Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

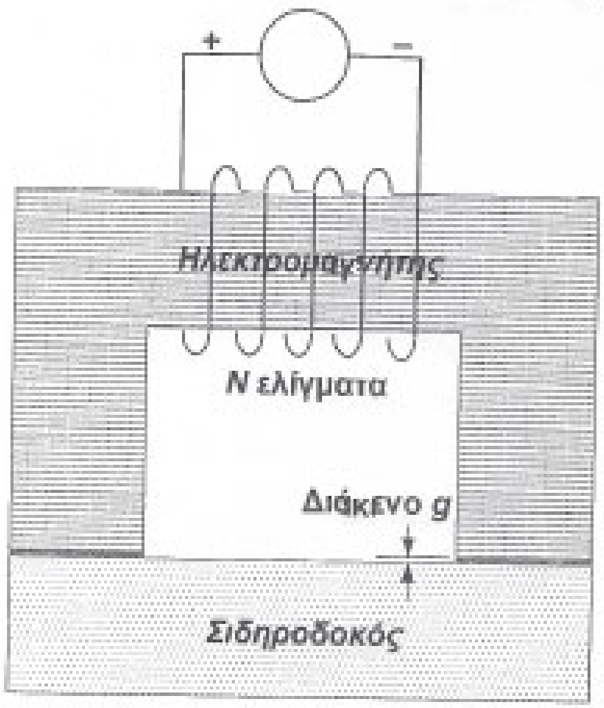
Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή Ενέργειας

Ασκήσεις

Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου

Καθ. ΕΜΠ

Άσκηση



Ο ηλεκτρομαγνήτης του σχήματος τροφοδοτείται από πηγή ΣΡ με μέγιστη ικανότητα παροχής ρεύματος I_{max}=2 A, προκειμένου να ανυψώσει σιδηροδοκό βάρους F_B=10 kN. Η διατομή του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη είναι A=250 cm^2. Το διάκενο μεταξύ της δοκού και του πυρήνα είναι g=1 mm και μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφο. Τα σιδηρομαγνητικά υλικά θεωρούνται ιδανικά, η θυσάνωση του πεδίου στα διάκενα αγνοείται και η όλη διάταξη είναι ακίνητη.

Ζητείται να προσδιοριστεί η αντίσταση του μαγνητικού κυκλώματος, ο ελάχιστος απαιτούμενος αριθμός ελιγμάτων του πηνίου του ηλεκτρομαγνήτη και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.

Λύση

α)

$$\mathcal{R} = 2\mathcal{R}_g = 2 \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{g}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 250 \cdot 10^{-4}} = 6{,}366 \cdot 10^4 \, \frac{A\varepsilon}{Wb}$$

β)

$$L(g) = \frac{N^2}{\mathcal{R}(g)} = \frac{N^2 \mu_0 A}{2g}$$

$$F(g) = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L_g}{\partial g} = -\frac{\mu_0 A}{4g} (NI)^2 \geq F_B \rightarrow (NI)_{min} = \frac{2}{\sqrt{\mu_0}} g \sqrt{\frac{F_B}{A}} = 1128 \, A\varepsilon$$

$$N_{min} = \frac{1128}{2} = 564 \; \varepsilon\lambda\iota\gamma\mu.$$

γ)

$$W_\pi = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{(NI)^2 \mu_0 A}{2g} = \frac{\mu_0 A}{4g} \cdot \frac{4g^2 F_B}{\mu_0 A} = g F_{\mathrm{B}} = 10 \, J$$

Άσκηση

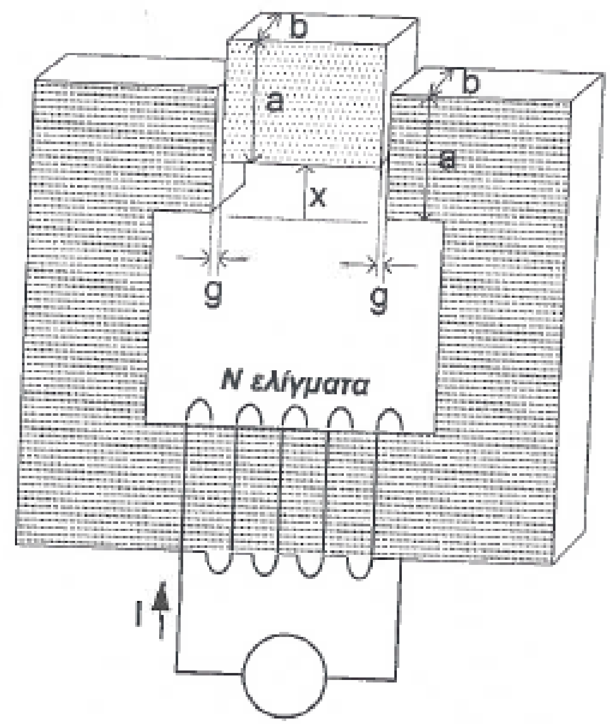
Οι γεωμετρικές διαστάσεις πυρήνα, οπλισμού και διακένων του ηλεκτρονόμου του σχήματος είναι a=b=2 cm, g=2 mm *και η* κίνηση του οπλισμού πραγματοποιείται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Το πηνίο της διάταξης διαθέτει N=1000 *ελίγματα και* τροφοδοτείται από πηγή ΣΡ με σταθερή ένταση I=2 A. Θεωρώντας ιδανικά τα σιδηρομαγνητικά υλικά και υποθέτοντας ότι η μαγνητική ροή περιορίζεται στα διάκενα μήκους g, *να* υπολογιστούν:

α) Το μέτρο και η φορά της δύναμης που ασκείται στον οπλισμό.

επαγωγής στον πυρήνα

β) Η μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής και η αντίστοιχη τιμή της μετατόπισης x.

γ) Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ στο πηνίο όταν ο οπλισμός κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα 0.5 m/s, ενώ η ένταση του ρεύματος στο πηνίο διατηρείται σταθερή.



Λύση

α)

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

$$\mathcal{R} = 2\mathcal{R}_g = 2 \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{g}{A_g} \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{g}{(a-x)b} \to L = \frac{\mu_0 N^2 b}{2g}(a-x)$$

$$F = -\frac{\mu_0 N^2 I^2 b}{4g}$$

$$F = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -4\pi\ N$$

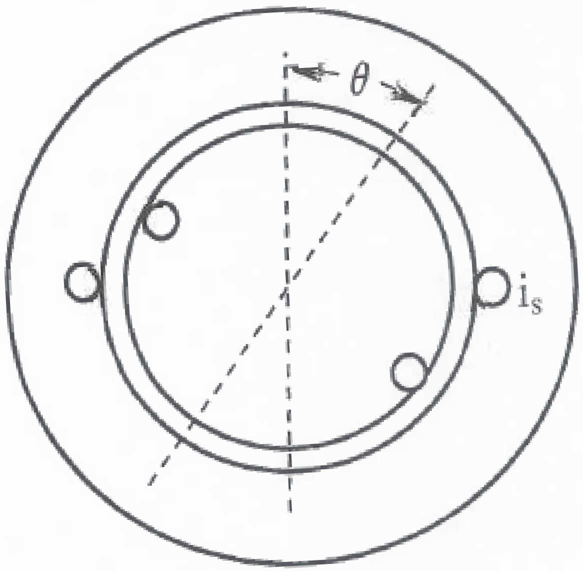
β)

$$B_{max} = \frac{\Phi_{max}}{ab} = \frac{NI}{2ab\mathcal{R}_{gmin}} = \frac{\mu_0 NI}{2g} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 2}{4 \cdot 10^{-3}} = 0{,}2\pi\ T$$

γ)

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{dx}{dt} = I\frac{dL}{dx}\frac{dx}{dt} = -\frac{\mu_0 N^2 bI}{2g}\frac{dx}{dt} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 0{,}5 = 2\pi\ V$$

Άσκηση



Η συσκευή ηλεκτρομηχανικής μετατροπής του σχήματος φέρει σταθερό μέρος (στάτη) και κινητό μέρος (δρομέα) κατασκευασμένα από σιδηρομαγνητικό υλικό του οποίου η διαπερατότητα μπορεί να θεωρηθεί άπειρη και χωρίζονται από σταθερό διάκενο. Η συσκευή περιλαμβάνει δύο συγκεντρωμένα τυλίγματα: ένα στον στάτη με αριθμό ελιγμάτων $N_s = 1000$ και ένα στο δρομέα με αριθμό ελιγμάτων $N_r = 100$. Η αλληλεπαγωγή των δύο τυλιγμάτων μεταβάλλεται κατά την περιστροφή του δρομέα ως εξής: $L_{sr}(\theta)=M\cos(\theta)$ με $M = 10$ mH. Ζητούνται:

α) Η τιμή της μαγνητικής αντίστασης μαγνητίσεως για $\theta = 0$.

β) Η πεπλεγμένη ροή του στάτη για $\theta = 0$, $i_r = 10$ A, $i_s = 0$.

γ) Η στιγμιαία τιμή της αναπτυσσόμενης ηλεκτρομαγνητικής ροπής συναρτήσει των i_r , i_s , θ.

δ) Εάν $i_r = I_r$, $i_s = I_r$ (συνεχή ρεύματα) να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας και να χαρακτηρισθεί η ευστάθειά τους.

Λύση

α)

$$R = \frac{N_s N_r}{M} = \frac{1000 \cdot 100}{M} = 10^7 \frac{A\varepsilon}{Wb}$$

β)

$$\lambda_s = L_{sr} I_r = 0{,}1\, Wb$$

γ)

$$T_\pi = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = -M i_s i_r sin\theta$$

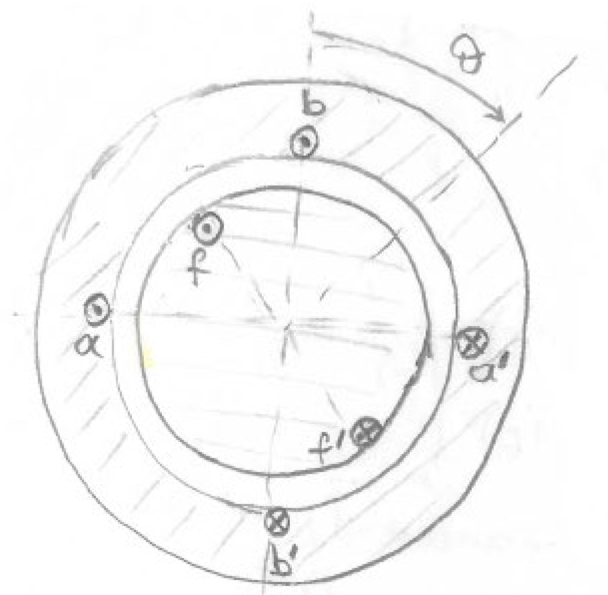
$$T = 0 \rightarrow \theta_1 = 0 \text{ και } \theta_2 = 0$$

δ)

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r cos\theta \text{ για } \theta = 0,\ \frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r < 0 \text{ ευσταθής}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r cos\theta \text{ για } \theta = \pi,\ \frac{\partial T}{\partial \theta} = M I_s I_r > 0 \text{ ασταθής}$$

Παράδειγμα: Η διφασική Μηχανή



$$L_{aa} = L_{bb} = L_s = σταθ.$$
$$L_{ff} = L_f = σταθ.$$
$$L_{af} = M cos θ$$
$$L_{bf} = M sin θ$$
$$L_{ab} = 0$$

αφού τα πεδία των φάσεων a, b είναι κάθετα μεταξύ τους.

r_s η αντίσταση τυλίγματος στάτη

α) $T = T(\theta)$;

β) $\theta = σταθ$. (δρομέας ακίνητος) $I_a = 5\ A, I_b = 5\ A, I_f = 10\ A$. Πώς θα κινηθεί ο δρομέας;

γ) $I_f = σταθ.\ i_a = \sqrt{2} I cos\omega t,\ i_b = \sqrt{2} I sin\omega t,\ \theta = \omega t - \delta$: η θέση του άξονα του πεδίου δρομέα ως προς άξονα φάσης α. Ποια η μέση ροπή $\bar{T}$?

δ) Για το (γ) ποιες οι $U_a(t), U_b(t)$;

Λύση

α)

$$T = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_f^2 \frac{dL_{ff}}{d\theta} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\theta} + i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta} \rightarrow$$

$$T = i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta}$$

$$T = M i_f (i_b cos\theta - i_a sin\theta)$$

Γενική έκφραση στιγμιαίας ροπής.

β)

$$T = M I_f (I_b cos\theta - I_a sin\theta) = 50M(cos\theta - sin\theta)$$

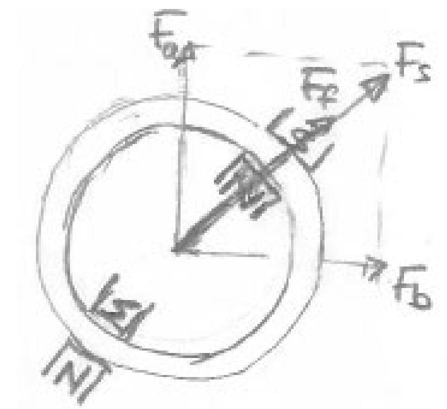
$T \neq 0$ εκτός αν $cos\theta = sin\theta \Rightarrow \theta = 45°$ ή $\theta = 225°$. Θέσεις ισορροπίας.

$$\frac{dT}{d\theta} = -50M(sin\theta + cos\theta) \Rightarrow \begin{cases} \theta = 45°: \frac{dT}{d\theta} < 0 & \text{Ευσταθής} \\ \theta = 225°: \frac{dT}{d\theta} > 0 & \text{Ασταθής} \end{cases}$$

Άρα ευσταθής ισορροπία στις $45°$.

Εκεί τα πεδία στάτη-δρομέα ευθυγραμμίζονται.

Στις $225°$ ίδια διεύθυνση, αλλά αντίθετες φορές



γ)

$$T = \sqrt{2} M I I_f [sin\omega t \cdot \cos(\omega t - \delta) - cos\omega t \cdot \sin(\omega t - \delta)]$$

Άρα:

$$T = \sqrt{2} M I I_f sin\delta = \bar{T} \rightarrow T \sim F_s F_r sin\delta_{sr}$$

<u>Διαπιστώσεις</u>

- Σύγχρονη 2Φ μηχανή: Παράγει $\bar{T} \neq 0$ για $\omega_m = \omega_s$
- $T(t) = \bar{T} \rightarrow$ δεν υπάρχει πάλμωση: χαρακτηριστικό των πολυφασικών μηχανών
- **Κινητήρας** για $\delta > 0$ (πεδίο δρομέα έπεται του στάτη)
- **Γεννήτρια** για $\delta < 0$ (πεδίο δρομέα προηγείται του στάτη)
- $T_{max} = \sqrt{2} M I I_f$: ροπή αποσυγχρονισμού (μέγιστη ροπή)

δ)

$$u_a = r_a i_a + \frac{d\lambda_\alpha}{dt} = r_s i_a + \frac{d}{dt}\left(L_s i_a + L_{af} i_f\right)$$
$$u_b = r_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} = r_s i_b + \frac{d}{dt}\left(L_s i_b + L_{bf} i_f\right)$$

Άρα

$$u_a = \sqrt{2} r_s I cos\omega t - \sqrt{2}\omega L I sin\omega t - \omega M I_f \sin(\omega t - \delta)$$
$$u_b = \sqrt{2} r_s I sin\omega t + \sqrt{2}\omega L I cos\omega t + \omega M I_f \cos(\omega t - \delta)$$

όροι $R \cdot I$
ωμική πτώση τάσης

όροι $L\frac{di}{dt}$
τάσεις Μ/Σ

όροι $i\frac{dL}{dt}$
τάσεις ταχύτητας

Χρήσιμες Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

$$sinAsinB = \frac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$cosAcosB = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

$$sinAcosB = \frac{1}{2}[\sin(A-B) + \sin(A+B)]$$

$$sinA + sinB = 2\sin\frac{A+B}{2} \cdot cos\frac{A-B}{2}$$

$$sinA - sinB = 2\sin\frac{A-B}{2} \cdot cos\frac{A+B}{2}$$

$$cosA + cosB = 2\cos\frac{A+B}{2} \cdot cos\frac{A-B}{2}$$

$$cosA - cosB = 2\sin\frac{A+B}{2} \cdot sin\frac{B-A}{2}$$

$$sin2A = 2sinAcosA$$

$$cos2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$$

$$tan2A = \frac{2tanA}{1-\tan^2 A}$$