Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

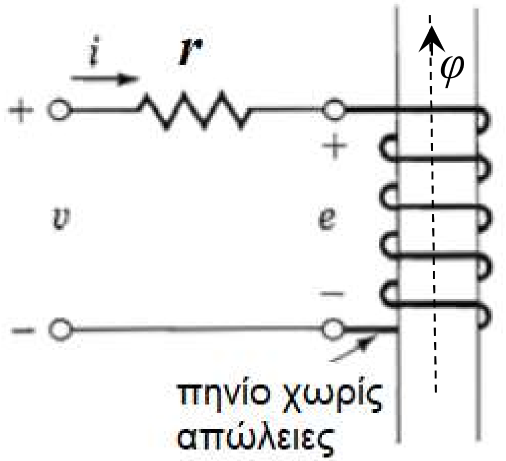
Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή Ενέργειας

Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου
Καθ. ΕΜΠ

Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή

- Μετατροπή ηλεκτρικής σε μηχανική ενέργεια και αντίστροφα
- Πραγματοποιείται μέσω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα ρεύματα που διαρρέουν τα πηνία της ηλεκτρομηχανικής διάταξης
- Αξιοποιείται:
  – σε ηλεκτρικές μηχανές (κινητήρες ή γεννήτριες)
  – ηλεκτρονόμους (ηλεκτρομηχανικούς)
  – ηλεκτρομαγνήτες
  – συσκευές μέτρησης (π.χ. αμπερόμετρα)
  – διατάξεις αυτοματισμού (βαλβίδες)

Ενέργεια και Συνενέργεια Μαγνητικού Πεδίου (Μαγνητικό κύκλωμα χωρίς κινούμενα μέρη)



Η ισχύς της πηγής ισούται με τη ισχύ που απορροφάται από το μαγνητικό πεδίο.

$$\left.\begin{aligned} p &= e \cdot i = \frac{dW_\pi}{dt} \\ e &= \frac{d\lambda}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad dW_\pi = i \cdot d\lambda \Rightarrow$$

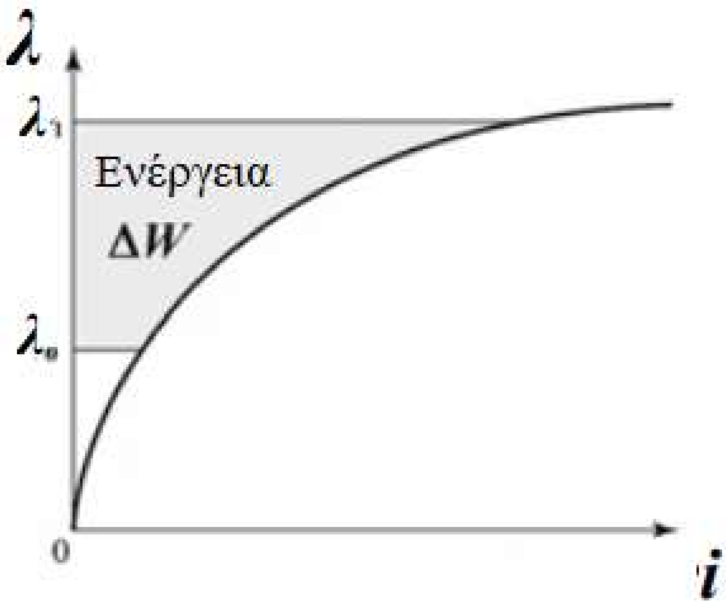
$$dW_\pi = i \cdot d(N\varphi) = Nid\varphi$$

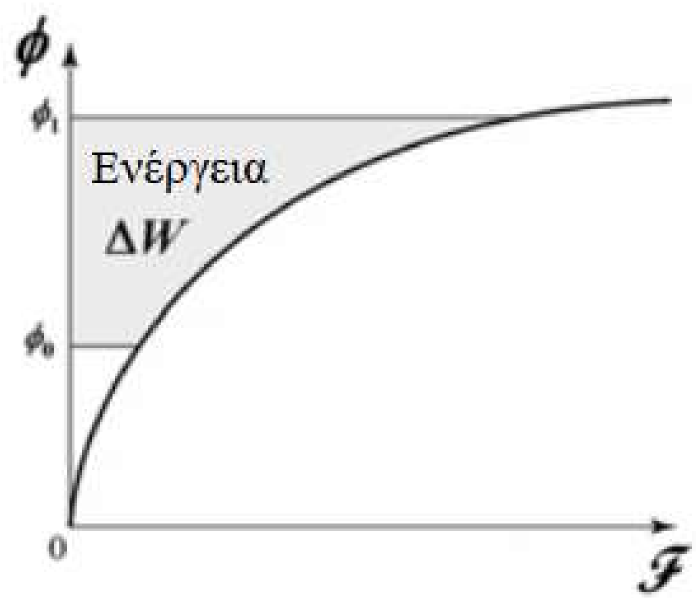
$$\boxed{dW_\pi = i \cdot d\lambda = \mathcal{F} \cdot d\varphi}$$

Άρα η ενέργεια του πεδίου είναι:

$$\Delta W_\pi = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} i(\lambda)d\lambda = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \mathcal{F}(\varphi)d\varphi$$

$$W_\pi = \int_0^{\lambda} i(\lambda)d\lambda = \int_0^{\varphi} \mathcal{F}(\varphi)d\varphi$$

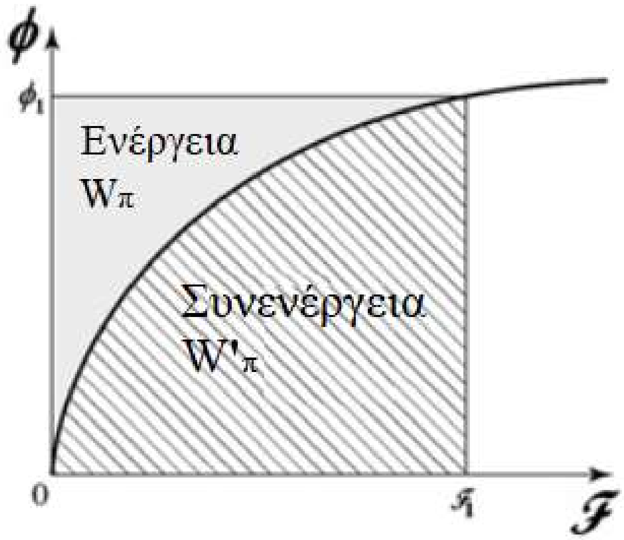




Συνενέργεια

Ορισμός συνενέργειας:

$$W_\pi + W'_\pi = i\lambda$$



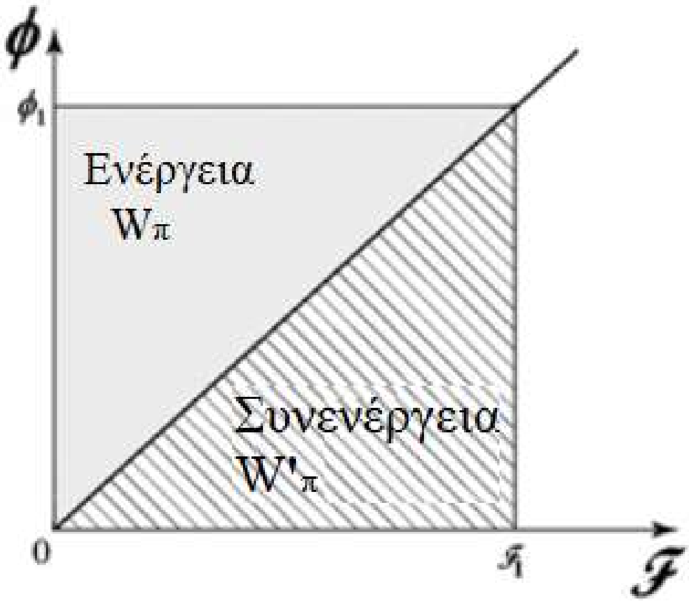
Η συνενέργεια δεν έχει φυσικό νόημα. Εξυπηρετεί στον υπολογισμό της δύναμης ή της ροπής που αναπτύσσει το πεδίο.

$$W_\pi + W'_\pi = i\lambda \Rightarrow W'_\pi = i\lambda - W_\pi \Rightarrow$$
$$dW'_\pi = id\lambda + \lambda di - dW_\pi$$

Επειδή $dW_\pi = id\lambda$:

$$dW'_\pi = \lambda di = \varphi d\mathcal{F}$$

Γραμμικά Υλικά



Γραμμικά Υλικά

$\lambda = Li$

$\mathcal{F} = \mathcal{R}\varphi$

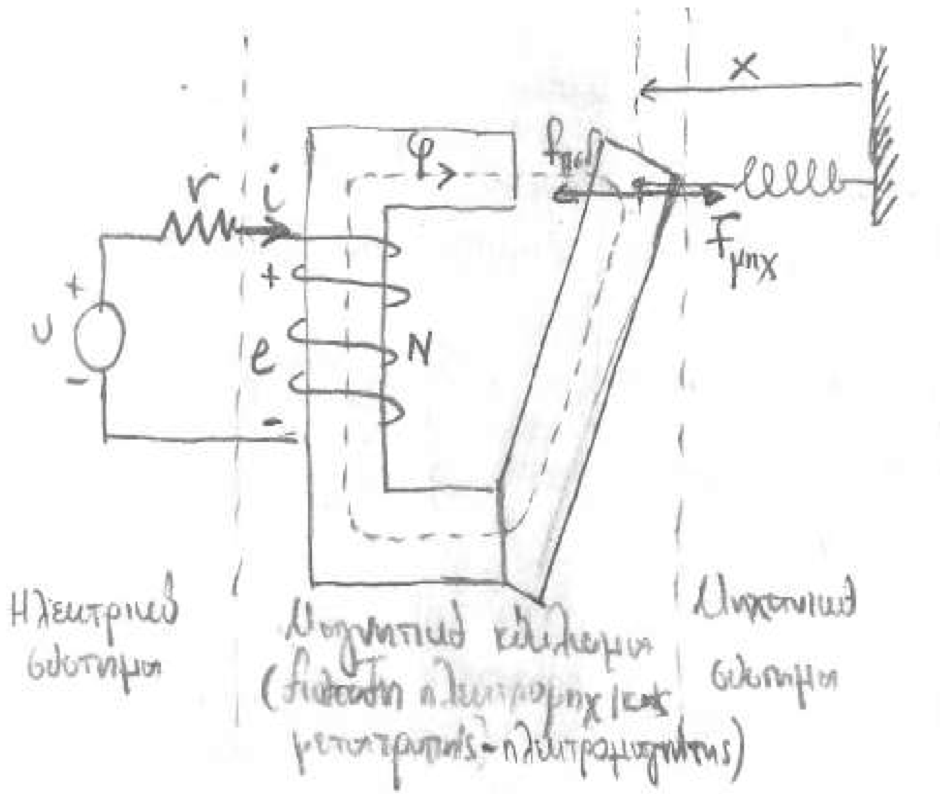
με L, $\mathcal{R}$ σταθερά

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2}\lambda i = \frac{1}{2}\mathcal{F}\varphi \Rightarrow$$

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\mathcal{R}\varphi^2$$

Μαγνητικό Κύκλωμα με Κινούμενο Οπλισμό



$$dW_e = dW_\pi + dW_m \ (1)$$

Εισερχόμενη ηλεκτρική ενέργεια

Αύξηση ενέργειας μαγνητικού πεδίου

Παραγόμενο μηχανικό έργο

Οι τρεις όροι ενσωματώνουν και τις αντίστοιχες απώλειες

$$dW_e = P_e dt = e \cdot i \cdot dt = \frac{d\lambda}{dt} i dt \rightarrow dW_e = i d\lambda \ (2)$$

$$dW_m = f_\pi dx \ (3)$$

Η f_π λαμβάνεται θετική, όταν τείνει να αυξήσει την απόσταση x.

Η απόσταση x μετράται από κάποιο σταθερό σημείο.

$$(1) \xRightarrow{(2),(3)} dW_\pi = i d\lambda - f_\pi dx \ (4)$$

Εάν η ενέργεια πεδίου εκφραστεί ως συνάρτηση των λ, x τότε:

$$W_\pi = W_\pi(\lambda, x) \rightarrow dW_\pi = \frac{\partial W_\pi(\lambda, x)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_\pi(\lambda, x)}{\partial x} dx \ (5)$$

Αντιπαραβάλλοντας τις $(4), (5)$

$$\boxed{f_\pi = -\frac{\partial W_\pi(\lambda, x)}{\partial x}} \qquad \boxed{i = \frac{\partial W_\pi(\lambda, x)}{\partial \lambda}}$$

Χρησιμοποιώντας τη συνενέργεια:

$$W'_\pi = \lambda i \; - W_\pi \Rightarrow dW'_\pi = \lambda di + id\lambda - (id\lambda - f_\pi dx) \rightarrow dW'_\pi = \lambda di + f_\pi dx$$

Εάν η συνενέργεια του πεδίου εκφραστεί ως συνάρτηση των i, x τότε:

$$W'_\pi = W'_\pi(i,x) \rightarrow dW'_\pi = \frac{\partial W'_\pi(i,x)}{\partial i} di + \frac{\partial W'_\pi(i,x)}{\partial x} dx \; ^{(**)}$$

$^{(**)} W'_\pi = \int_0^i \lambda(i) di \rightarrow W'_\pi = W'_\pi(i,x)$ όπου η εξάρτηση από τη θέση x δεδομένη αφού καθορίζει τη μαγνητική αντίσταση του κυκλώματος και άρα τη ροή φ και λ για συγκεκριμένη διέγερση i.

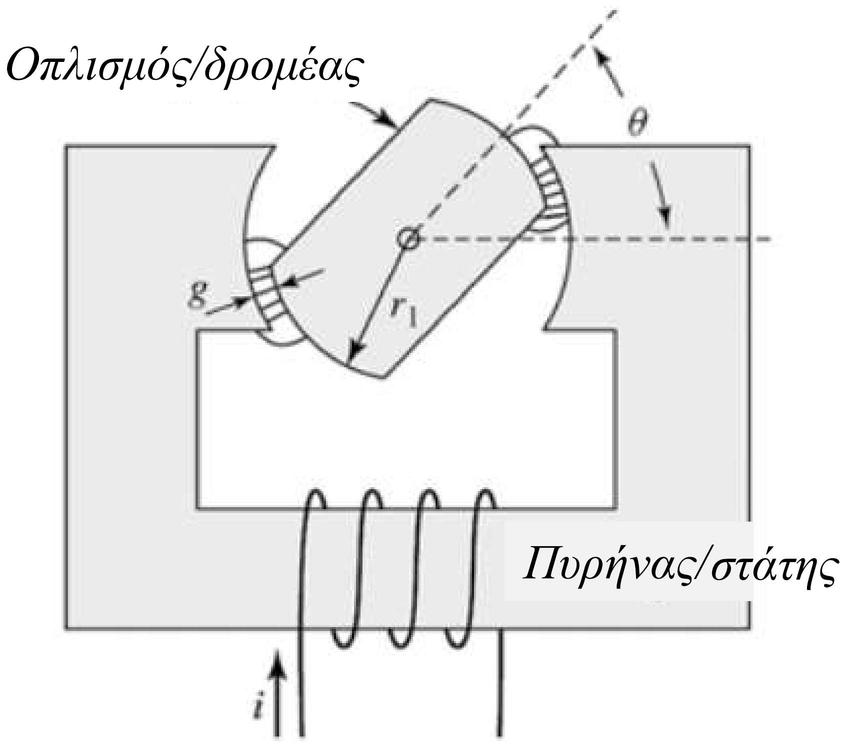
Αντιπαραβάλλοντας προκύπτει:

$$f_\pi = + \frac{\partial W'_\pi(i,x)}{\partial x}$$

$$\lambda = \frac{\partial W'_\pi(i,x)}{\partial i}$$

Συχνά εξυπηρετεί η σχέση της συνενέργειας, διότι είναι ευκολότερο να εκφραστεί η συνενέργεια συναρτήσει της διέγερσης i του κυκλώματος

Περιστροφική Κίνηση



$$dW_m = T_\pi d\theta$$

Αντί για δύναμη f_π και μετατόπιση x, έχουμε ροπή T_π και γωνία θ.

$$\boxed{T_\pi = -\frac{\partial W_\pi(\lambda,\theta)}{\partial\theta} = +\frac{\partial W'_\pi(i,\theta)}{\partial\theta}}$$

Καθορισμός φοράς f_π ή T_π:

- Επιλέγεται αυθαίρετα η κατεύθυνση θετικής μετατόπισης x ή θ.
- Αν προκύψει θετική f_π ή T_π τότε αυτή είναι προς την κατεύθυνση $+x$ ή $+\theta$.
- Αυτό συμβαίνει γιατί θεωρήσαμε το έργο ως $dW_m = f_\pi dx$, θετικό όταν η f_π τείνει να αυξήσει τη μετατόπιση x (και αντίστοιχα η ροπή T_π τη γωνία θ).

Γραμμικό Κύκλωμα

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2}\lambda i = \frac{1}{2}\mathcal{F}\varphi = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\mathcal{R}\varphi^2$$

όπου $L = L(x)$ και $\mathcal{R} = \mathcal{R}(x)$

$$f_\pi = \frac{\partial W'_\pi(i,x)}{\partial x} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL(x)}{dx}$$

$$f_\pi = -\frac{\partial W_\pi(\lambda,x)}{\partial x} = -\frac{1}{2}\varphi^2\frac{d\mathcal{R}(x)}{dx}$$

Ομοίως:

$$T_\pi = \frac{1}{2}i^2\frac{dL(\theta)}{d\theta} = -\frac{1}{2}\varphi^2\frac{d\mathcal{R}(\theta)}{d\theta}$$

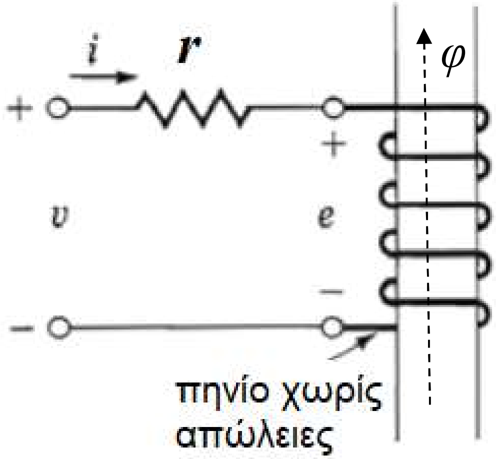
Διαπιστώσεις

- Για σταθερή διέγερση i, η αναπτυσσόμενη δύναμη ή ροπή τείνει να αυξήσει την ενέργεια του πεδίου (τη συνενέργεια πρωτογενώς, αλλά $W_\pi = W_\pi'$ στα γραμμικά υλικά).

- Η αναπτυσσόμενη δύναμη ή ροπή τείνει να αυξήσει την αυτεπαγωγή και να μειώσει τη μαγνητική αντίσταση $\mathcal{R}$ του κυκλώματος

Η αναπτυσσόμενη δύναμη ή ροπή τείνει να «κλείσει» τα διάκενα αέρα της διάταξης

Ανάπτυξη Τάσεως



$$u = ri + e = ri + \frac{d\lambda}{dt}$$

$$\lambda = \lambda(i, x)$$

$$u = ri + \underbrace{\frac{\partial \lambda}{\partial i}\frac{di}{dt}}_{} + \underbrace{\frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{dx}{dt}}_{}$$

Τάση Μετασχηματιστή *(δεν απαιτεί κίνηση, αλλά μόνο μεταβολή ρεύματος)*

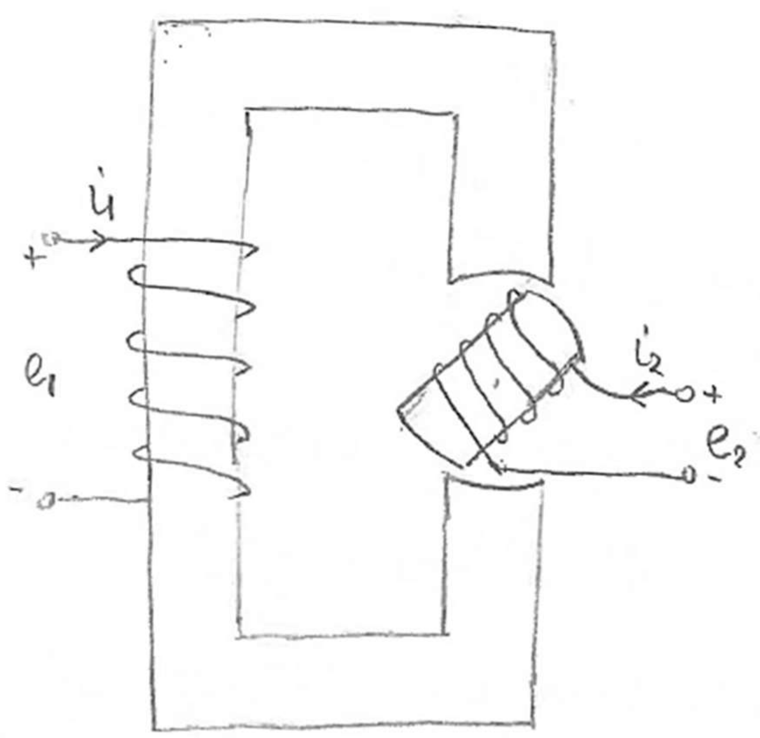
Τάση Ταχύτητας *(δεν απαιτεί μεταβολή ρεύματος, αλλά κίνηση)*

Στα Γραμμικά Υλικά: $\lambda = L(x) \cdot i$. Άρα:

$$u = ri + L\frac{di}{dt} + i\frac{\partial L}{\partial x}\frac{dx}{dt}$$

$$u = ri + L\frac{di}{dt} + i\frac{\partial L}{\partial \theta}\frac{d\theta}{dt}$$

Σύστημα Διπλής Διέγερσης



Ενεργειακό Ισοζύγιο:

$$dW_e = e_1 i_1 dt + e_2 i_2 dt = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$= dW_\pi + dW_m = dW_\pi + T_e d\theta \qquad \Rightarrow$$

$$dW_\pi = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_e d\theta$$

Συνενέργεια:

$$W_\pi' = (i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2) - W_\pi$$

Άρα

$$dW_\pi' = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_e d\theta$$

Δεδομένου ότι η ολική ενέργεια και συνενέργεια του πεδίου είναι συνάρτηση των ρευμάτων διέγερσης i_1, i_2 ή ισοδύναμα των πεπλεγμένων ροών λ_1, λ_2 και της θέσης θ, τα ολικά διαφορικά dW_π και dW'_π γράφονται:

$$dW_\pi = \frac{\partial W_\pi(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_\pi(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_\pi(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} d\theta$$

$$dW'_\pi = \frac{\partial W'_\pi(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial W'_\pi(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} di_2 + \frac{\partial W'_\pi(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} d\theta$$

οπότε με αντιπαραβολή:

$$T_e = -\frac{\partial W_\pi(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} = +\frac{\partial W'_\pi(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta}$$

Γραμμικό Σύστημα

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 = L_{11} i_1 + M i_2$$
$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 = M i_1 + L_{22} i_2$$

Από το διαφορικό dW_π, θέτοντας $d\theta = 0$ (χωρίς μηχανική μετακίνηση), η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$W_\pi = \int_0^{\lambda_1,\lambda_2} (i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2) = \int_0^{i_1} i_1 L_{11} di_1 + \int_0^{i_2} i_2 L_{22} di_2 + \int_0^{i_1 i_2} M d(i_1 i_2) \Rightarrow$$

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + M i_1 i_2$$

Συνεπώς:

$$\boxed{T_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}}$$

Από το διαφορικό dW_π, θέτοντας $d\theta = 0$ (χωρίς μηχανική μετακίνηση), η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$W_\pi = \int_0^{\lambda_1,\lambda_2} (i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2) = \int_0^{i_1} i_1 L_{11} di_1 + \int_0^{i_2} i_2 L_{22} di_2 + \int_0^{i_1 i_2} M d(i_1 i_2) \Rightarrow$$

$$\boxed{W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + M i_1 i_2}$$

Συνεπώς:

$$\boxed{T_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}}$$

Αν χρησιμοποιούσαμε τις σχέσεις $i = i(\lambda)$ θα βρίσκαμε:

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2} \frac{L_{22}}{\Delta} \lambda_1^2 + \frac{1}{2} \frac{L_{11}}{\Delta} \lambda_2^2 - \frac{M}{\Delta} \lambda_1 \lambda_2$$

Γραμμικό Σύστημα

Εναλλακτικά:

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 = L_{11}i_1 + Mi_2$$
$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 = Mi_1 + L_{22}i_2$$

ή ισοδύναμα:

$$i_1 = \frac{L_{22}}{\Delta}\lambda_1 - \frac{M}{\Delta}\lambda_2$$
$$i_1 = -\frac{M}{\Delta}\lambda_1 - \frac{L_{11}}{\Delta}\lambda_2$$

όπου

$$\Delta = L_{11}L_{22} - M^2$$

Και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $i = i(\lambda)$:

$$W_\pi = W'_\pi = \frac{1}{2}\frac{L_{22}}{\Delta}\lambda_1^2 + \frac{1}{2}\frac{L_{11}}{\Delta}\lambda_2^2 - \frac{M}{\Delta}\lambda_1\lambda_2$$

Ανάπτυξη τάσεως

$$u_1 = r_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = r_1 i_1 + \frac{d}{dt}(L_{11} i_1 + M i_2) = r_1 i_1 + \underbrace{L_{11}\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}}_{\text{Όροι Μετασχηματιστή}} + \underbrace{\left(i_1\frac{dL_{11}}{d\theta} + i_2\frac{dM}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt}}_{\text{Όροι Ταχύτητας}}$$

$$u_2 = r_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = r_2 i_2 + \frac{d}{dt}(L_{22} i_2 + M i_1) = r_2 i_2 + \overbrace{M\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}} + \overbrace{\left(i_1\frac{dM}{d\theta} + i_2\frac{dL_{22}}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt}}$$

Σύστημα *N* Διεγέρσεων

$$dW_\pi = \sum_j i_j d\lambda_j - T_e d\theta$$

$$dW'_\pi = \sum_j \lambda_j di_j + T_e d\theta$$

$$W'_\pi = \sum_j i_j \lambda_j - W_\pi$$

$$W_\pi = \int \sum_j i_j d\lambda_j \, , d\theta = 0$$

$$T_e = -\frac{\partial W_\pi(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N, \theta)}{\partial \theta} = +\frac{\partial W'_\pi(i_1, i_2, \dots, i_N, \theta)}{\partial \theta}$$

Για γραμμικό σύστημα:

$$W_\pi(i_1, i_2, \dots, i_N, \theta) = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} L_{mn} i_m i_n$$

$$T_e = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} i_m i_n \frac{dL_{mn}}{d\theta}$$

$$u_j = r_j i_j + \frac{d\lambda_j}{dt} = r_j i_j + \frac{d}{dt}\left(\sum_{k=1}^{N} L_{jk} i_k\right) = r_j i_j + \sum_{k=1}^{N} L_{jk}\frac{di_k}{dt} + \left(\sum_{k=1}^{N} i_k \frac{dL_{jk}}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt}$$