



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή ΗΜΜΥ, Σχολή ΕΜΦΕ

Μαθηματική Λογική, ακαδ. έτος 2024-25

Επιμέλεια ασκήσεων: Γ. Κολέτσος

1η σειρά γραπτών ασκήσεων

(προτασιακός λογισμός)

Άσκηση 1.

Ας θεωρήσουμε ότι συμβολίζουμε τις εξής προτάσεις της φυσικής γλώσσας με προτασιακές μεταβλητές:

Α σημαίνει “Η Λένα είναι ευτυχισμένη”.

Β σημαίνει “Η Λένα ζωγραφίζει έναν πίνακα”.

Γ σημαίνει “Ο Κώστας είναι ευτυχισμένος”.

Δώστε την τυπική μορφή των παρακάτω προτάσεων:

1. Εάν η Λένα δεν είναι ευτυχισμένη και ζωγραφίζει έναν πίνακα ο Κώστας είναι ευτυχισμένος.
2. Εάν η Λένα είναι ευτυχισμένη τότε αυτή ζωγραφίζει ένα πίνακα.
3. Η Λένα είναι ευτυχισμένη μόνο εάν ζωγραφίζει έναν πίνακα.
4. Ικανή συνθήκη για είναι η Λένα ευτυχισμένη είναι να ζωγραφίζει έναν πίνακα.

Άσκηση 2.

Αποδείξτε ότι η παρακάτω έκφραση είναι προτασιακός τύπος με παρουσίαση του δέντρου κατασκευής του.

$$(((\neg A) \rightarrow B) \vee ((\neg A) \rightarrow (B \wedge (\neg C))))$$

Άσκηση 3.

Το μήκος της έκφρασης $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n$ (όπου σ_i σύμβολο του αλφαβήτου) είναι n . Αποδείξτε ότι δεν είναι δυνατόν να έχουμε προτασιακούς τύπους με μήκος 2, 3 ή 6 και ότι κάθε άλλο μήκος είναι σωστό.

Άσκηση 4.

Γράψτε σε πολωνική γραφή τους προτασιακούς τύπους:

$$((A_3 \vee (\neg A_2)) \rightarrow ((\neg A_3) \vee A_4))$$

$$(\neg(A_{11} \rightarrow (A_1 \vee A_3)))$$