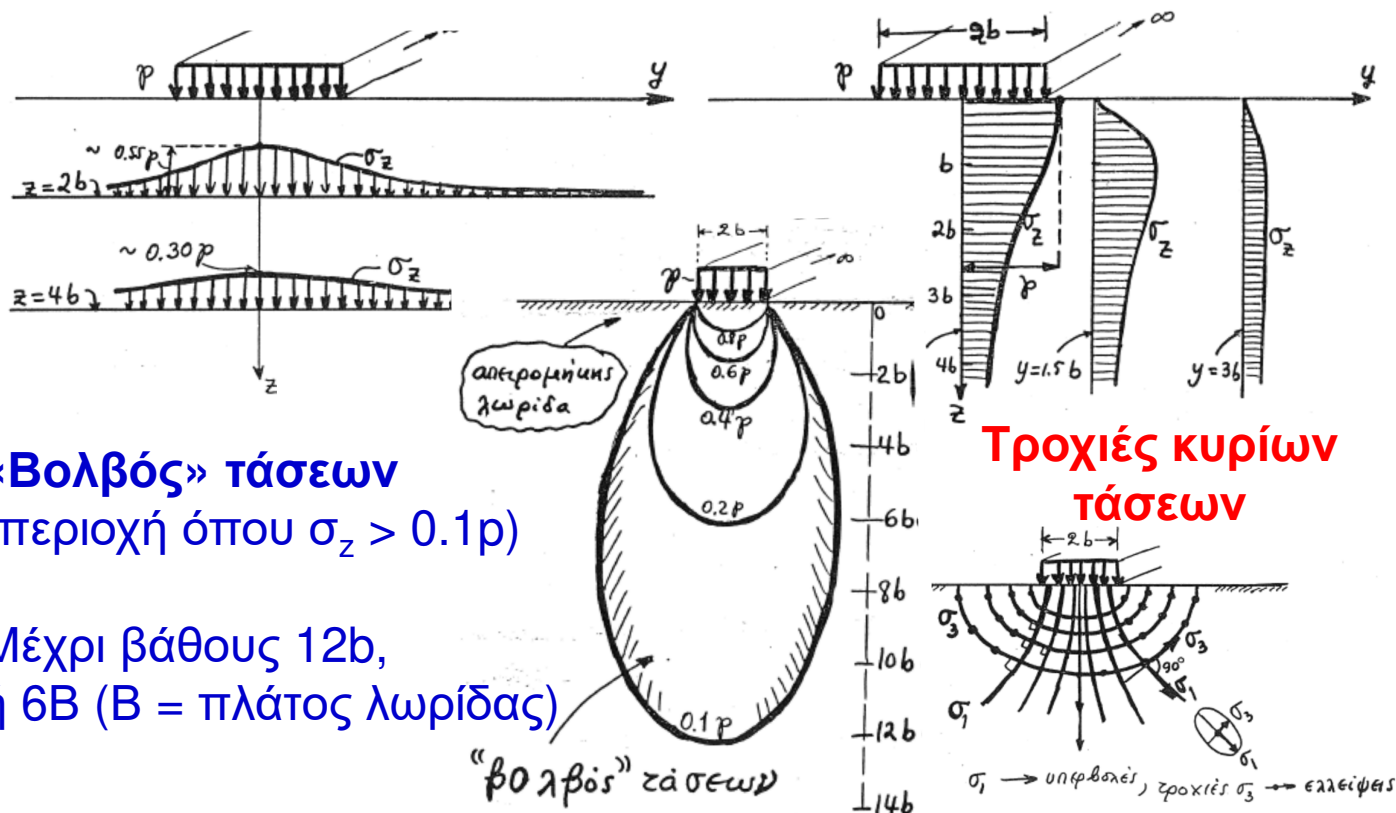
Μείωση τάσεων
με
το βάθος z και
την απόσταση y

2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση p (kPa) σε απειρομήκη λωρίδα

Κατανομές τάσεων της σ_z

... σε οριζόντιο επίπεδο

... σε κατακόρυφο επίπεδο



2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση p (kPa) σε απειρομήκη λωρίδα

Αριθμητικές εφαρμογές

2. Πεδιλοδομής μεγάλου μήκους και πλάτους $B=1\text{m}$ και μεταφέρει φορτίο $q=50\text{ kN/m}$. Να υπολογιστεί η σ_z στο σημείο $(y_A=0, z_A=3\text{m})$

1. θεωρώντας το φορτίο «απειρομήκες» γραμμικό
2. θεωρώντας το φορτίο ομοιόμορφη λωριδωτή πίεση, πλάτους το πλάτος του θεμελίου

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} [a + \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\beta)]$$

$$(\beta = -\alpha/2)$$

$$(\alpha = 18.9^\circ = 0.33\text{rad})$$

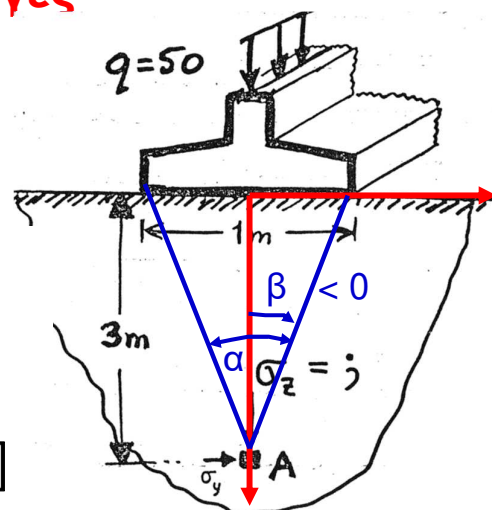
(1) q «απειρομήκες» γραμμικό

ζήνιος 1α:

$$\sigma_{z_A} = \frac{2q}{\pi z_A} = \frac{2 \times 50}{\pi \times 3} = \underline{\underline{\approx 10.6 \text{ kPa}}}$$

(2) p ομοιόμορφη λωριδωτή πίεση

$$p = \frac{q}{\pi \lambda d \cos} = 50 \text{ kPa}$$

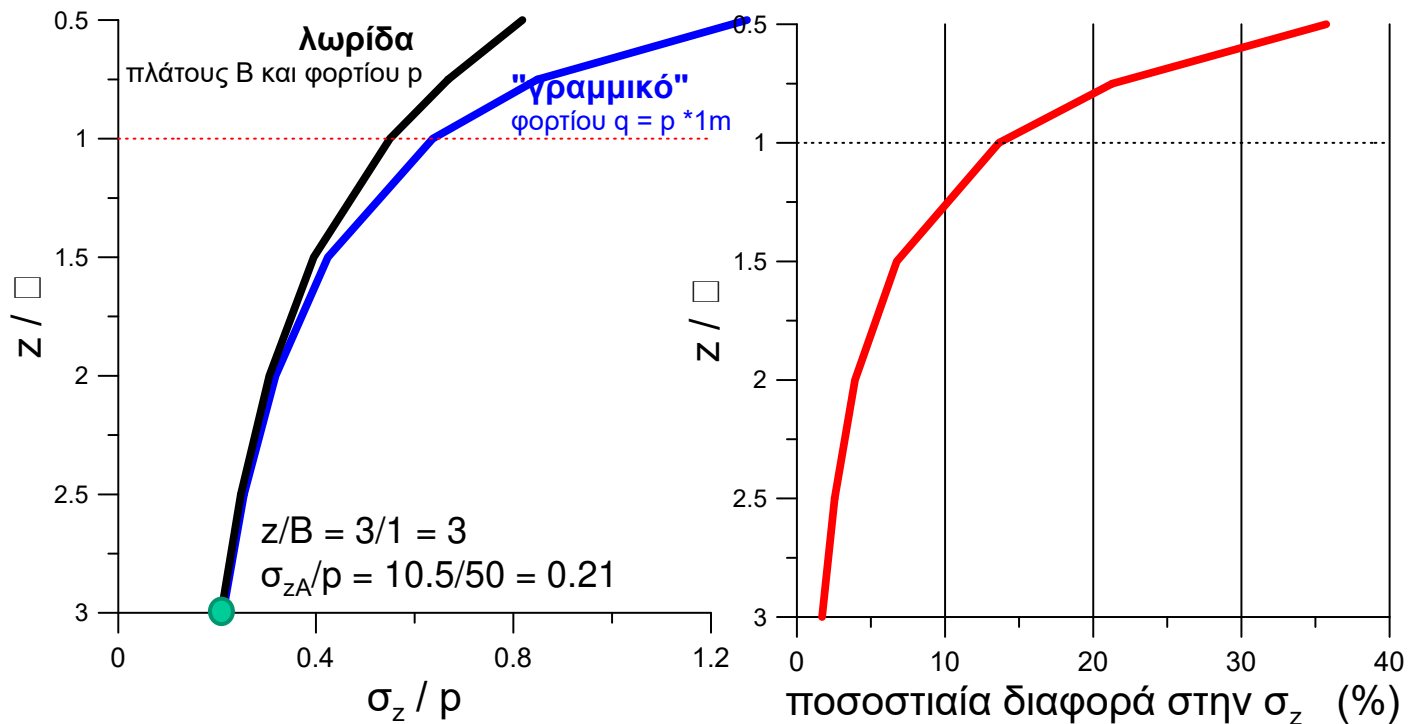


$$\begin{aligned} \sigma_{z_A} &= \frac{p}{\pi} (\alpha + \sin\alpha) = \\ &= \frac{50}{\pi} \times (0.33 + \sin 18.9^\circ) \\ &= \frac{50}{\pi} (0.33 + 0.324) \\ &= \underline{\underline{10.4 \text{ kPa}}} \end{aligned}$$

σ_{zA} πρακτικώς ίσες!

2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση p (kPa) σε απειρομήκη λωρίδα

Αρχή του Saint-Venant



για $z \geq B$... ποσοστιαίες διαφορές μικρότερες από 14%

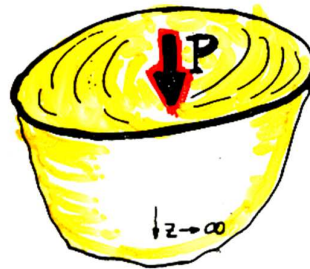
Άρα, για $z > B$, δεν έχει σημασία ποια κατανομή τάσεων χρησιμοποιείς, αρκεί να έχει την ίδια συνισταμένη δύναμη $P = p \cdot (B \cdot 1)$ (kN) στην επιφάνεια

Χαρακτηριστικές λύσεις από την θεωρία ελαστικότητας

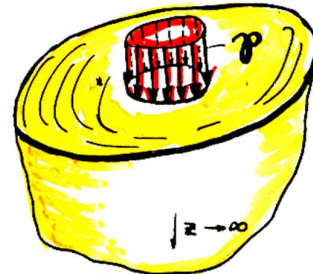


Κυκλικές - 4γωνικές φορτίσεις $L/B \approx 1$

συνθήκες
Αξονο-
συμμετρικής
έντασης
(η μετατόπιση
κάθετα στην ακτίνα
είναι $U_\theta=0$)

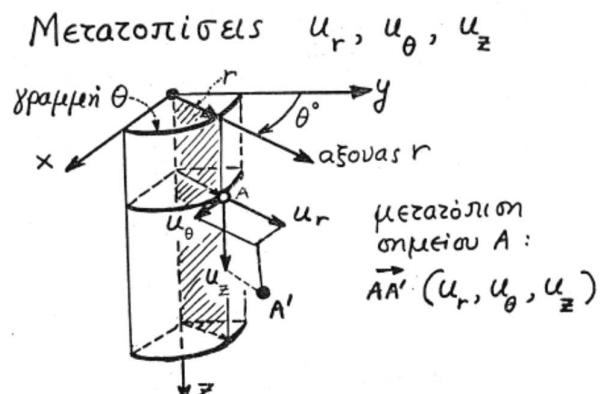
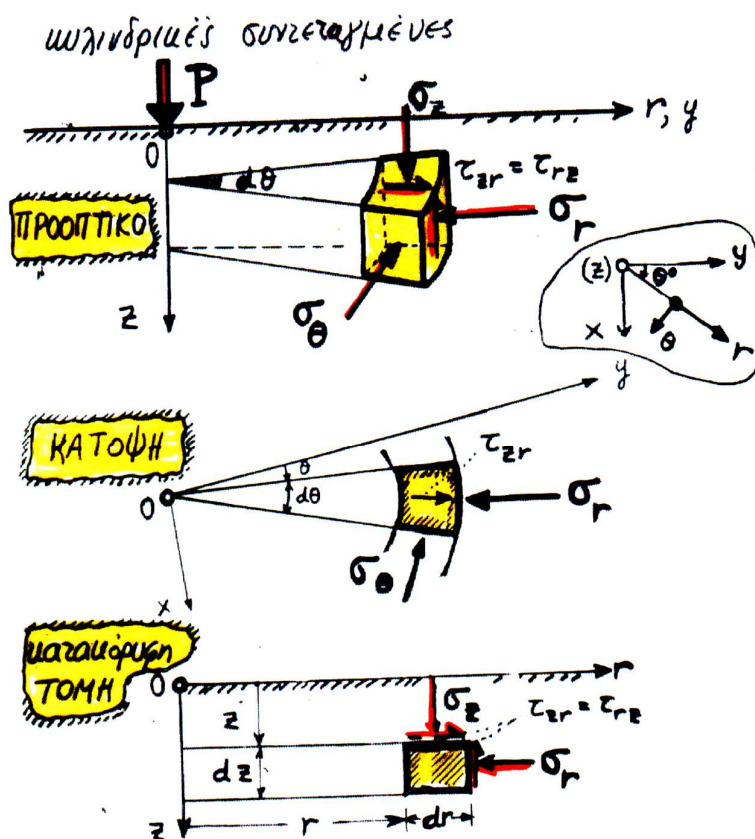


συγκεντρωμένη ορθή
δύναμη P



ομοιόμορφη ορθή πίεση p
σε επιφάνεια κύκλου (R)

3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

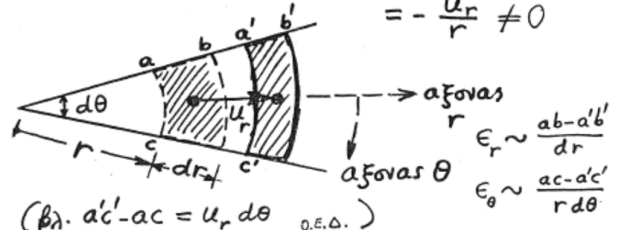


Αξονική (κυλινδρική) συμμετρία

$$u_\theta = 0, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = 0, \quad \frac{\partial(\sigma, \epsilon, u)}{\partial \theta} = 0$$

αλλά $\epsilon_\theta \neq 0$!! διότι ναι μέν: $\epsilon_r = -\frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_z = -\frac{\partial u_z}{\partial z}$

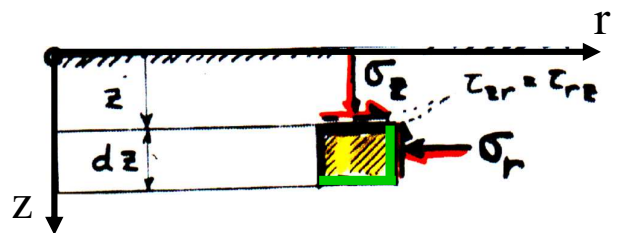
αλλά: $\epsilon_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r} = -\frac{u_r}{r} \neq 0$



3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi z^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Boussinesq, J. (1890)



$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left\{ \frac{3r^2 z}{R^3} - \frac{(1-2\nu)R}{R+z} \right\}$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{rz^2}{R^5}, \quad \sigma_\theta = -\frac{(1-2\nu)P}{2\pi R^2} \cdot \left\{ \frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right\}$$

θετικά επίπεδα

$$u_z = \frac{P(1+\nu)}{2\pi ER} \left\{ 2(1-\nu) + \frac{z^2}{R^2} \right\}$$

$$R = \sqrt{r^2 + z^2}$$

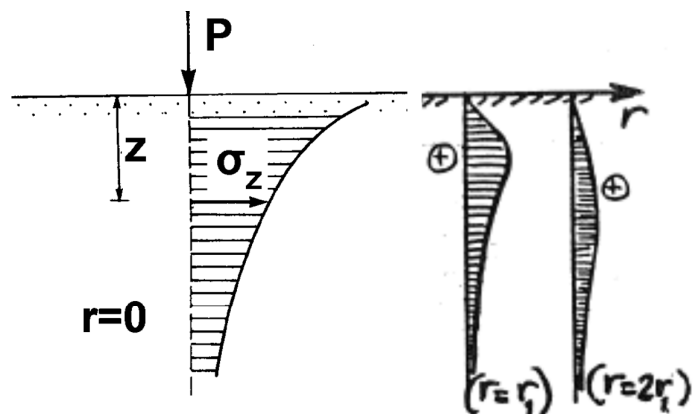
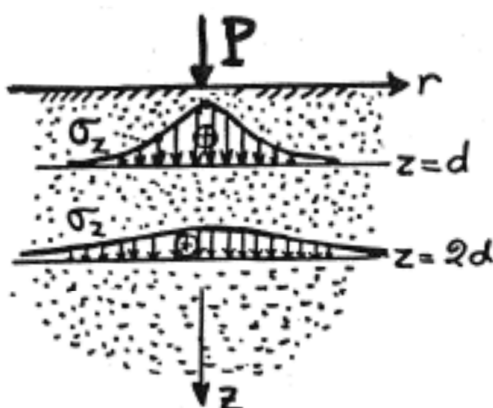
$$u_r = \frac{P(1+\nu)}{2\pi ER} \left\{ \frac{rz}{R^2} - \frac{(1-2\nu)r}{R+z} \right\}$$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

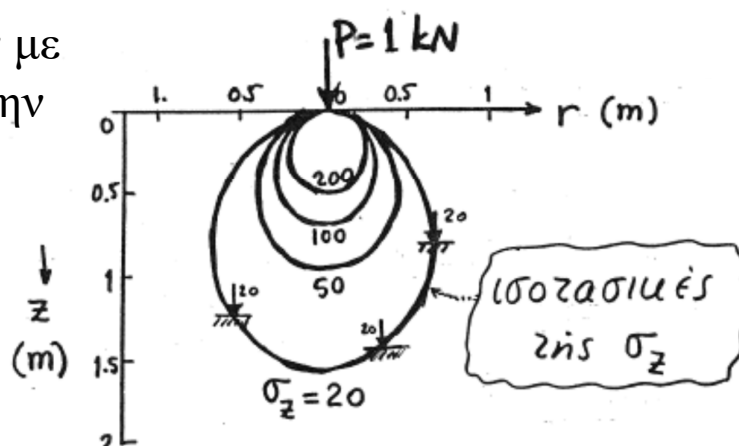
1. σ_z ανεξάρτητη των E, ν (ενώ σ_r και σ_θ εξαρτώνται μόνον από το ν)
2. Αντίθετα οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις είναι αντιστρόφως ανάλογες του μέτρου ελαστικότητας E

3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

Κατανομές τάσεων της σ_z



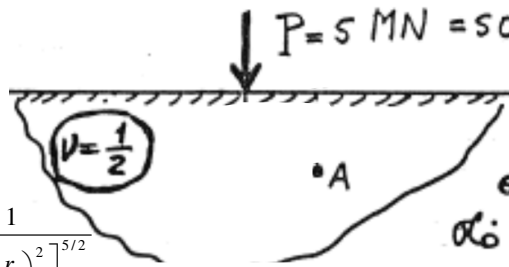
Μείωση τάσεων με το βάθος z και την απόσταση r



3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

Αριθμητικές εφαρμογές

3.



θετικά επίπεδα

Ζητείται η
εγκριτική καταστροφή
στο σημείο A

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi R^5} z^3 = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]^{5/2}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left\{ \frac{3r^2 z}{R^3} - \frac{(1-2\nu)R}{R+z} \right\} \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi R^5} r z^2, \quad \sigma_\theta = -\frac{(1-2\nu)P}{2\pi R^2} \left\{ \frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right\}$$

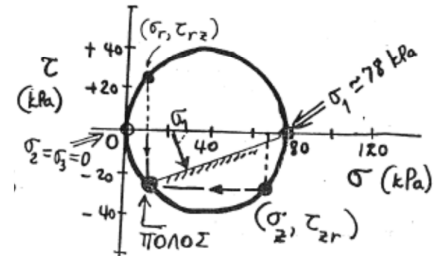
$$R = \sqrt{z^2 + r^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} \approx 5.39 \text{ m}$$

$$\sigma_z = \frac{3 \times 5}{2 \times \pi} \frac{5^3}{5.39^5} \approx 0.066 \text{ MPa} = \underline{66 \text{ kPa}}$$

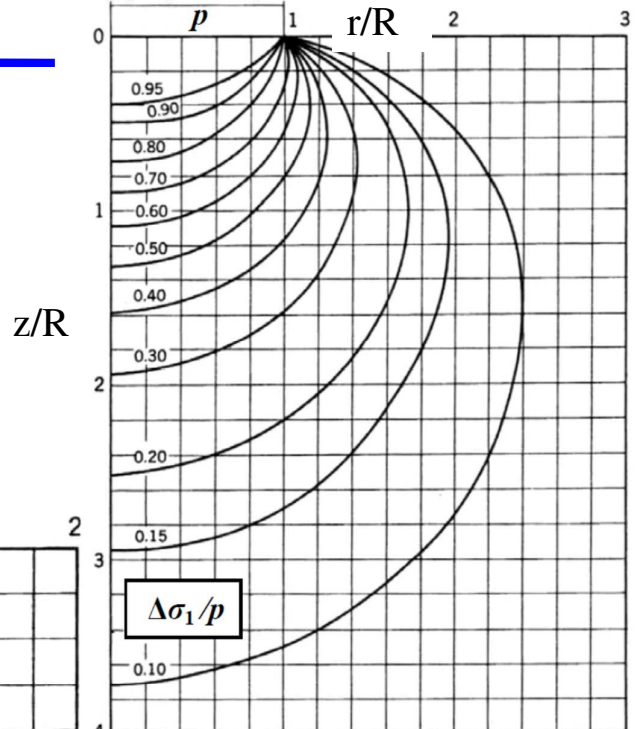
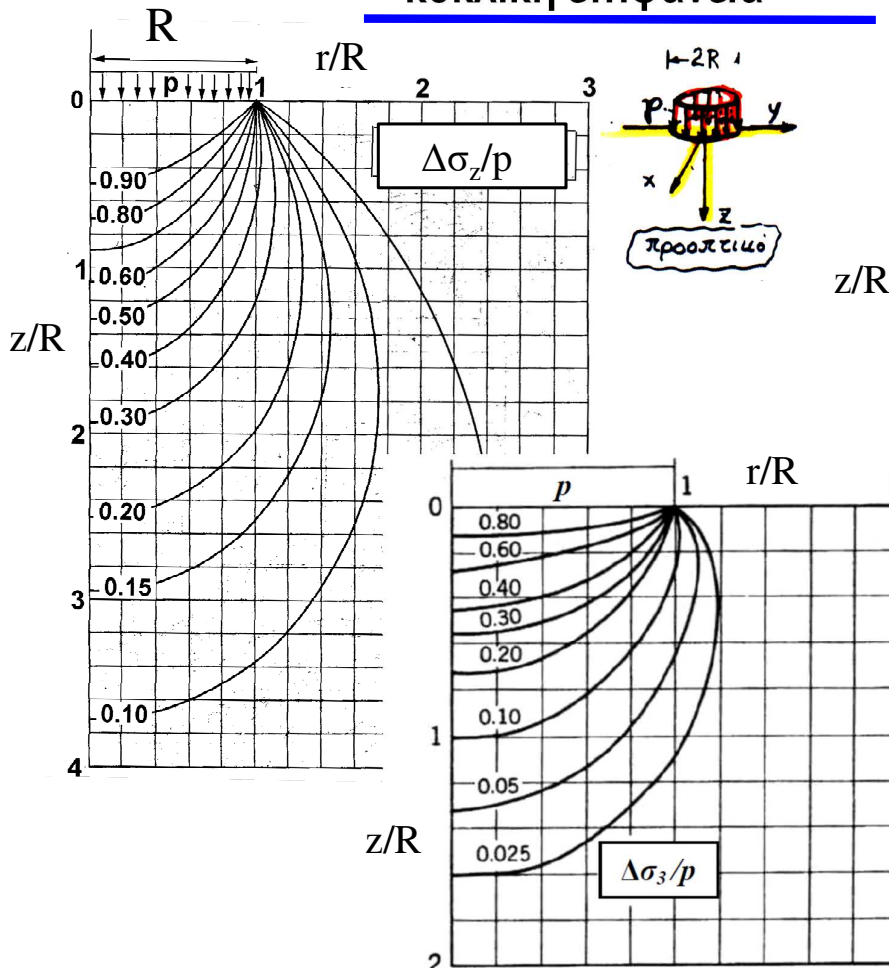
$$\sigma_r = \frac{3 \times 5}{2 \times \pi} \frac{2^2 \times 5}{5.39^5} \approx 66 \times \left(\frac{2}{5} \right)^2 \approx \underline{10.6 \text{ kPa}}$$

$$\sigma_\theta = 0, \quad \tau_{rz} = \frac{3 \times 5}{2 \times \pi} \frac{2 \times 5^2}{5.39^5} \approx 66 \times \left(\frac{2}{5} \right) \approx \underline{26.4 \text{ kPa}}$$

Επειδή η σ_θ είναι κύρια τάση ($\tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = 0$)
η μεταβολή με την διεύθυνση των σ, τ σε
επίπεδο (z, r) μπορεί να παραβλεπεί με κύκλο
Mohr!



... ΠΙΟ ΕΠΑΚΡΙΒΩΣ 4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια



Σημαντικό:

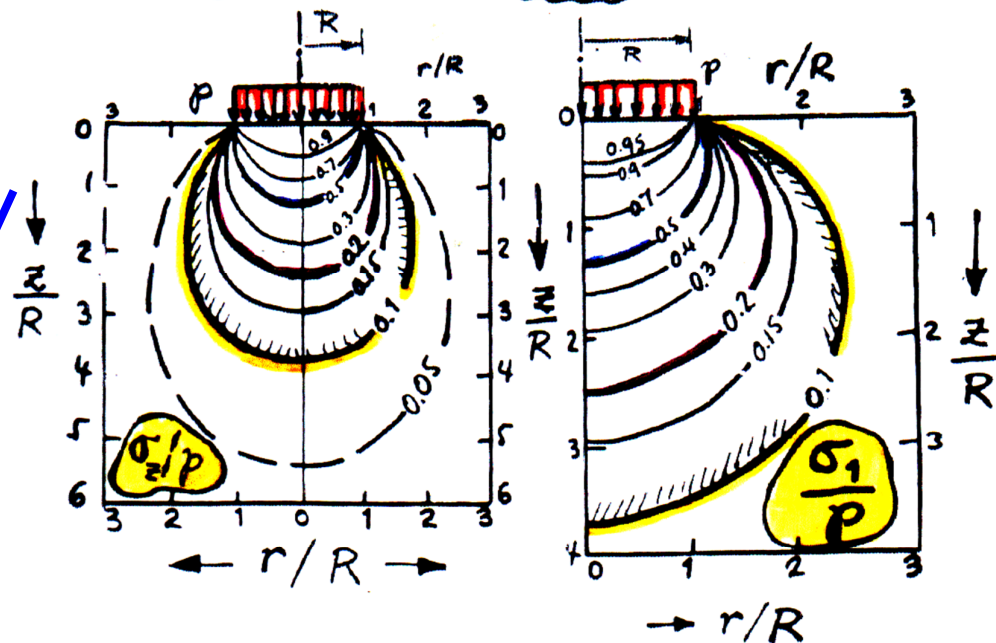
$$r/R = 0 \rightarrow \Delta\sigma_z/p = \Delta\sigma_1/p$$

$$\Delta\sigma_r/p = \Delta\sigma_3/p$$

$$r/R > 0 \rightarrow \Delta\sigma_z/p < \Delta\sigma_1/p$$

$$\Delta\sigma_r/p > \Delta\sigma_3/p$$

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια



$\sigma_r = ?$, $\tau_{rz} = ?$

ΚΥΚΛΟΣ ΜΟΗΡ ?

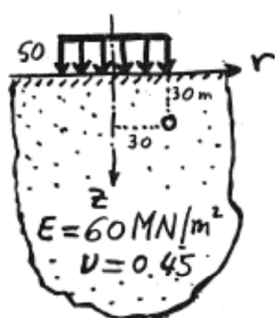
Μείωση τάσεων με το βάθος z και την απόσταση r

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

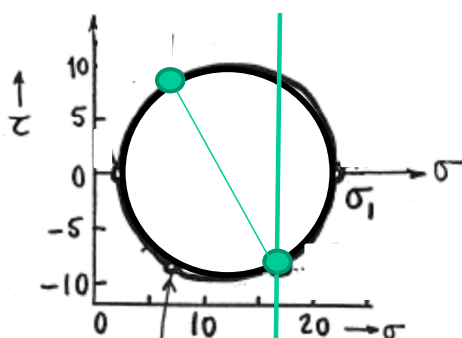
Αριθμητικές εφαρμογές

4. Φορτίο 50 kN/m^2 κατανέμεται ομοιόμορφα σε επιφάνεια κύκλου ακτίνας 30 m .

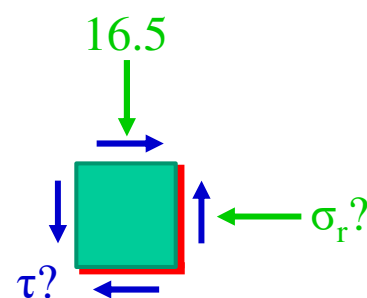
Ζητείται: Σε σημείο με $z=30 \text{ m}$, $r=30 \text{ m}$ να βρεθούν οι σ_r και οι διευθύνσεις των σ_1 , σ_3 .



$$\left. \begin{array}{l} \frac{z}{R} = 1 \\ \frac{r}{R} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_z \approx 0.33 \times 50 = 16.5 \text{ kPa} \\ \sigma_1 \approx 0.45 \times 50 = 22.5 \text{ " } \\ \sigma_3 \approx 0.03 \times 50 = 1.5 \text{ " } \end{array}$$



ευθεία $\sigma = \sigma_z = 16.5$



οριζόντιο επίπεδο
(σ, τ) = (16.5, - τ)

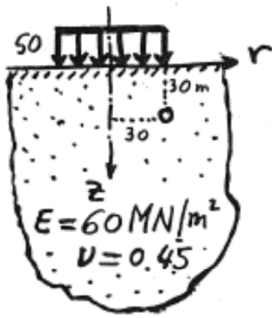
κατακόρυφο επίπεδο
(σ, τ) = (σ_r , + τ)

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

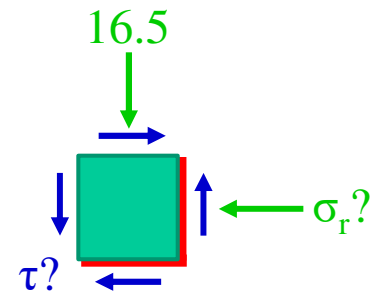
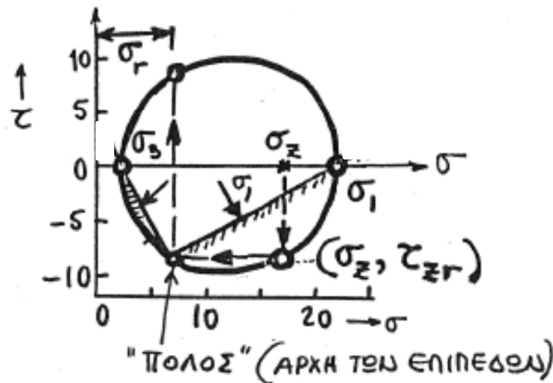
Αριθμητικές εφαρμογές

4. Φορτίο 50 kN/m^2 κατανέμεται ομοιόμορφα σε επιφάνεια κύκλου ακτίνας 30 m .

Ζητείται: Σε σημείο με $z=30 \text{ m}$, $r=30 \text{ m}$ να βρεθούν οι σ_r και οι διευθύνσεις των σ_1, σ_3 .



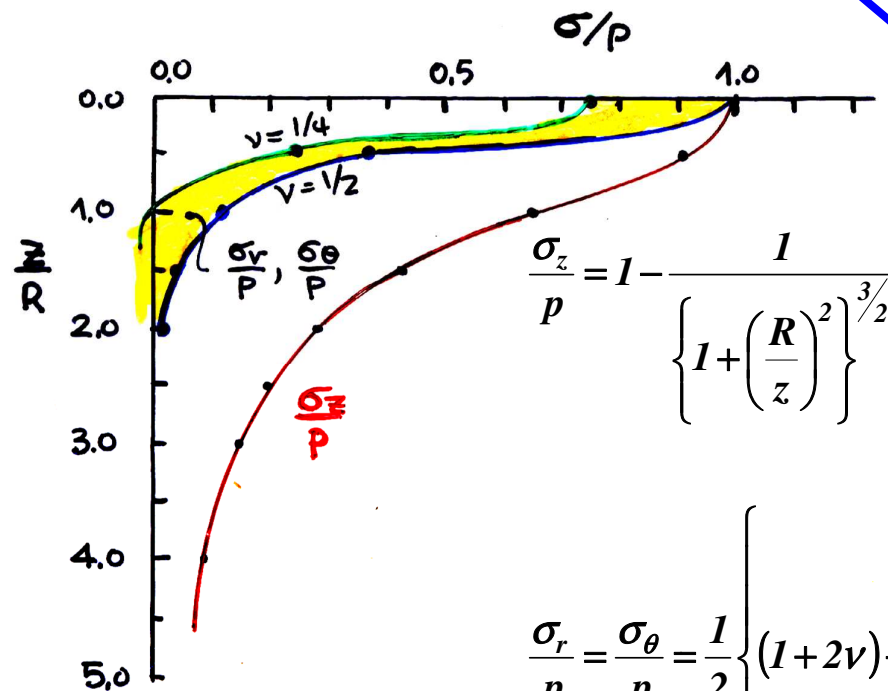
$$\left. \begin{array}{l} \frac{z}{R} = 1 \\ \frac{r}{R} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_z \approx 0.33 \times 50 = 16.5 \text{ kPa} \\ \sigma_1 \approx 0.45 \times 50 = 22.5 \text{ kPa} \\ \sigma_3 \approx 0.03 \times 50 = 1.5 \text{ kPa} \end{array}$$



οριζόντιο επίπεδο
(σ, τ) = (16.5, - τ)

κατακόρυφο επίπεδο
(σ, τ) = (σ_r , + τ)

Ειδικά για την περίπτωση όπου $y=r=0$, δηλαδή κατά μήκος του άξονα:



σ_z όχι συνάρτηση των E, ν
 $\sigma_r = \sigma_\theta$ (μόνο στον άξονα)
 $\sigma_r = \sigma_\theta \ll \sigma_z$

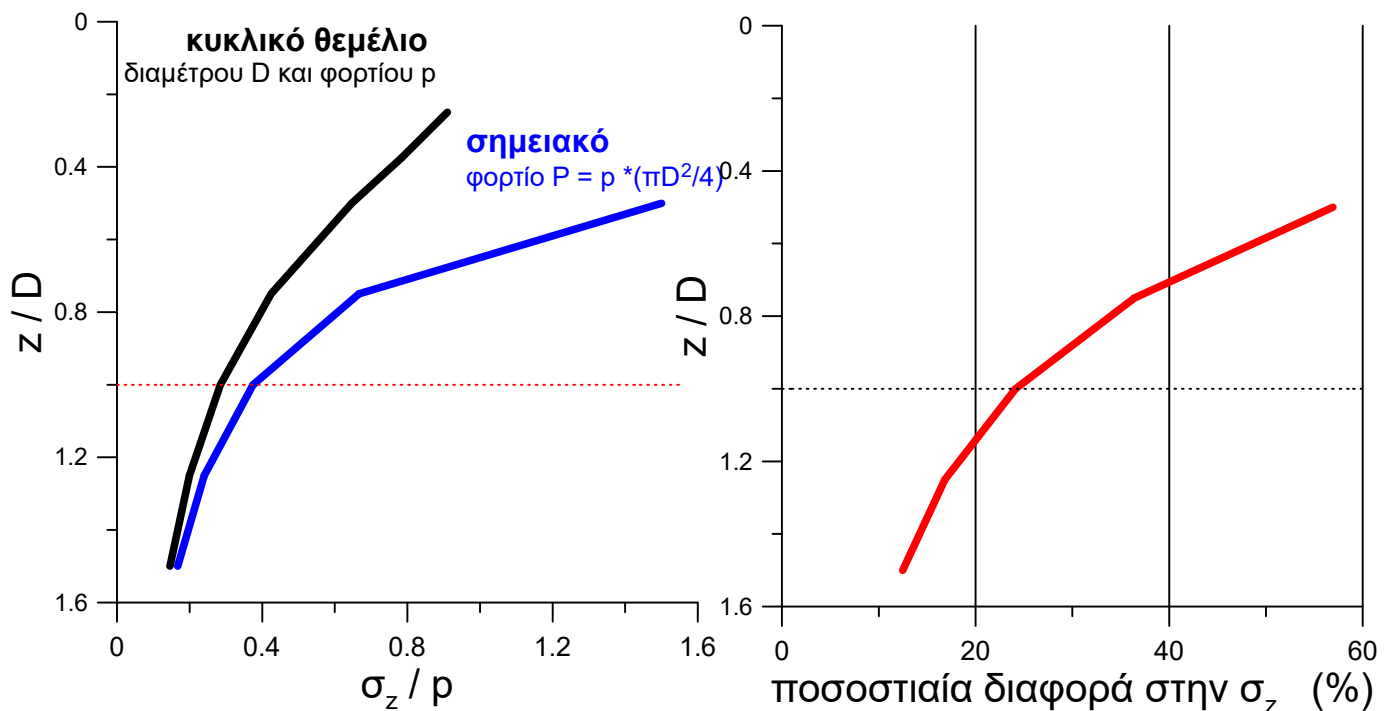
$$\frac{\sigma_r}{p} = \frac{\sigma_\theta}{p} = \frac{1}{2} \left\{ (1+2\nu) - \frac{2(1+\nu)}{\left\{ \left(\frac{R}{z} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2}} + \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right\}^{3/2}} \right\}$$

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

Εντονότερη απομείωση οριζοντίων τάσεων, συγκριτικά με την σ_z

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

Αρχή του Saint-Venant



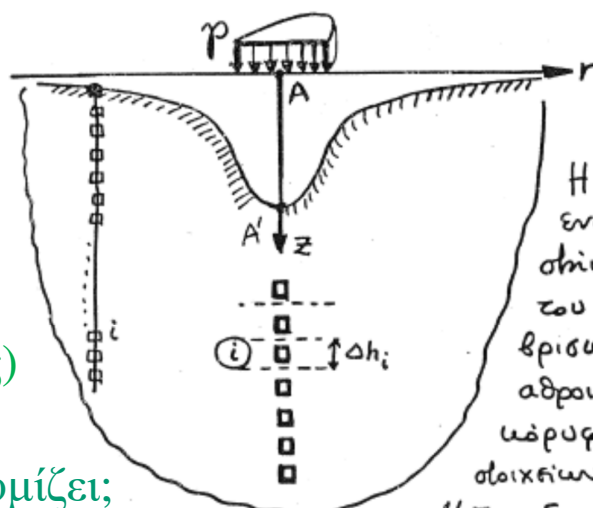
Για $z > D$, ποσοστιαίες διαφορές μικρότερες από 24%

Άρα, για $z > D$, δεν έχει σημασία ποια κατανομή τάσεων χρησιμοποιείς, αρκεί να έχει την ίδια συνισταμένη δύναμη $P = p \cdot (\pi D^2/4)$ (kN) στην επιφάνεια

Καθίζηση της φορτιζόμενης επιφάνειας

Έστω κυκλικό θεμέλιο...

Θυμίζει...
... άθροιση
καθιζήσεων
υπο-στρώσεων
λόγω 1Δ
συμπίεσης
(στερεοποίησης)



Η καθίζηση
ενός σημείου A
στην επιφάνεια
του ημίκυκλου
βρίσκεται με
άθροιση των κα-
τ'όρους μετακινήσεων
στοιχείων σε γραμμή
 $// z$, δηλαδή:

Τι σας θυμίζει;

$$\delta_A = \sum_i (\epsilon_i \Delta h_i)$$

όπου η άθροιση μπορεί να
σταματήσει σε βάθος z βάθους επιρροής

Ειδικά κατά μήκος του άξονα

$$\delta_{max} = \int_0^\infty \underbrace{\frac{1}{E} (\sigma_z - 2\nu \sigma_r)}_{\epsilon_z} dz = \frac{2(1-\nu^2)}{E} p R$$

Ελαστικότητα:

$$\epsilon_z = [\Delta \sigma'_z - \nu(\Delta \sigma'_y + \Delta \sigma'_x)]/E$$

Καθίζηση της φορτιζόμενης επιφάνειας

Παρατήρηση:

Έστω κυκλικό θεμέλιο...

Ξέρουμε ότι $\nu=0.5$ αντιστοιχεί σε υλικό που δεν μπορεί να συμπιεσθεί ($\Delta V/V=0$, ανεξαρτήτως $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$). Κι όμως, η μαθητήση που προβλέπει ο τύπος:

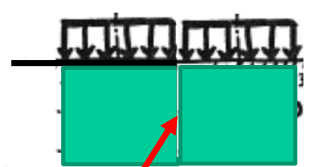
$$\rho = \frac{2(1-\nu^2)}{E} p R \longrightarrow \frac{1.5}{E_u} p R \neq 0$$

Πώς δικαιολογείται αυτό; Είναι μάλιστα ανεπαρκής ο τύπος, μία που βασίζεται στην παραδοχή ελαστικού υλικού;

διάτμηση



(1Δ) συμπίεση



$\epsilon_h = 0$

ΟΧΙ, γιατί όταν το θεμέλιο είναι πεπερασμένων διαστάσεων, η φόρτιση του εδάφους είναι διάτμηση (αλλαγή σχήματος), όχι συμπίεση (αλλαγή όγκου)

Στις αστράγγιστες συνθήκες υπό διάτμηση, έχουμε αλλαγή σχήματος υπό σταθερό όγκο! Αυτή η αλλαγή σχήματος... δίνει καθίζηση!

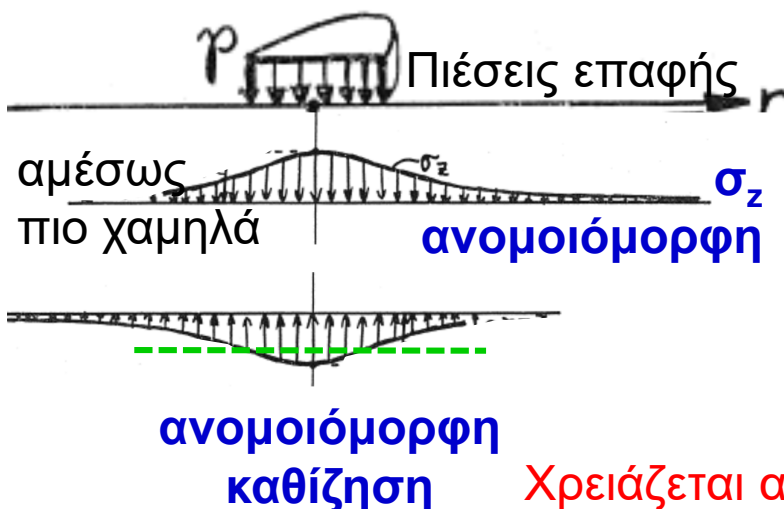
Καθίζηση της φορτιζόμενης επιφάνειας

Παρατήρηση:

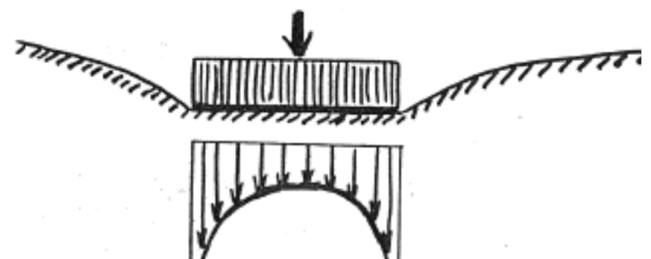
Έστω κυκλικό θεμέλιο...

Ένα τελείως άκαμπτο θεμέλιο εδράζεται σε ελαστικό, ομογενή ημίσφαιρο. Να βρεθεί (ποιοτικά) το σχήμα της κατανόμης του επιβαλλόμενου φορτίου, p (δηλ. $p=p(x)$ ή $p=p(r)$).

Απόλυτα εύκαμπτο



Απόλυτα άκαμπτο



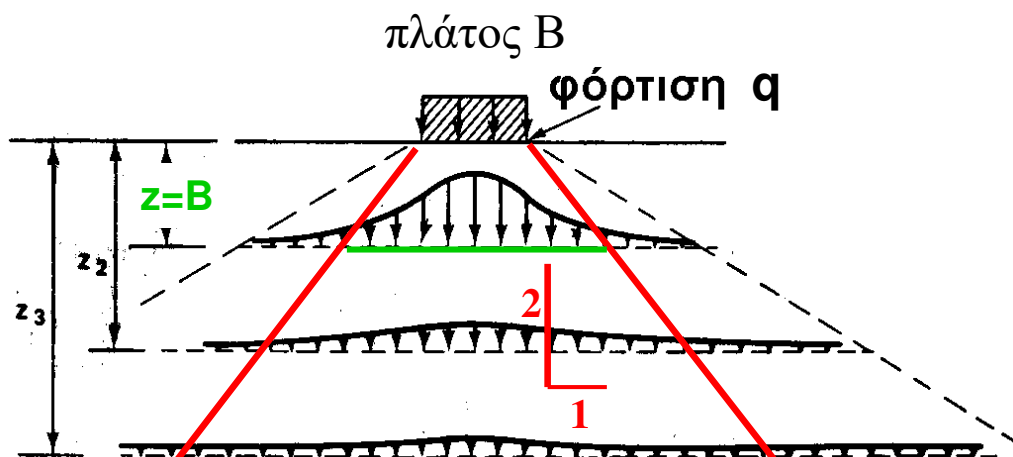
Πως μοιάζουν οι πιέσεις επαφής, ώστε να έχουμε ομοιόμορφη καθίζηση;

Χρειάζεται αύξηση των τάσεων στα άκρα...

Χρήσιμες παρατηρήσεις-οδηγίες για εφαρμογή των ελαστικών λύσεων στην πράξη

Χρήσιμες παρατηρήσεις-οδηγίες για την εφαρμογή των ελαστικών λύσεων στην πράξη

Απλουστευτικά, χωρίς χρήση των σχέσεων...



Σχηματική παρουσίαση της απομείωσης της κατακόρυφης τάσης λόγω εξωτερικής φόρτισης με το βάθος (z) και κατά το πλάτος

π.χ. σε βάθος $z=B$,

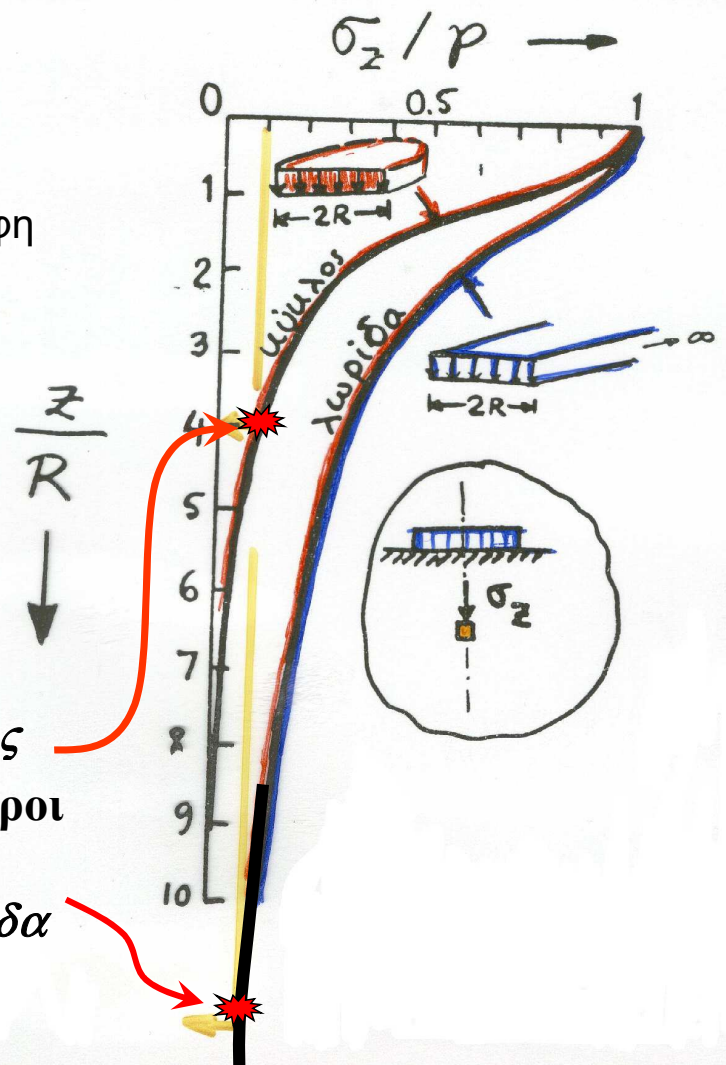
- για λωριδωτό φορτίο... επιφάνεια $=2B \times (1\text{m}) \rightarrow \sigma_z = q/2$
- για τετραγωνικό θεμέλιο... επιφάνεια $=(2B)^2 \rightarrow \sigma_z = q/4$

ΒΑΘΟΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ

Είναι το βάθος το οποίο απαιτείται προκειμένου να μειωθεί η κατακόρυφη πρόσθετη τάση **στο 10%** της μέσης επιβαλλόμενης στην επιφάνεια του εδάφους

Βάθος Επιρροής
“κυκλικού” και
“λωριδωτού” φορτίου

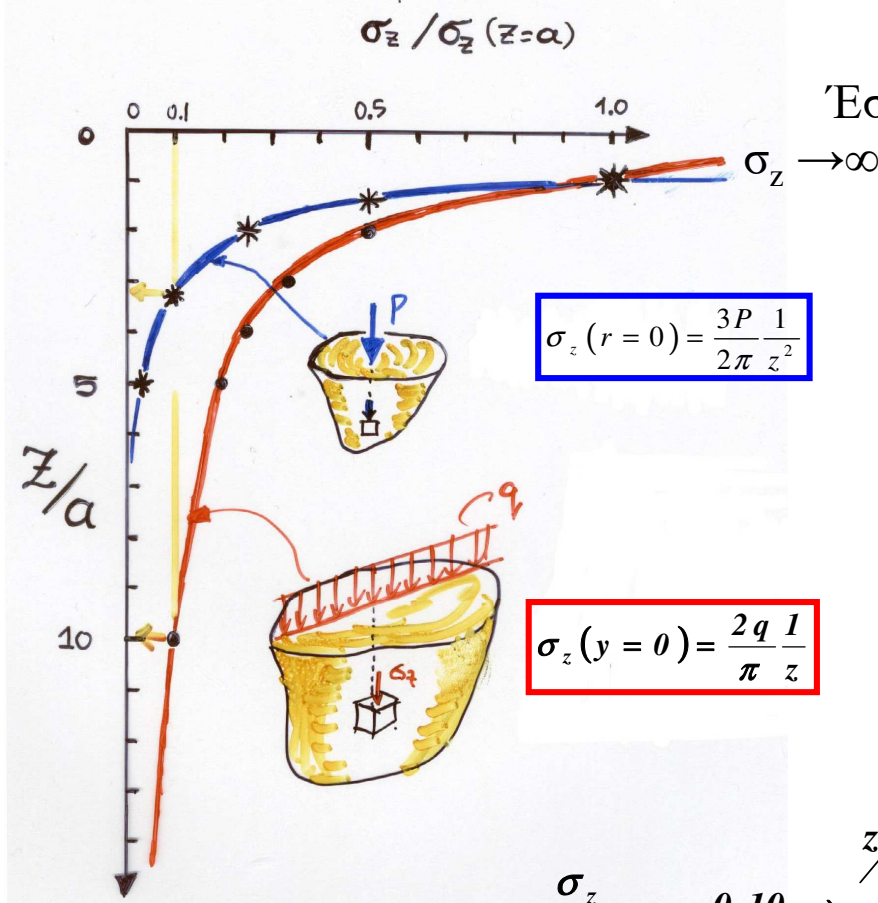
$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.10 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{z}{R} \approx 4 \quad \text{κύκλος} \\ \quad \quad \quad \text{ή 2 διάμετροι} \\ \frac{z}{R} \approx 12 \quad \text{λωρίδα} \\ \quad \quad \quad \text{ή 6 πλάτη} \end{array} \right.$$



ΒΑΘΟΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ

Έστω $z = a$, βάθος αναφοράς

Βάθος Επιρροής
συγκεντρωμένου και
“γραμμικού”
απειρομήκους
φορτίου



$$\sigma_z(r=0) = \frac{3P}{2\pi z^2}$$

$$\sigma_z(y=0) = \frac{2q}{\pi z}$$

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_z(z=a)} = 0.10 \Rightarrow$$

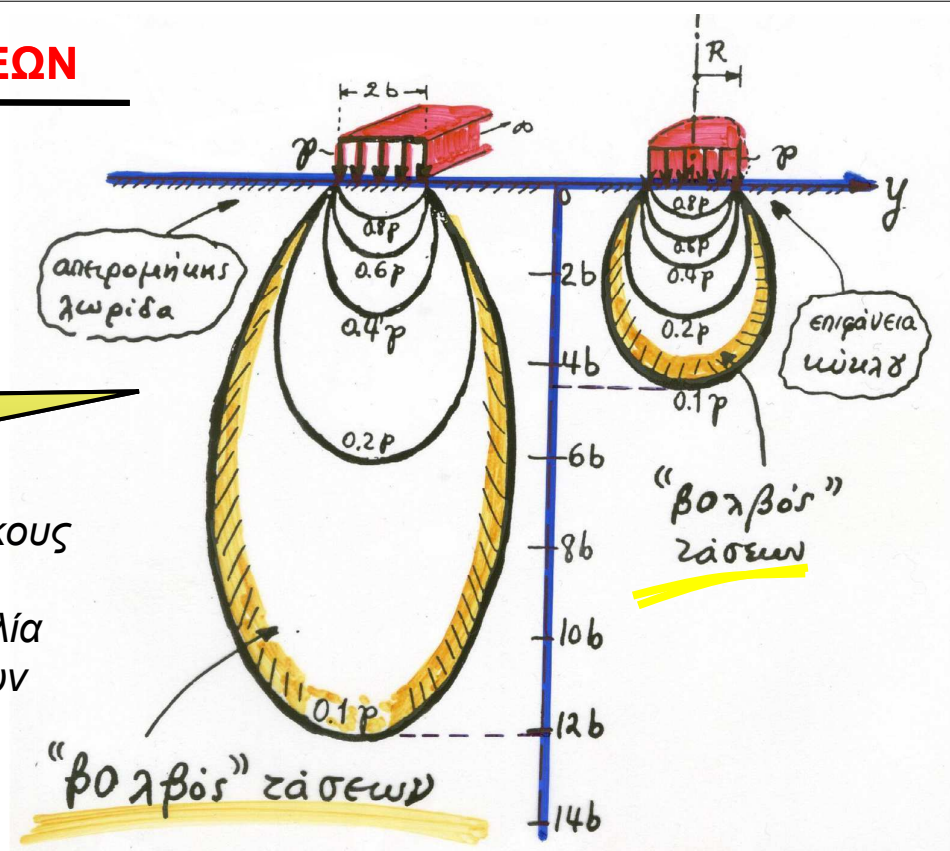
$\frac{z}{a} = 3.3$ συγκεντρωμ ένο

$\frac{z}{a} = 10.0$ γραμμικ ό
απειρ ό μηκες

ΒΟΛΒΟΣ των ΤΑΣΕΩΝ

Ισοτασικές γραμμές της σ_z

Οι τάσεις λόγω απειρομήκουσ λωρίδας είναι σαν να προκύπτουν από επαλληλία άπειρων εν σειρά κυκλικών φορτίων ίδιου πλάτους



βάθος
επιρροής

$\approx 12b$: απειρομήκης λωρίδα
ή 6 πλάτη
 $\approx 4b$: κυκλική επιφάνεια
ή 2 διαμέτροι

Βάθος επιρροής =
Μέγιστο βάθος
βολβού τάσεων

Ορισμοί από τη Μηχανική

Ομοιομορφία: Ίδια σύσταση και φυσικά χαρακτηριστικά σε κάθε σημείο

π.χ. αμμώδης στρώση με $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$, $D_r = 50\%$ ($e = 0.6$)

Ομοιογένεια: Ίδια μηχανικά χαρακτηριστικά σε κάθε σημείο

π.χ. ... με $\varphi = 35^\circ$ ή $C_c = 0.15$

Ισοτροπία: Ίδια (φυσικά ή/και μηχανικά) χαρακτηριστικά σε κάθε διεύθυνση

π.χ. ... με συντελεστή διαπερατότητας $k_h = k_v = k = 10^{-4} \text{ m/s}$

π.χ. ... σε Γραμμική Ισότροπη Ελαστικότητα $\rightarrow (E, \nu)$,
αλλά σε αξονοσυμμετρική ισοτροπία: $E_h \neq E_v$

Ανομοιογένεια του εδάφους

Ομοιογενής (ελαστικός και ισότροπος) ημίχωρος:

ΑΠΛΟΥΣΤΕΥΣΗ για ευκολία στις μαθηματικές πράξεις

Ανομοιογένεια του εδάφους, λόγω:

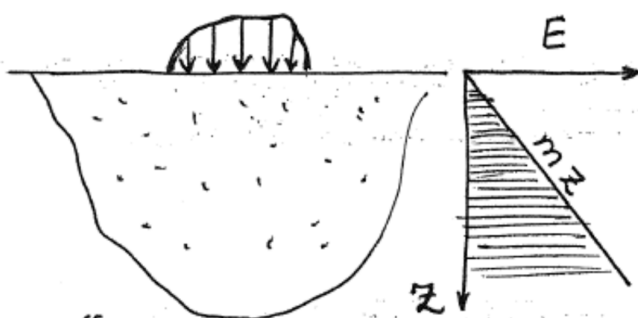
1. Στρώσεων με διαφορετικές ιδιότητες (λόγω σύστασης κλπ)



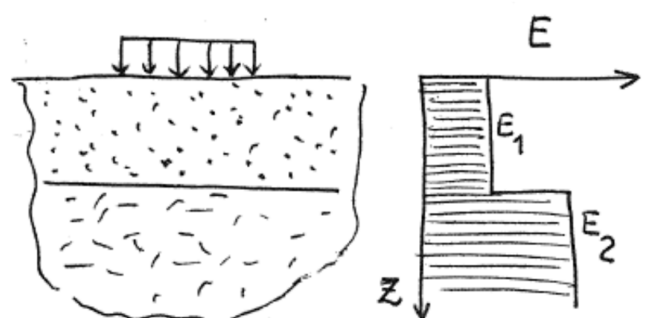
2. Συσχέτισης του E (και όχι του ν) από τη μέση τάση

Ανομοιογένεια του εδάφους

2 τυπικά παραδείγματα ανομοιογένειας του εδάφους



(α) "Γραμμικώς Ανομοιογενές"



(β) Δι-στρωτο

π.χ. λόγω συσχέτισης του E με τη μέση τάση:

$$\sigma_{\text{μέσο}} = (\sigma_v + 2\sigma_h)/3 = \gamma z(1+2K_0)/3,$$

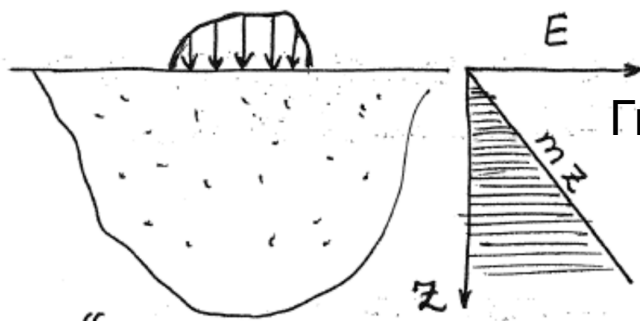
η οποία αυξάνει

ΓΡΑΜΜΙΚΑ με το βάθος

π.χ. λόγω
διαφορετικής
σύστασης έδαφος

Ανομοιογένεια του εδάφους

Γραμμικώς ανομοιογενές έδαφος



Για αστράγγιστες συνθήκες, ισχύει:

$$E = E_u = 3G = m z$$

$$v = v_u = 0.5$$

Gibson (1973): Πεδίο τάσεων **ταυτίζεται** με πεδίο τάσεων για ομοιογενή ημίχωρο (θυμηθείτε... σ_z όχι συνάρτηση των E, ν)

Παραμορφώσεις εδάφους;

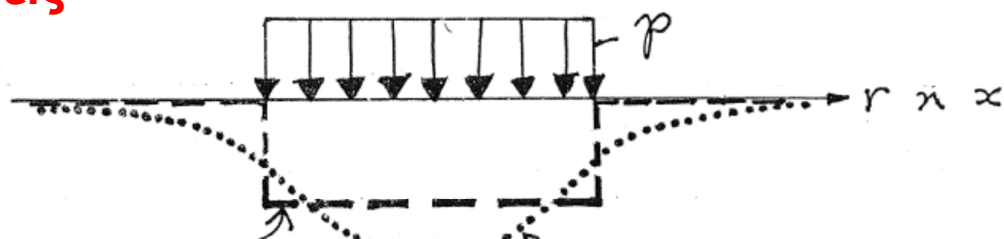
ή

καθιζήσεις θεμελίου, π.χ. κυκλικού

Ανομοιογένεια του εδάφους

Γραμμικώς ανομοιογενές έδαφος

Καθιζήσεις



$$E = m' z$$

$$\delta = \sigma z a \vartheta \epsilon \rho'$$

$$= \frac{\rho}{\frac{2}{3} m}$$

υπό το φερρίο

$$E = \text{σταθερό} : \delta = \delta(r), \mu \epsilon$$

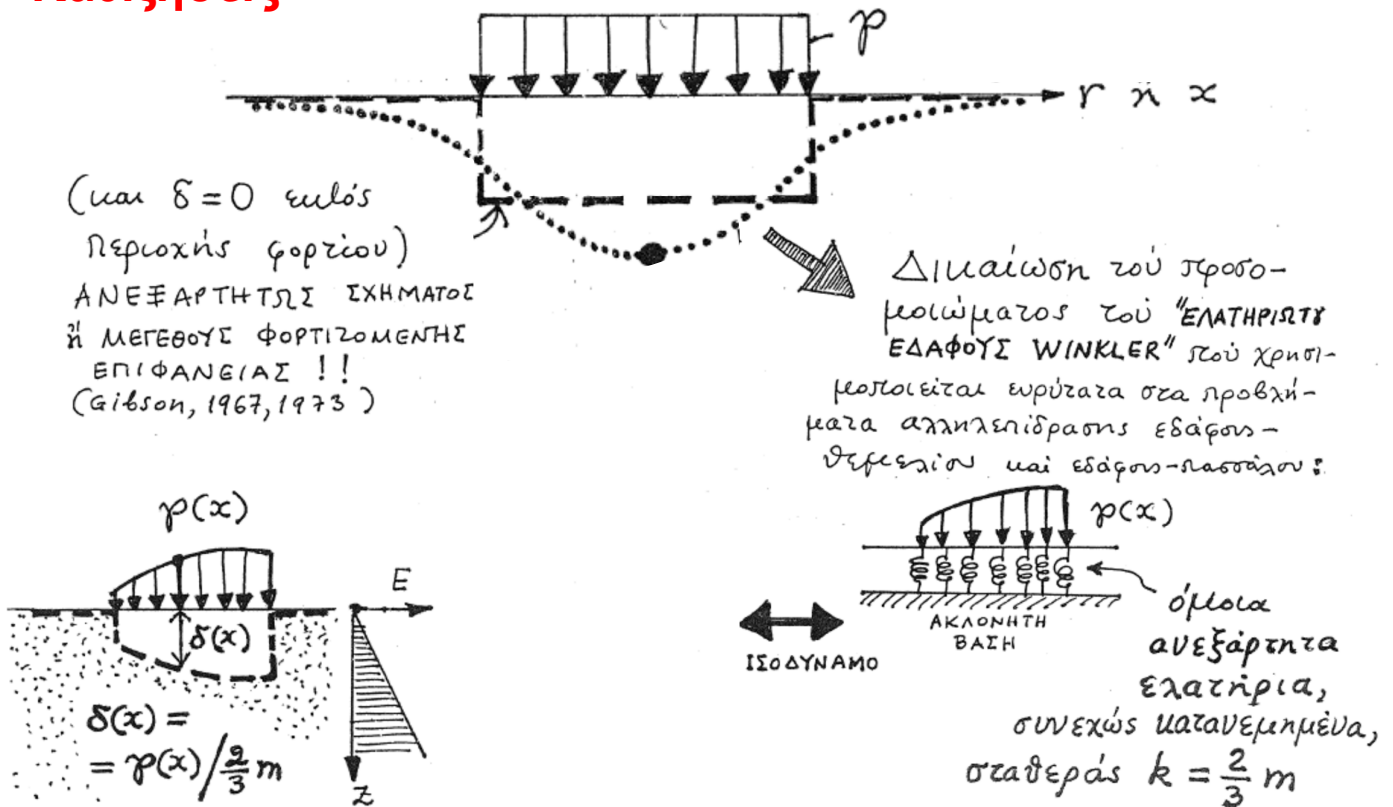
$$I_s = I_s (\sigma\eta\eta\epsilon\alpha\tau\omicron\varsigma, \delta\iota\alpha\sigma\tau\alpha\sigma\epsilon\omega\nu$$

π.χ. για κυκλική επιφάνεια
ακτίνας R : $I_S = 2R$

Ανομοιογένεια του εδάφους

Γραμμικώς ανομοιογενές έδαφος

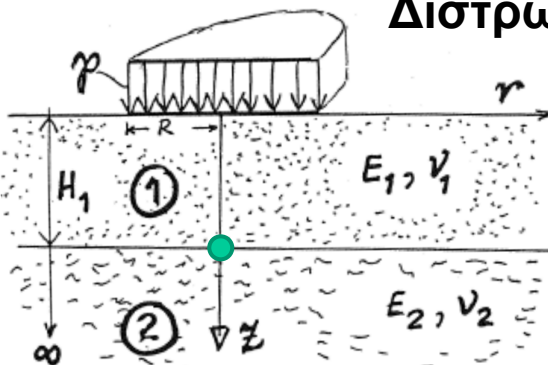
Καθιζήσεις



Ανομοιογένεια του εδάφους

Δίστρωτος ημίχωρος

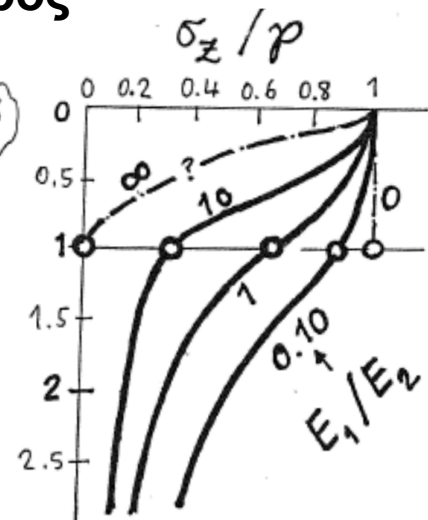
κυκλικό θεμέλιο



$$\nu_1 = \nu_2 = 0.5$$

$$\frac{z}{R}$$

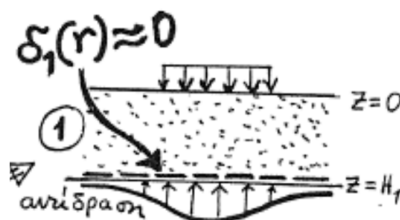
$$\text{για } H_1 = R$$



Παρατηρήσεις:

1. Στον ομοιογενή ημίχωρο ($E_1/E_2=1$)... για $z=R$: $\sigma_z/p = 0.64$
2. Στην άπειρα δύσκαμπτη στρώση ($E_1/E_2 \rightarrow \infty$)... για $z=R$: $\sigma_z/p = 0$

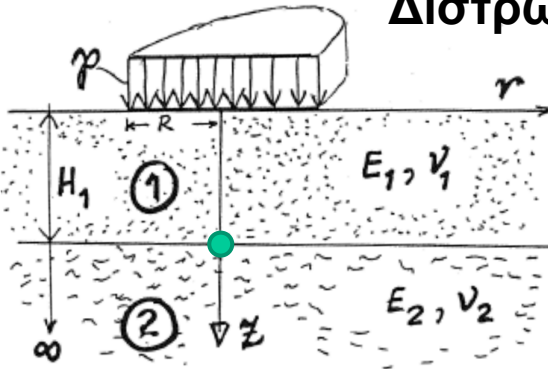
$$\text{Αν } \sigma_z/p \neq 0$$



Ανομοιογένεια του εδάφους

Δίστρωτος ημίχωρος

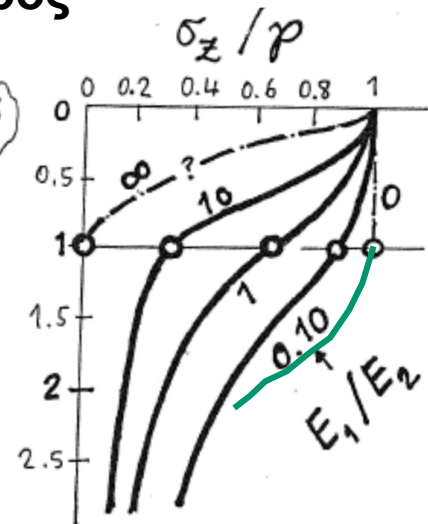
κυκλικό θεμέλιο



$$\nu_1 = \nu_2 = 0.5$$

$$\frac{z}{R}$$

για $H_1 = R$



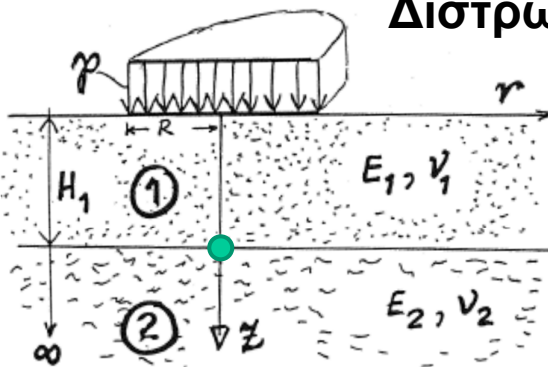
Παρατηρήσεις:

3. Για την ενδιάμεση κατάσταση ($E_1/E_2 = 10$)... για $z=R$: $\sigma_z/p = 0.3$
4. Στην απολύτως εύκαμπτη στρώση ($E_1/E_2=0$)... για $z=R$: $\sigma_z/p = 1$
... σα να ασκείται το φορτίο στην επιφάνεια του ημίχωρου 2
5. Για ενδιάμεση κατάσταση ($E_1/E_2 = 0.1$)... για $z=R$: $\sigma_z/p = 0.83$

Ανομοιογένεια του εδάφους

Δίστρωτος ημίχωρος

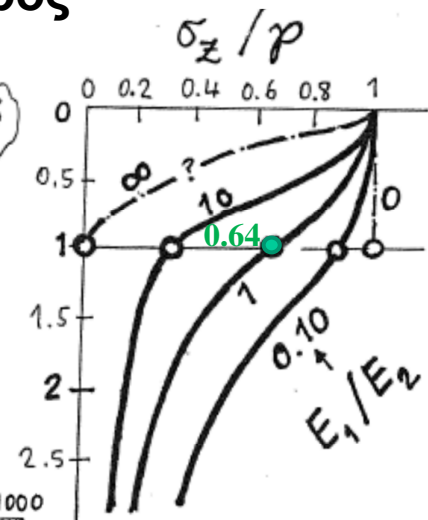
κυκλικό θεμέλιο



$$\nu_1 = \nu_2 = 0.5$$

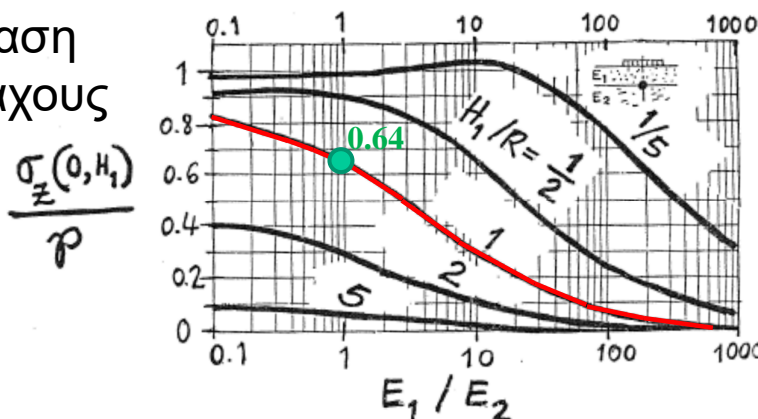
$$\frac{z}{R}$$

για $H_1 = R$



Γενίκευση

Επίδραση
του πάχους
 H_1/R



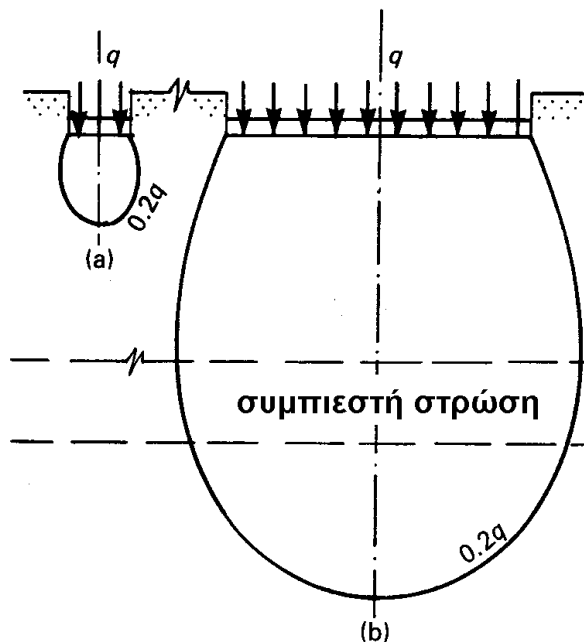
Όσο μεγαλύτερο
το πέδιλο R ή
μικρότερο το
πάχος H_1 , τόσο
μεγαλύτερη η τάση
 $\sigma_z(0, H_1)$

Ανομοιογένεια του εδάφους

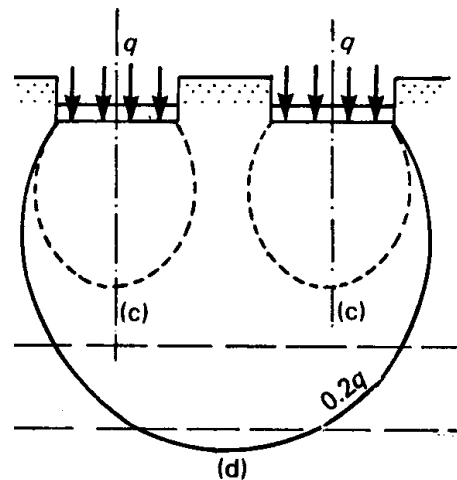
Για ομοιογενές έδαφος, π.χ.

Πολύστρωτο έδαφος

$$\sigma_{max} = \frac{2(1-\nu^2)}{E} p R$$



Τετραπλασιασμός του εύρους προκαλεί περισσότερο από τετραπλασιασμό της καθίζησης



Επαλληλία των δύο φορτίων προκαλεί περισσότερο από διπλασιασμό της καθίζησης

ΕΜΒΑΘΥΝΣΗ ΣΕ ΕΠΙΦΟΡΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ: ΣΥΝΟΨΗ

1. Για όλες τις φορτίσεις σε ομοιόμορφο έδαφος,

(α) οι τάσεις δεν εξαρτώνται από το μέτρο ελαστικότητας E

(β) ο λόγος Poisson ν δεν επηρεάζει την κατακόρυφη τάση σ_z , ενώ παίζει ρόλο στις οριζόντιες τάσεις (π.χ. στη σ_h σε γεωστατικές συνθήκες, στη σ_x στην επίπ. παραμόρφωση, στις σ_θ και σ_r στις αξονο-συμμετρικές φορτίσεις).

2. Όμως σε κάποιες φορτίσεις σε ανομοιογενές έδαφος, η σ_z επηρεάζεται από το E, π.χ. ως συνάρτηση του E_1/E_2 σε δί-στρωτο έδαφος.

3. Οι σχέσεις για επιφορτικές τάσεις δίνουν **ολικές** πρόσθετες τάσεις $\Delta\sigma$.

- Αν το έδαφος στραγγίζει αμέσως (π.χ. άμμος), τότε $\Delta\sigma' = \Delta\sigma$ και η τιμή του λόγου Poisson είναι η συνήθης (π.χ. $\nu = \nu' = 0.2 - 0.35$)
- Αν το έδαφος δε στραγγίζει γρήγορα (π.χ. άργιλος), τότε οι $\Delta\sigma$ προκύπτουν με τιμή του λόγου Poisson $\nu = \nu_u = 0.5$, με το δείκτη u να υποδεικνύει αστράγγιστες συνθήκες.

4. Η εκτίμηση των υπερπιέσεων πόρων Δu υπό αστράγγιστες συνθήκες οδηγεί στον υπολογισμό των $\Delta\sigma' = \Delta\sigma - \Delta u$ (για τις ορθές τάσεις μόνο).

Η Δu εκτιμάται μέσω ελαστικότητας ως $\Delta u = (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)/3$, ή πιο σωστά μέσω της παραμέτρου A του Skempton (βλ. Εδαφομηχανική Ι).

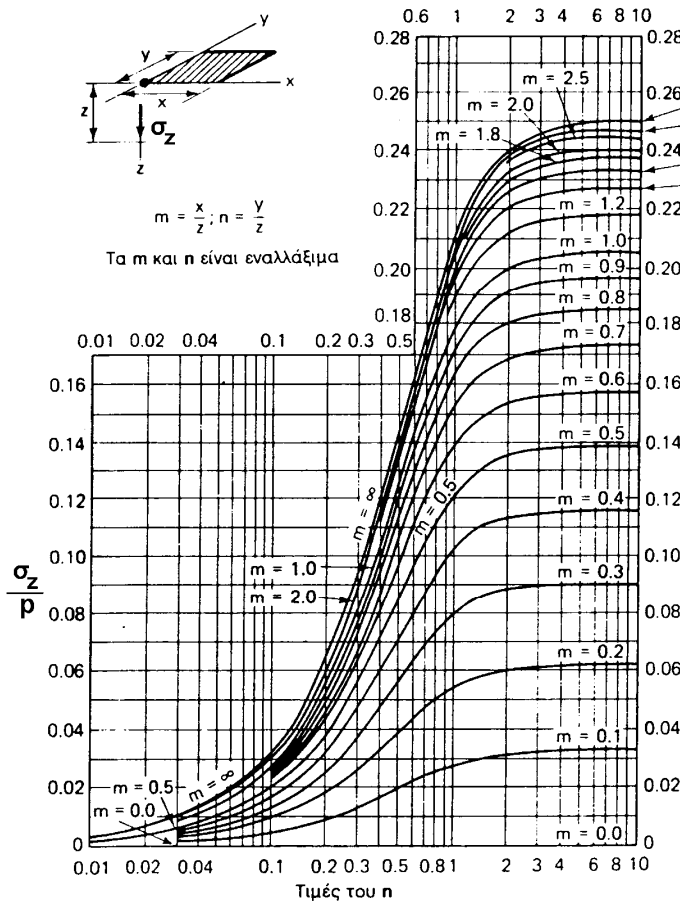
- 5.** Για τον υπολογισμό των **παραμορφώσεων με χρήση ελαστικότητας**, χρησιμοποιούμε τις υπολογισμένες επιφορτικές τάσεις $\Delta\sigma$:
- Αν το έδαφος στραγγίζει αμέσως (π.χ. άμμος), τότε χρησιμοποιείται μέτρο ελαστικότητας $E = 2(1+\nu)G$, όπου G το μέτρο διάτμησης
 - Αν το έδαφος δε στραγγίζει γρήγορα (π.χ. άργιλος), τότε χρησιμοποιείται τιμή του E για αστράγγιστες συνθήκες: $E_u = 2(1+\nu_u)G = 3G$.
- 6.** Αστράγγιστες συνθήκες παρατηρούνται **μόνο σε αργίλους**. Για αστράγγιστες συνθήκες, το μέτρο E_u είναι λίγο μεγαλύτερο από το E (αφού $\nu < 0.5$) και ο λόγος $\nu_u = 0.5$ αντιστοιχεί σε μηδενική μεταβολή όγκου (αλλά ΜΗ-μηδενικές ορθές και διατμητικές παραμορφώσεις). Βέβαια μετά από πολύ χρόνο, ακόμη και οι άργιλοι θα... στραγγίσουν!
- 7.** Ο έλεγχος αστοχίας υπό αστράγγιστες συνθήκες μπορεί να γίνει με **ΟΛΙΚΕΣ** τάσεις και με χρήση της Αστράγγιστης Διατμητικής Αντοχής C_u (ή S_u) δηλαδή χωρίς υπολογισμό των Δu που είναι δυσχερής στην πράξη.

Επιπλέον χρήσιμες διαφάνειες που αξίζει να δείτε...

Ο τίτλος της κάθε διαφάνειας αποτυπώνει σε ποια κατανομή επιφορτικών τάσεων αναφέρεται

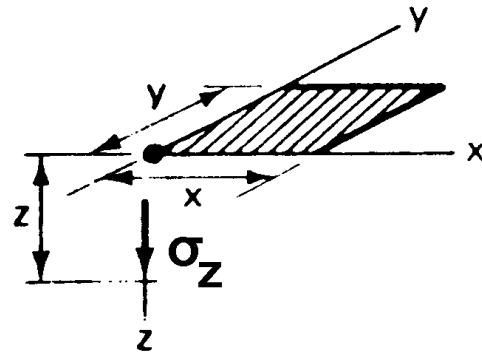
(αυτές οι διαφάνειες δεν συζητήθηκαν στην τάξη)

5. Ομοιόμορφη πίεση p (kPa) σε ορθογωνική επιφάνεια



Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση
σε ορθογωνική επιφάνεια

Τιμές της κατακόρυφης
τάσης σ_z κάτω από τη
γωνία του ορθογωνίου



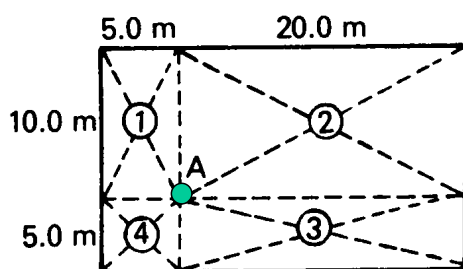
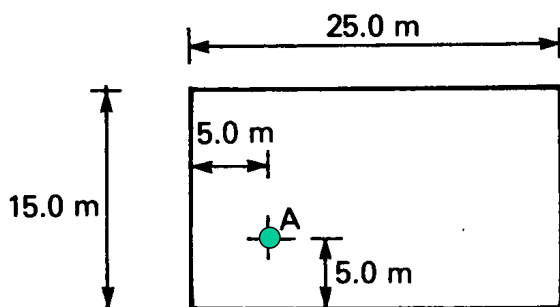
$$m = \frac{x}{z}; n = \frac{y}{z}$$

Τα m και n είναι εναλλάξιμα

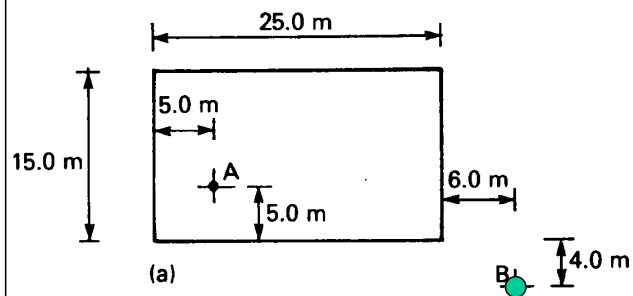
5. Ομοιόμορφη πίεση p (kPa) σε ορθογωνική επιφάνεια

Προσδιορισμός της κατακόρυφης τάσης σ_z
κάτω από οποιοδήποτε σημείο ορθογωνίου
με *ανάλυση σε τέσσερα μικρότερα
ορθογώνια*

Κατακόρυφη ομοιόμορφη πίεση
σε ορθογωνική επιφάνεια



$$A = (1) + (2) + (3) + (4)$$

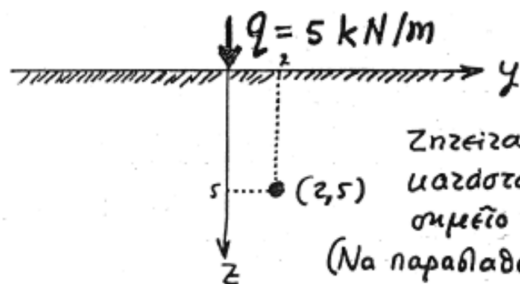


$$B = (1) - (2) - (3) + (4)$$

1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο $q(\text{kN/m})$

Αριθμητικές εφαρμογές

A.



Ζητείται: η ενταξιακή κατάσταση στο σημείο $y=2\text{m}, z=5\text{m}$
(Να παραβλεφεί και γραμιά)

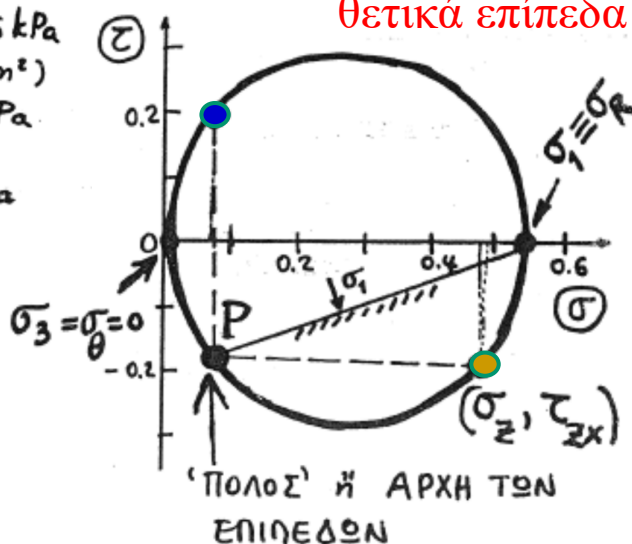
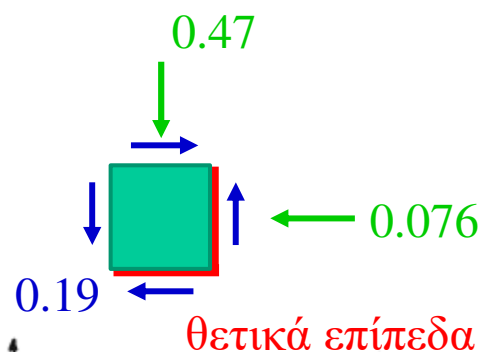
$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2} = \frac{2 \times 5}{\pi} \times \frac{2^2 \times 5}{(2^2 + 5^2)^2} \approx 0.076 \text{ kPa} \quad (\text{kN/m}^2)$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2} = \sigma_y \frac{z^2}{y^2} = 0.076 \left(\frac{5}{2}\right)^2 \approx 0.47 \text{ kPa}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{2q}{\pi} \frac{y z^2}{(y^2 + z^2)^2} = \sigma_z \frac{y}{z} = 0.47 \left(\frac{2}{5}\right) \approx 0.19 \text{ kPa}$$

Οριζόντιο $(\sigma, \tau) = (0.47, -0.19)$

Κατακόρυφο $(\sigma, \tau) = (0.076, +0.19)$

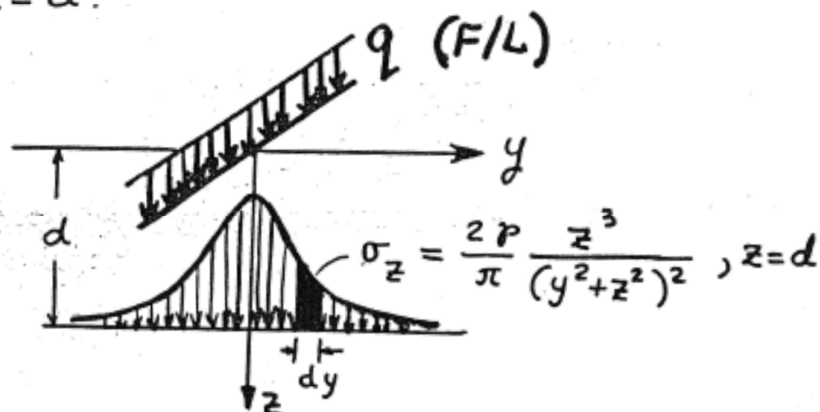


1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο $q(\text{kN/m})$

Αριθμητικές εφαρμογές

B.

Να υπολογιστεί η (ορθή) συνισταμένη των σ_z σε οριζόντιο επίπεδο με $z = d$.



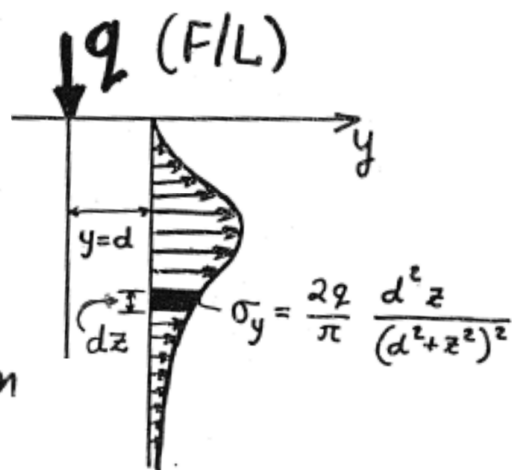
Η (ορθή) κατακόρυφη συνισταμένη δύναμη ανά μονάδα μήκους $x...$

$$\begin{aligned} \text{είναι} \quad 2 \int_0^\infty \sigma_z dy &= 2 \frac{2q}{\pi} \int_0^\infty \frac{z^3 dy}{(y^2 + z^2)^2} = \frac{4q}{\pi} \int_0^\infty \frac{d(y/z)}{[1 + (y/z)^2]^2} \\ &= \frac{2q}{\pi} \left[\arctan \frac{y}{z} + \frac{yz}{y^2 + z^2} \right]_0^\infty = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - 0 + 0 - 0 \right) \\ &= q \quad \text{δηλαδή ανεξάρτητη του βάθους} \end{aligned}$$

1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο $q(\text{kN/m})$

Αριθμητικές εφαρμογές

Γ. Να υπολογισθεί η συνισταμένη των σ_y σε καθεύροτο επίπεδο με $y=d$



ανά μονάδα μήκους x , η συνισταμένη δύναμη είναι

$$\int_0^{\infty} \sigma_y dz = \frac{2q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{d^2 z}{(d^2 + z^2)^2} dz = \frac{2qd^2}{\pi} \left[\frac{1}{2(d^2 + z^2)} \right]_0^{\infty}$$

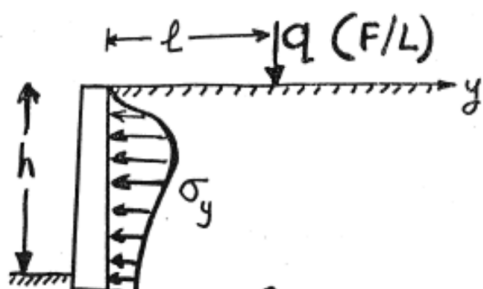
$$= \frac{q}{\pi} \text{ δηλ. και πάλι ανεξάρτητη της απόστασης } y=d$$

... ανεξάρτητη της d , όπως ισχύει ποιοτικά και για τη συνισταμένη των σ_z

1. Συγκεντρωμένο απειρόμηκες «γραμμικό» φορτίο $q(\text{kN/m})$

Αριθμητικές εφαρμογές

Δ. Να υπολογιστεί η συνισταμένη πλευρική ώθηση σε έναν αριστερά άμαρτο τοίχο (όπως φαίνεται στο σχήμα)



Εάν ο τοίχος ήταν σε θέση να παραμορφωθεί όπως αμυβίς και το έδαφος στήριξη αντίστοιχη θέση ενός ελαστικού κελύφους $\Rightarrow$

$$\sigma_y^* = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

Ο περιορισμός (δυσχέρεια) των μετακινήσεων που επιβάλλει η παρουσία του άμαρτου τοίχου οδηγεί σε αύξηση των οριζόντιων (πλευρικών) τάσεων.

Από παραμαρτικές μετρήσεις (και για τοίχους πρόσθετης ασφάλειας): $\sigma_y \approx 2\sigma_y^* \Rightarrow$

$$\text{Συνισταμένη } P_y = \int_0^h \frac{4q}{\pi} \frac{\ell^2 z dz}{(\ell^2 + z^2)^2} = \frac{2q/\pi}{1 + (\ell/h)^2}$$

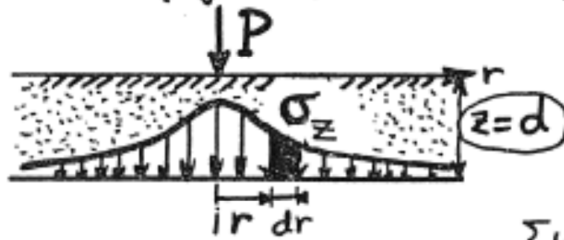
(Αν ο τοίχος $h \rightarrow \infty$, τότε $P_y \approx 2q/\pi$)

(ανά μονάδα μήκους)

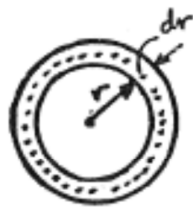
3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

Αριθμητικές εφαρμογές

Ε. Να υπολογιστεί η συνισταμένη των σ_z σε οριζόντιο επίπεδο με $z=d$.



Λόγω κυλινδρικής συμμετρίας:



$$\begin{aligned} \text{Συνισταμένη} &= \int_0^{\infty} \sigma_z (2\pi r dr) \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} \frac{3P}{2\pi d^2} \frac{r dr}{[1+r^2/d^2]^{5/2}} = P \end{aligned}$$

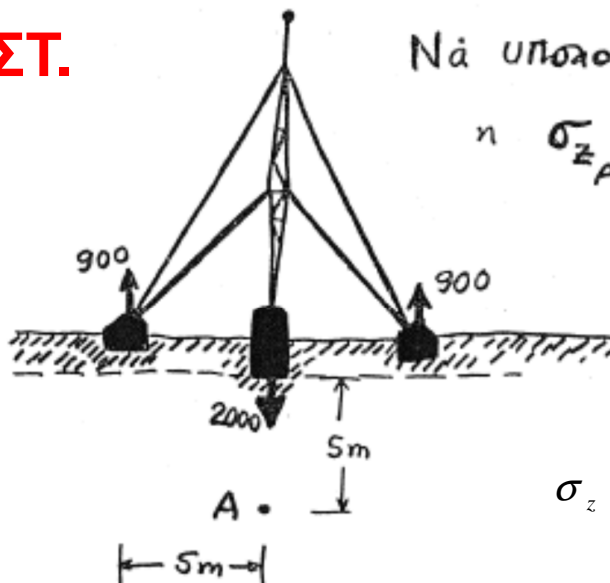
όπως ασφαλώς και αναμέναμε λόγω ισορροπίας!

... όπως ισχύει ποιοτικά και για τη συνισταμένη των σ_z σε γραμμικό q

3. Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο, P (kN)

Αριθμητικές εφαρμογές

ΣΤ.



Να υπολογιστεί κατά προσέγγιση η σ_{zA} .

Παραδοχές:

(1) τα ζρία φορτία είναι σημειακά

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi z^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

$$\text{Επαλληλία} \Rightarrow \sigma_{zA} = \frac{3 \times 2000}{2 \times \pi \times 5^2} + 2 \frac{3 \times (-900) \times 5^3}{2 \times \pi \times (5\sqrt{2})^5}$$

$$\approx 38.2 - 6.0 \approx 32.2 \text{ kPa}$$

4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

Αριθμητικές εφαρμογές

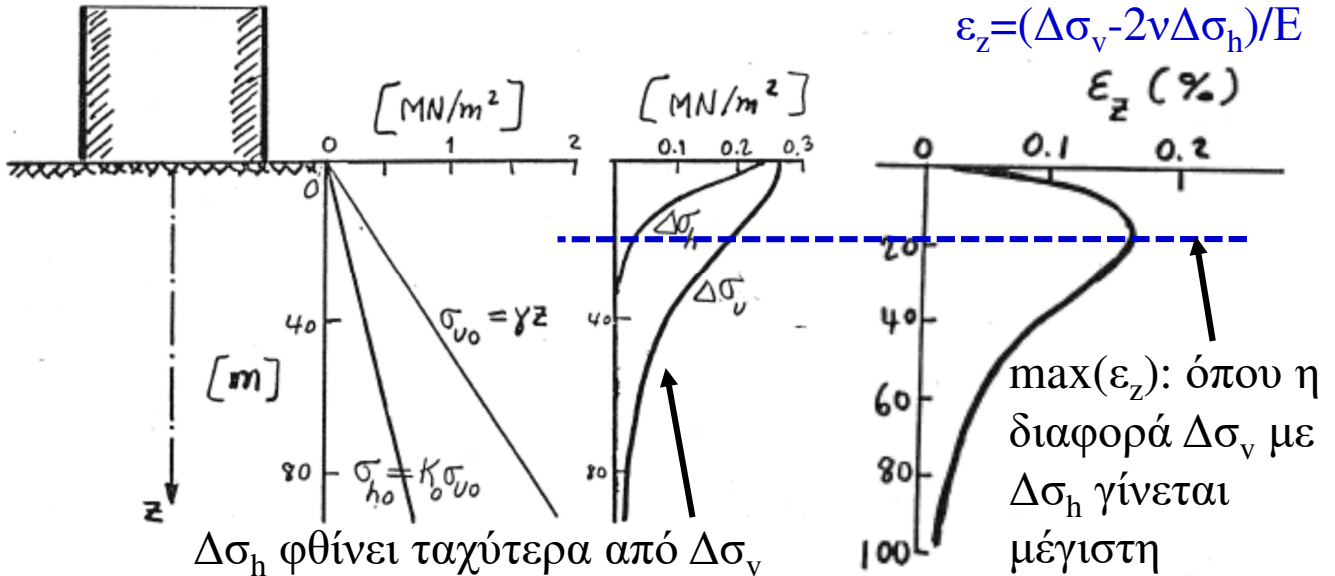
Ζ. Κυκλικής υδροφθης δεξαμενή πετρελαίου ($2R=46\text{ m}$, $υψος=40\text{ m}$, $p \approx 263\text{ kPa}$) εδράζεται σε έδαφος με $\gamma=20\text{ kN/m}^3$, $K_0=0.40$.

$$E = 96\text{ MN/m}^2, \quad \nu = 0.45$$

Άξονας συμμετρίας: τάσεις αρχικές + πρόσθετες

κατακ. παραμορφώσεις

$$\epsilon_z = (\Delta\sigma_v - 2\nu\Delta\sigma_h)/E$$



4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση p (kPa) σε κυκλική επιφάνεια

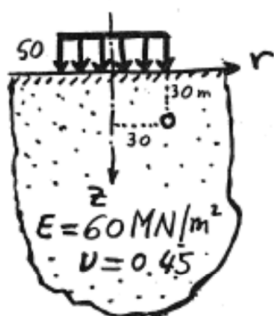
Αριθμητικές εφαρμογές

Η. Φορτίο 50 kN/m^2 κατανέμεται ομοιόμορφα σε επιφάνεια κύκλου ακτίνας 30 m .

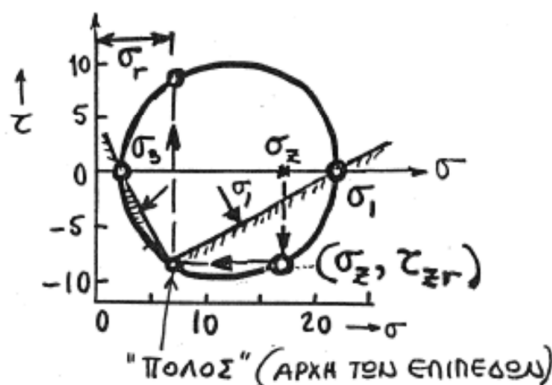
Ζητείται: Σε σημείο με $z=30\text{ m}$, $r=30\text{ m}$ να βρεθούν οι σ_r και οι διευθύνσεις των σ_1, σ_3 . Ποση η μέγιστη καθίζηση;

Επιπλέον ερώτημα της #4

(ως παράδειγμα εκτίμησης καθίζησης)



$$\left. \begin{array}{l} \frac{z}{R} = 1 \\ \frac{r}{R} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_z \approx 0.33 \times 50 = 16.5 \text{ kPa} \\ \sigma_1 \approx 0.45 \times 50 = 22.5 \text{ kPa} \\ \sigma_3 \approx 0.03 \times 50 = 1.5 \text{ kPa} \end{array}$$



Καθίζηση ($z=r=0$):

$$\delta_{\max} = \frac{2(1-\nu^2) R p}{E} = \frac{2(1-0.45^2) \times 30 \times 50}{60000} \approx 0.04\text{ m}$$