



Μάθημα: ΦΥΣΙΚΗ Ι
Εργασία: Αδρανειακές Δυνάμεις



1^ο Εξάμηνο

1_{εξ}

Ιανουάριος 2022

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΠΑΠΑΔΟΜΑΡΚΑΚΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: κος ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΣΙΓΑΡΙΔΑΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σκοπός, Περίληψη, Abstract.....σελ. 3	σελ. 3
Αδρανειακά συστήματα αναφοράς τί είναι;.....σελ. 4	σελ. 4
Αδρανειακές δυνάμεις, ποιες είναι και που τις συναντάμε;.....σελ.5	σελ.5
Η δύναμη d' Alembert..... σελ. 5	σελ. 5
Η φυγόκεντρος δύναμη.....σελ. 6	σελ. 6
Η δύναμη Coriolis.....σελ. 8	σελ. 8
Συνέπειες της δύναμης Coriolis.....σελ. 11	σελ. 11
Η δύναμη Euler.....σελ. 12	σελ. 12
Παραδείγματα και εφαρμογές με την φυγόκεντρο δύναμη , την δύναμη Coriolis και την δύναμη d' Alembert, σε τρία συστήματα αναφοράς, όχι αδρανειακά...σελ 14-27	σελ 14-27
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....σελ. 28	σελ. 28

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να καταλάβουμε τα αδρανειακά συστήματα και δυνάμεις μέσα από παραδείγματα και εφαρμογές, μια που τα βιώνουμε στην καθημερινότητά μας και εντούτοις περνούν απαρατήρητα.

Περίληψη

Στο πρώτο μέρος αυτής της εργασίας εξετάζουμε τα αδρανειακά συστήματα και δυνάμεις. Αυτές είναι η φυγόκεντρος δύναμη, η δύναμη d' Alembert, η δύναμη Coriolis και η δύναμη Euler.

Στο δεύτερο μέρος εξετάζουμε εφαρμογές αδρανειακών δυνάμεων σε μη αδρανειακά συστήματα.

Abstract

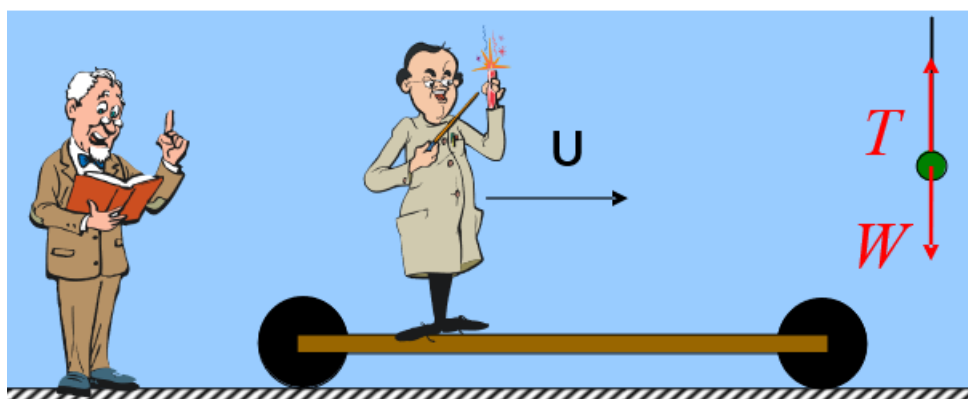
At the first part of the assignment, we are examining the inertial systems and forces. The inertial forces are the centrifuge force, the d' Alembert force, the Coriolis force and the Euler force.

At the second part of this assignment, we are examining applications of the inertial systems on non -inertial systems.

Α μέρος**Αδρανειακά συστήματα αναφοράς τί είναι;**

Αδρανειακό είναι ένα σύστημα αναφοράς όταν ο παρατηρητής του διαπιστώνει την ισχύ του Α' νόμου του Νεύτωνα. Αν ένα σύστημα αναφοράς κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς είναι και αυτό αδρανειακό.

Με τα παρακάτω παραδείγματα θα εξετάσουμε τον παραπάνω ορισμό:

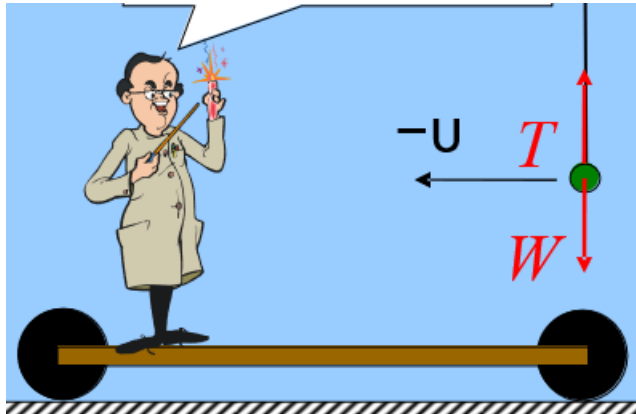


Οι δύο κύριοι παρατηρούν το κρεμασμένο ακίνητο μπαλάκι. Ο επί του οχήματος κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα u . Τι θα διαπιστώσουν;

Ο ακίνητος βλέπει το μπαλάκι ακίνητο και τη συνισταμένη των δυνάμεων μηδέν. Κάθε σώμα διατηρεί την ταχύτητά του εφ' όσον η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι μηδέν. Ήταν ακίνητο και θα παραμείνει ακίνητο. Ισχύει ο Α' νόμος του Νεύτωνα.



Ο κινούμενος θεωρεί τον εαυτό του ακίνητο και το μπαλάκι κινούμενο με ταχύτητα $-u$. Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι και γι' αυτόν μηδέν. Σύμφωνα με τον Α' νόμο του Νεύτωνα θα συνεχίσει να κινείται με αυτήν την ταχύτητα.



Συμπέρασμα:

Και οι δύο παρατηρητές διαπιστώνουν την ισχύ του Α' νόμου του Νεύτωνα. Και των δύο τα συστήματα αναφοράς είναι αδρανειακά.

Αδρανειακές δυνάμεις, ποιες είναι και που τις συναντάμε;

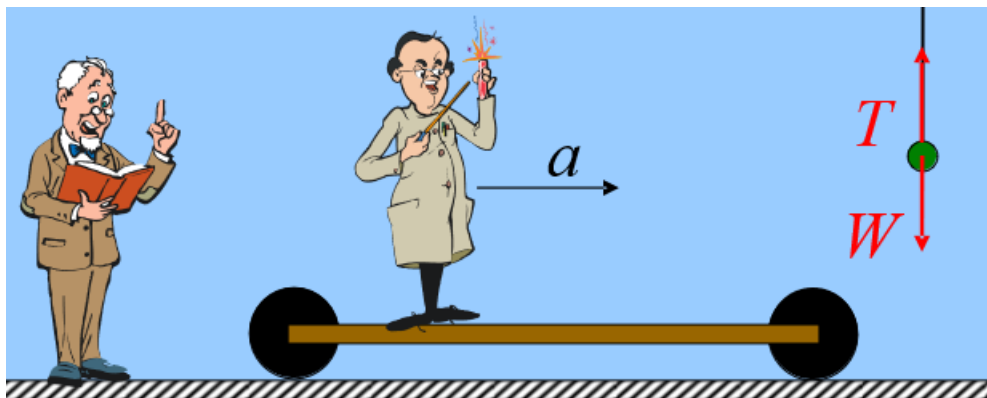
Μέσα σε αδρανειακά συστήματα δρουν αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες είναι τέσσερις: η δύναμη d' Alembert, η φυγόκεντρος δύναμη, η δύναμη Coriolis, η δύναμη Euler και θα τις εξετάσουμε ξεχωριστά κάθε μία παρακάτω.

Η δύναμη d' Alembert

Ο Ζαν Μπατίστ λε Ροντ ντ' Αλαμπέρ (16 Νοεμβρίου 1717, Παρίσι - 29 Οκτωβρίου 1783) ήταν ένας από τους σημαντικότερους μαθηματικούς και φυσικούς του 18ου αιώνα και φιλόσοφος του Διαφωτισμού.

Βοήθησε τον Ντιντερό στην συγγραφή της περίφημης Εγκυκλοπαίδειας (Encyclopédie). Ο ντ' Αλαμπέρ ήταν ο πρώτος που διατύπωσε το θεμελιώδες θεώρημα της άλγεβρας για το πλήθος των ριζών αλγεβρικής εξίσωσης, αν και άλλοι μαθηματικοί κατάφεραν να το αποδείξουν αργότερα.

Γυρνάμε ξανά στους δύο παρακάτω παρατηρητές. Οι δύο παρατηρητές μας παρατηρούν το κρεμασμένο ακίνητο μπαλάκι. Αυτή τη φορά το όχημα έχει κάποια στιγμή επιτάχυνση a . Τι διαπιστώνουν τώρα;

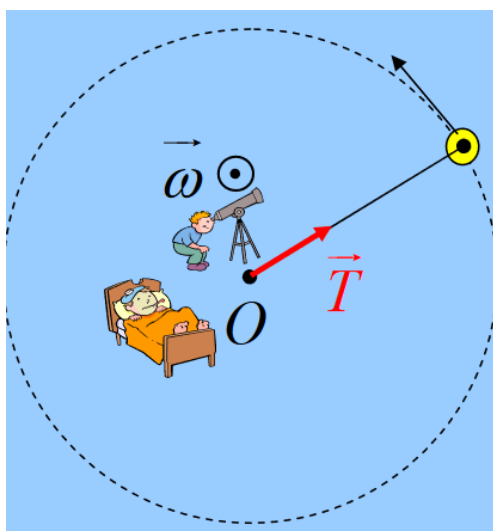


Ο ακίνητος βλέπει, όπως πριν, το μπαλάκι ακίνητο και τη συνισταμένη των δυνάμεων μηδέν. Διαπιστώνει πάλι την ισχύ του Α' νόμου.

Ο κινούμενος θεωρεί τον εαυτό του ακίνητο και το μπαλάκι κινούμενο με επιτάχυνση $-a$. Συμπεραίνει, από τον Β' νόμο του Νεύτωνα, ότι το σώμα δέχεται εκείνη τη στιγμή δύναμη $F = -ma$ και υπάρχει κάποιο βαρυτικό πεδίο που το βλέπει μόνο αυτός. Η δύναμη αυτή που υιοθετεί ο επιταχυνόμενος παρατηρητής ονομάζεται δύναμη d' Alembert.

Σε ένα σύστημα αναφοράς που έχει κάποια στιγμή επιτάχυνση a πρέπει σε κάθε σώμα να δεχτούμε ότι ασκείται και η δύναμη $F = -ma$

Η φυγόκεντρος δύναμη



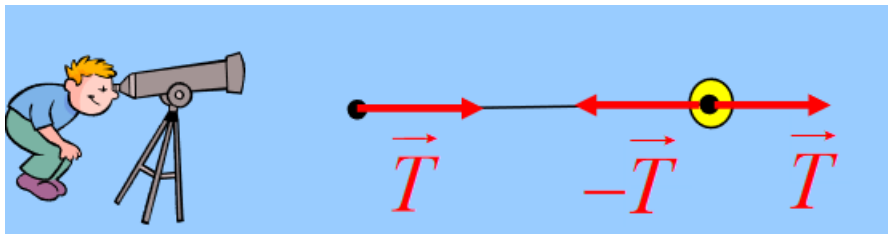
Έστω δύο συστήματα αναφοράς. Η αρχή τους κοινή και βρίσκεται στο σημείο O . Ένα σώμα δεμένο με νήμα περιστρέφεται περί το O με γωνιακή ταχύτητα ω . Το ένα σύστημα είναι ακίνητο. Το δεύτερο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω . Ένα δυναμόμετρο στο O καταγράφει τη δύναμη που δέχεται και συνεπώς τη δύναμη που δέχεται το σώμα μια και το νήμα θεωρείται αμελητέας μάζας. Πώς θα ερμηνεύσει κάθε παρατηρητής τη δύναμη που καταγράφεται; Προφανώς και οι δύο διαβάζουν την ίδια ένδειξη. Ας δούμε τις ερμηνείες τους:

Ο ακίνητος παρατηρητής.



Το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση, επομένως δέχεται την κεντρομόλο δύναμη. Το δυναμόμετρο καταγράφει τη δύναμη που ασκεί το σώμα στο O . Αυτή είναι ίση με αυτήν που δέχεται, την κεντρομόλο, δηλαδή $T = m\omega^2 R$

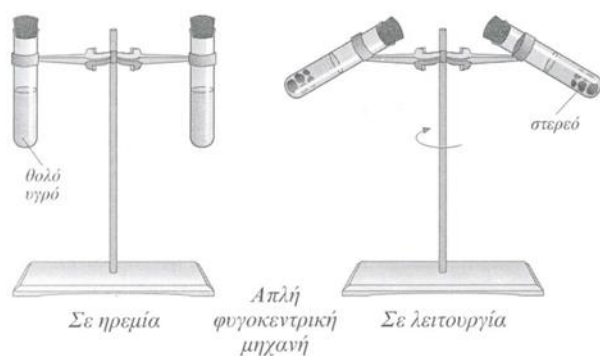
Ο στρεφόμενος παρατηρητής.



Βλέπει το μπαλάκι ακίνητο και συμπεραίνει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι μηδέν. Επειδή δέχεται την $-\vec{T}$, πρέπει να δέχεται και μια δύναμη ίση με την $-\vec{T}$. Με τον προηγούμενο βλέπει την ίδια ένδειξη στο δυναμόμετρο και υποθέτει ότι υπάρχει δύναμη ίση με $m\omega^2 R$.

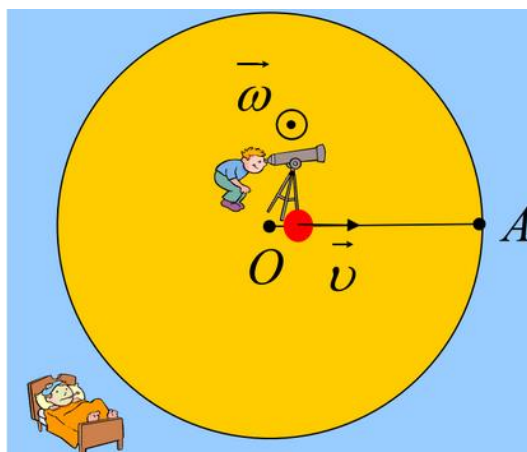
Η δύναμη που υιοθετεί είναι η φυγόκεντρος δύναμη. Αυτή τη δύναμη την «επισυνάπτει» σε όλα τα σώματα, είτε είναι ακίνητα ως προς αυτόν είτε όχι. Θα δούμε παρακάτω ότι τα σώματα που κινούνται ως προς αυτόν δέχονται και άλλη δύναμη. Η φυγόκεντρος είναι εύκολο να σημειωθεί μια και «προσπαθεί» να απομακρύνει το σώμα από το κέντρο της τροχιάς. Δεν τα καταφέρνει μια και εξουδετερώνεται (στην παρούσα περίπτωση) από την τάση του νήματος.

Με την φυγοκέντρωση τα αδιάλυτα συστατικά σωρεύονται στον πυθμένα κάθε σωλήνα. Η εξήγηση είναι ευκολότερη με την επίκληση της φυγοκέντρου παρά με την απουσία της κεντρομόλου.



Η δύναμη Coriolis

Ο Γκασπάρ-Γκυστάβ ντε Κοριόλις (1792 – 1843) ήταν Γάλλος φυσικός, μαθηματικός και μηχανικός. Είναι κυρίως γνωστός από την ανακάλυψη της δύναμης που εμφανίζεται σε στρεφόμενα συστήματα σωμάτων, η οποία έλαβε το όνομά του (δύναμη Coriolis) και είναι ιδιαίτερης σημασίας για τη μετεωρολογία, τη βαλλιστική και την ωκεανογραφία.

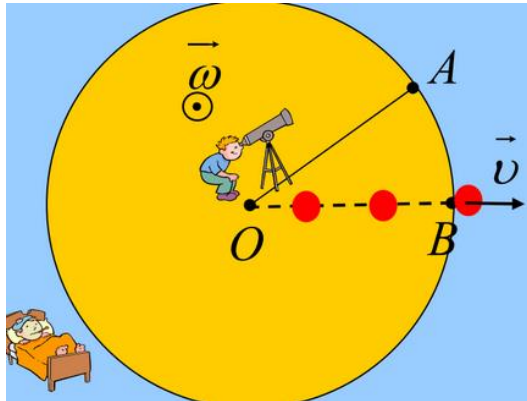


Ο μύλος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω περί το O. Ένα μπαλάκι κινείται με σταθερή ταχύτητα από το O προς το A. Θα φτάσει στο σημείο A του μύλου; Η περιστροφή του μύλου θα μετατοπίσει το σημείο A έτσι ώστε το μπαλάκι να περάσει από ένα άλλο σημείο του μύλου.

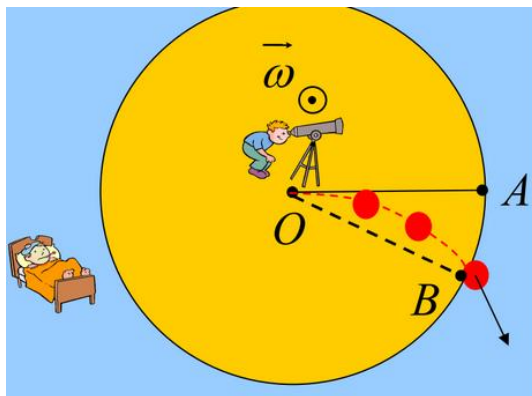
Τι βλέπουν οι δύο παρατηρητές μας, ο ακίνητος και ένας που περιστρέφεται με τον μύλο, τοποθετημένος στο O;

Ο ακίνητος παρατηρητής.

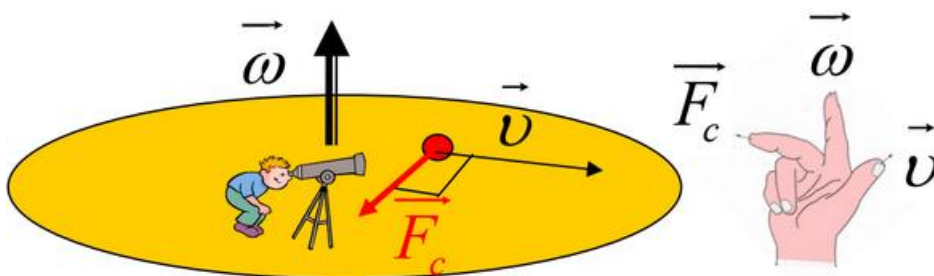
Ο αδρανειακός παρατηρητής βλέπει το σώμα να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μη δεχόμενο δύναμη. Το σημείο Α εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και το μπαλάκι περνά από το Β.



Ο στρεφόμενος παρατηρητής.



Αυτός βλέπει μια καμπύλη τροχιά, όπου δημιουργείται μία δύναμη κάθετη στην ταχύτητα. Η δύναμη αυτή ονομάζεται δύναμη Coriolis. Αυτή είναι κάθετη στην σχετική ταχύτητα του μπαλακιού ως προς τον παρατηρητή και είναι ίση με $F_c = 2m\omega v$, όπου v η σχετική ταχύτητα. Η φορά βρίσκεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων.



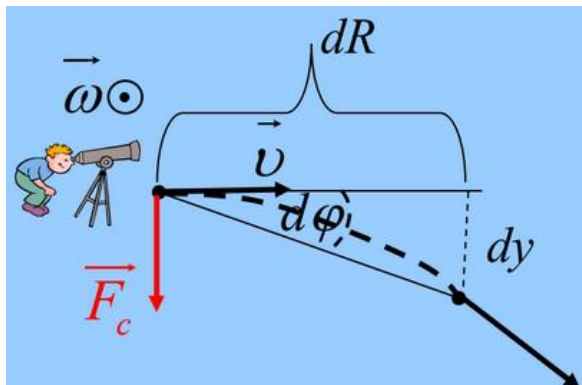
Για να αποδείξουμε την παραπάνω σχέση θα χρησιμοποιήσουμε άλλα δύο παραδείγματα:

Έστω ότι ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ως προς ακίνητο παρατηρητή.

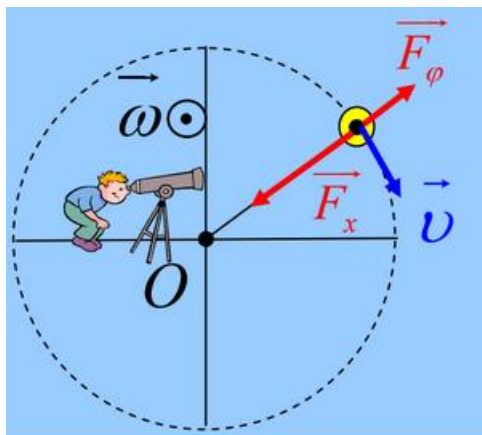
Ο στρεφόμενος παρατηρητής το βλέπει να έχει ταχύτητα u ως προς αυτόν. Λόγω της περιστροφής του βλέπει εκτροπή dy σε χρόνο dt . Λέει ότι υπάρχει επιτάχυνση a κάθετη στην ταχύτητα τέτοια ώστε:

$$dy = \frac{1}{2} a \cdot dt^2$$

$$\Rightarrow dR \cdot d\phi = \frac{1}{2} a \cdot dt^2 \Rightarrow a = 2 \frac{dR}{dt} \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow a = 2v \cdot \omega$$



Υιοθετεί λοιπόν τη δύναμη Coriolis η οποία ισούται με $F_c = 2m \cdot \omega \cdot v$.



Ένα σώμα είναι ακίνητο. Όμως ο στρεφόμενος παρατηρητής μας το βλέπει να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Λέει ότι υπάρχει κεντρομόλος ίση με $F_\kappa = m \cdot \omega^2 R$.

Όμως αυτός «βλέπει» τη φυγόκεντρο δύναμη που είναι $F_\phi = m \cdot \omega^2 R$.

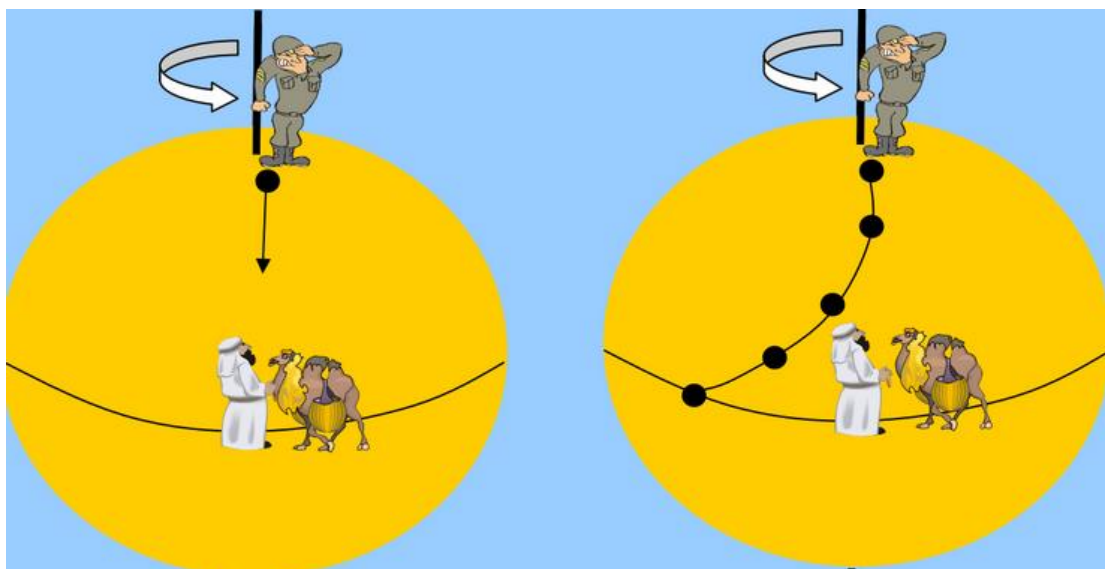
Πρέπει να υπάρχει μία F_x που να δείχνει το κέντρο και η συνισταμένη αυτής και της φυγοκέντρου να είναι η κεντρομόλος. Δηλαδή:

$$F_x - F_{\varphi} = F_{\kappa} \Rightarrow F_x - m \cdot \omega^2 R = m \cdot \omega^2 R \Rightarrow F_x = 2m \cdot \omega^2 R$$

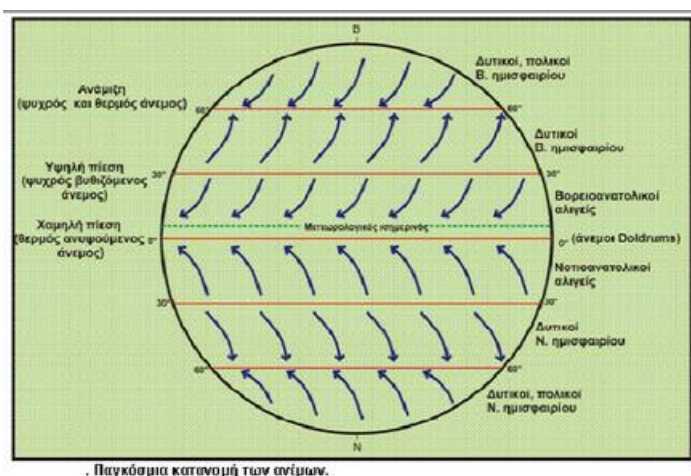
Επειδή $\omega \cdot R = v$ έχουμε: $F_x = 2m \cdot \omega \cdot v$ Αυτή είναι η δύναμη Coriolis.

Συνέπειες της δύναμης Coriolis.

Ένα βλήμα εκτοξεύεται προς σημείο του Ισημερινού. Λόγω περιστροφής της Γης ένας επίγειος παρατηρητής βλέπει το βλήμα να διαγράφει «περίεργη παραβολική» τροχιά. Την αποδίδει στη δράση της δύναμης Coriolis.



Η εκτροπή των διευθύνσεων των ανέμων μελετάται με χρήση της δύναμης Coriolis. Ας προσεχθεί το ότι στο νότιο ημισφαίριο έχει αντίθετη φορά από ότι στο βόρειο. Ανάλογη είναι και η επίδραση στα θαλάσσια ρεύματα.

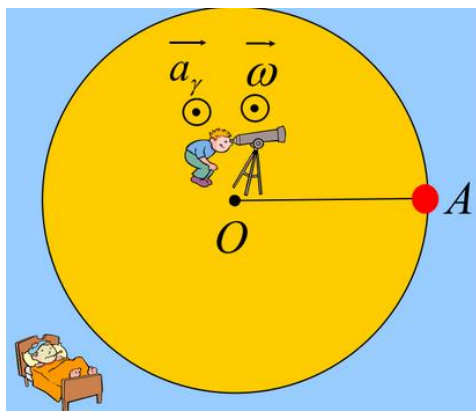


Η δύναμη Coriolis εξηγεί την περιέργη κίνηση του εκκρεμούς του Foucault.

<https://www.youtube.com/watch?v=ad5wPcKOMqQ>

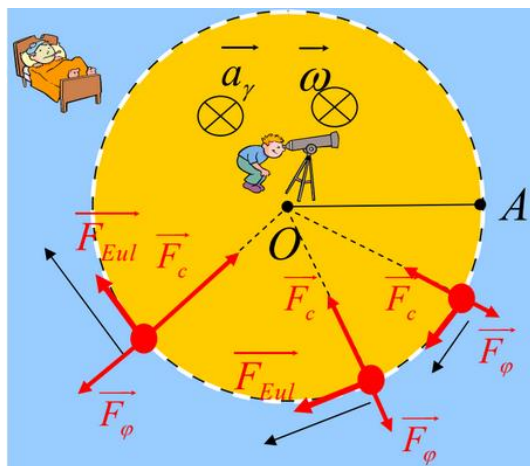
<https://www.youtube.com/watch?v=wlhHWYKswik>

Η δύναμη Euler



Ο μύλος περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση $\vec{a}_\gamma$. Το σώμα είναι ακίνητο στο σημείο A. Ο ακίνητος παρατηρητής δεν βλέπει δύναμη στο σώμα και επαληθεύει για μια ακόμα φορά τον Α' νόμο του Νεύτωνα. Είναι ακίνητο και θα παραμείνει ακίνητο εφ' όσον η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

Τι βλέπει όμως ένας παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στο μύλο;



Αυτός «βλέπει» το σώμα σε κυκλική κίνηση με αυξανόμενη γωνιακή ταχύτητα και αυξανόμενη γραμμική ταχύτητα. Βλέπει τη φυγόκεντρο $F_\phi = m \cdot \omega^2 R$ που αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο. Βλέπει την Coriolis $F_c = 2m \cdot \omega \cdot v = 2m \cdot \omega^2 R$ που επίσης αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο. Η συνισταμένη τους $m \cdot \omega^2 R$ είναι η αναγκαία

κεντρομόλος , μια κεντρομόλος συνεχώς αυξανόμενη. Το αυξανόμενο μέτρο της γραμμικής ταχύτητας το αποδίδει σε μία επιτρόχιο δύναμη η οποία είναι ίση με:

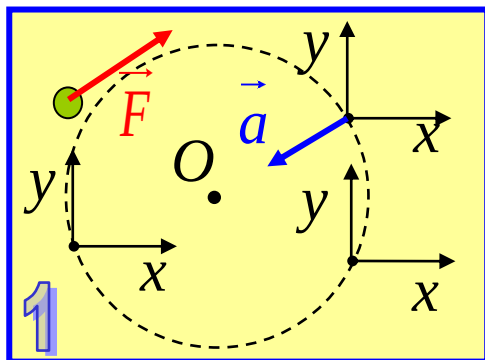
$$F_{Eul} = m.a_{επ} = m.a_{\gamma} R.$$

Αυτή είναι η δύναμη Euler.

Ο Leonard Euler γεννήθηκε στη Βασιλεία της Ελβετίας το 1707. Σπούδασε Μαθηματικά με τον Johann Bernoulli. Στα είκοσί του χρόνια είχε αποκτήσει τόση φήμη, ώστε τον κάλεσαν στην Ακαδημία της Πετρούπολης, όπου έγινε το 1733 καθηγητής. Αν και από το 1767 ήταν ήδη τελείως τυφλός, δεν μειώθηκε η δραστηριότητα του Όυλερ, ο οποίος θεωρείται ως ο πιο παραγωγικός ερευνητής στην ιστορία των Μαθηματικών. Δημοσίευσε περί τα 900 συγγράμματα, μελέτες και βιβλία, τα οποία κατά ένα μέρος δημοσιεύτηκαν 50 χρόνια μετά το θάνατό του.

Β μέροςΠαραδείγματα και εφαρμογές με την φυγόκεντρο δύναμη, την δύναμη Coriolis και την δύναμη d' Alembert.

Τρία συστήματα αναφοράς, όχι αδρανειακά.



Το σύστημα αναφοράς εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Διατηρεί τον προσανατολισμό του.

Κάθε στιγμή θεωρούμε ότι σε ένα σώμα ασκείται και η δύναμη d' Alembert. Αυτή είναι:

$$\vec{F} = -m \cdot \vec{a}$$

Δυνάμεις Coriolis και φυγόκεντρος δεν εμφανίζονται.

Το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω .

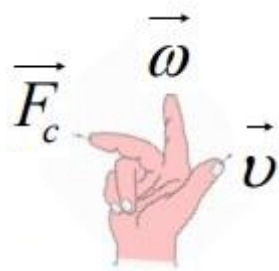
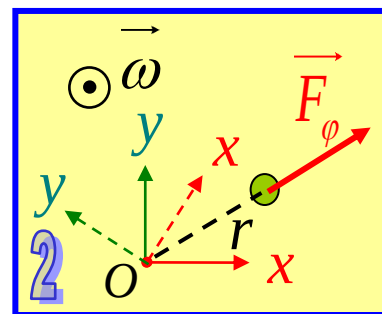
Δεν υπάρχει δύναμη d' Alembert.

Ασκείται, εκτός των άλλων, η φυγόκεντρος:

$$F_{\varphi} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Διέρχεται από το O.

Αυξάνεται με την απόσταση από το O.

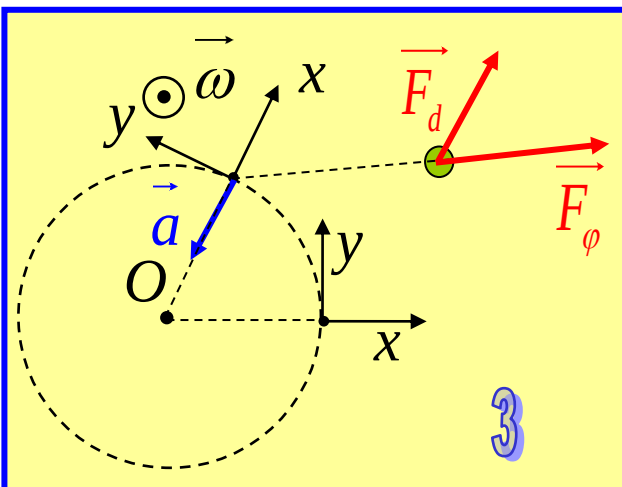


Ενίοτε ασκείται και η Coriolis, αν η ταχύτητα του σώματος δεν έχει ίδια διεύθυνση με την γωνιακή ταχύτητα.

Αυτή είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν οι $\vec{v}$ και $\vec{\omega}$.

Είναι ίση με $F_C = 2\omega \cdot v \cdot \eta\mu\phi$, όπου ϕ η γωνία μεταξύ $\vec{v}$ και $\vec{\omega}$.

Η φορά της με τον κανόνα των τριών δακτύλων.



Στην ειδική αυτήν περίπτωση, το σύστημα περιστρέφεται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του.

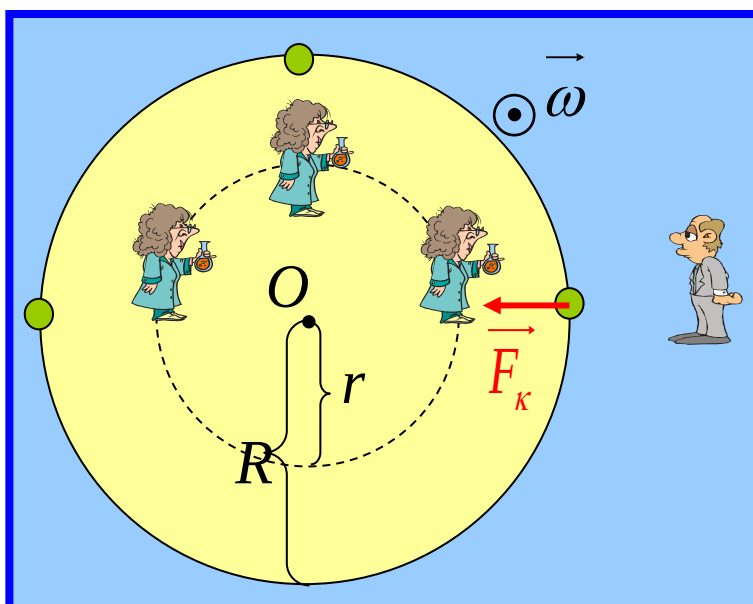
Βλέπει το O ακίνητο.

Δέχεται σίγουρα τις d' Alembert και φυγόκεντρο.

Υπό τις προαναφερθείσες προϋποθέσεις, δέχεται και την Coriolis.

Το αν θα χρησιμοποιήσουμε κάποιο από τα τρία συστήματα, τότε και γιατί, είναι θέμα συγκυρίας και επιλογής.

Η d' Alembert (και όχι d' Artagnan) μόνη της.



Ο κύριος βλέπει το μπαλάκι να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R.

Είναι καρφωμένο και δέχεται από το καρφί την κεντρομόλο δύναμη.

Αυτή είναι:

$$F_k = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Απλά τα πράγματα.

Η κυρία βλέπει στον αισθητήρα δύναμης να καταγράφεται η ίδια δύναμη μέτρου $m \cdot \omega^2 \cdot R$.

Πως την μεταφράζει όμως;

Προσοχή στο ότι η κυρία δεν αλλάζει προσανατολισμό. Βλέπει το μπαλάκι άλλοτε μπροστά της, άλλοτε αριστερά της και άλλοτε πίσω της. Απέχει από αυτήν συνεχώς R-r.

Τι συμπεραίνει λοιπόν;

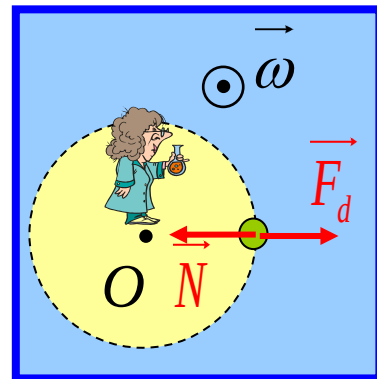
Θεωρεί ότι το μπαλάκι περιστρέφεται περί αυτήν με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R-r$.

Βλέπει την δύναμη που καταγράφει ο αισθητήρας $N = m \cdot \omega^2 \cdot R$ και την δύναμη d' Alembert ίση προς $F_d = m \cdot \omega^2 \cdot r$.

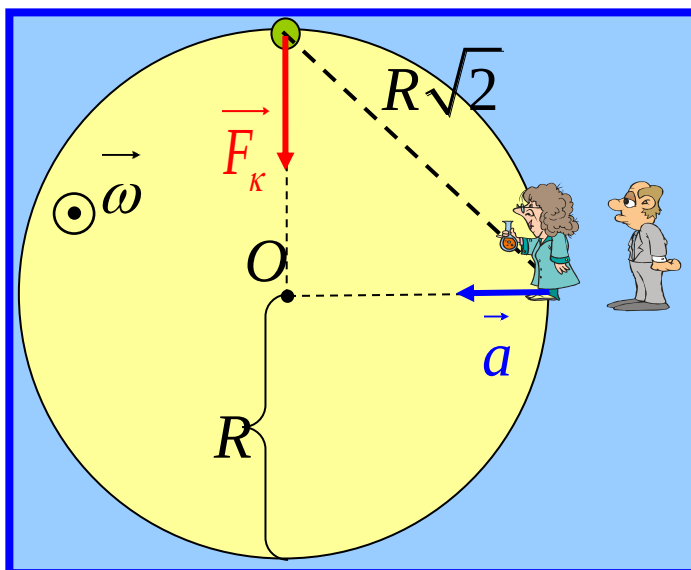
Σκέφτεται ότι αυτές πρέπει να δώσουν την κεντρομόλο δύναμη $F'_\kappa = m \cdot \omega^2 (R-r)$

Αν δείτε τις παραπάνω σχέσεις βλέπετε ότι $F'_\kappa = N - F_d$.

Δεν θα μπορούσε να διαφωνήσει με τον κύριο για την ένδειξη του αισθητήρα.



Η d' Alembert και πάλι μόνη της.



Και ο κύριος και η κυρία βλέπουν να καταγράφεται δύναμη $m \cdot \omega^2 \cdot R$ στο μπαλάκι.

Ο κύριος την θεωρεί κεντρομόλο.

Ο κύριος βλέπει την κυρία έχουσα επιτάχυνση

$$a = \omega^2 \cdot R$$

Η κυρία βλέπει το μπαλάκι να περιστρέφεται περί αυτήν με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ σε

κυκλική τροχιά ακτίνας $R\sqrt{2}$.

Βλέπει το O να περιστρέφεται περί αυτήν, με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ σε κυκλική τροχιά ακτίνας R .

Επειδή η κυρία δεν περιστρέφεται, δεν βλέπει φυγόκεντρο, ούτε Coriolis.

Η κυρία πρέπει να δει την δύναμη που ο αισθητήρας καταγράφει ακριβώς όπως ο κύριος.

Μόνο που θα της δώσει τον απλό συμβολισμό $\vec{N}$.

Στο επόμενο σχήμα η σκοπιά της κυρίας.

Βλέπει την $N = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Βλέπει, την κάθετη προς αυτήν,

d' Alembert $F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R$.

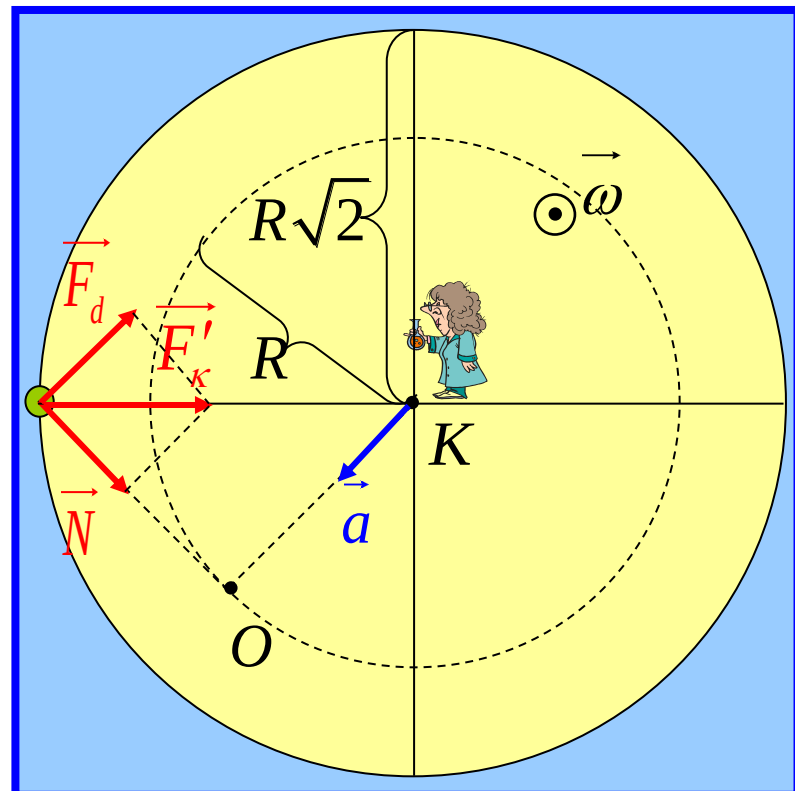
Ίσες είναι λέει και κάθετες.

Οπότε η συνισταμένη τους έχει μέτρο $m \cdot \omega^2 \cdot R\sqrt{2}$.

Επίσης λόγω Γεωμετρίας στοχεύει το κέντρο του κύκλου μου.

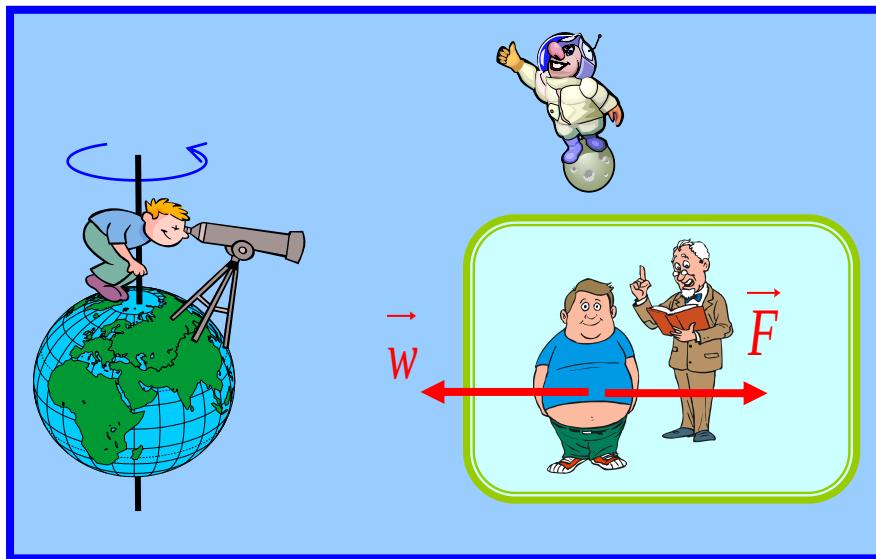
Είναι ίση με την κεντρομόλο;

Φυσικά είναι διότι η κεντρομόλος είναι $F'_k = m \cdot \omega^2 \cdot R\sqrt{2}$.



Οπότε βλέπει και αυτή την δύναμη του καρφιού τόση όση ο κύριος, όμως δεν την θεωρεί κεντρομόλο δύναμη.

Φυγόκεντρος ή d' Alembert ;



Ο καθηγητής και ο στρουμπουλός νεαρός αιωρούνται σε έναν γεωστατικό δορυφόρο.

Τρία πρόσωπα λένε τρεις διαφορετικές ιστορίες, ως ήρωες της ταινίας «Ρασομόν» του

Κουροσάβα.

Ο αστροναύτης είναι ακίνητος παρατηρητής.

Ο καθηγητής εκτελεί με τον νεαρό μεταφορική κίνηση περί την γη.

Ο άλλος νεαρός, στον βόρειο πόλο, περιστρέφεται με την γωνιακή ταχύτητα της γης.

Ο αστροναύτης «βλέπει» μόνο την βαρυτική έλξη $\vec{w}$, την οποία θεωρεί κεντρομόλο.

Ο καθηγητής και ο νεαρός βλέπουν και την $\vec{w}$ και την $\vec{F}$.

Αποφαίνονται ότι είναι ίσες, διότι βλέπουν τον στρουμπουλό ακίνητο.

Όμως η $\vec{F}$ δεν είναι ίδιας φύσης και για τους δύο.

Για τον (μη στρεφόμενο αλλά περιφερόμενο) καθηγητή, αυτή είναι δύναμη d' Alembert.

Για τον άλλον η δύναμη είναι φυγόκεντρος.

Μη μας μπερδεύει ή όλη υπόθεση και νομίσουμε ότι η φυγόκεντρος πρέπει να κατευθύνεται προς τον νεαρό.

Αυτός «βλέπει» ένα πεδίο, κυλινδρικής συμμετρίας, με εντάσεις κάθετες στον άξονα της γης.

Αν ο μικρός μετακόμιζε στον Ισημερινό θα έβλεπε και την d' Alembert και την φυγόκεντρο.

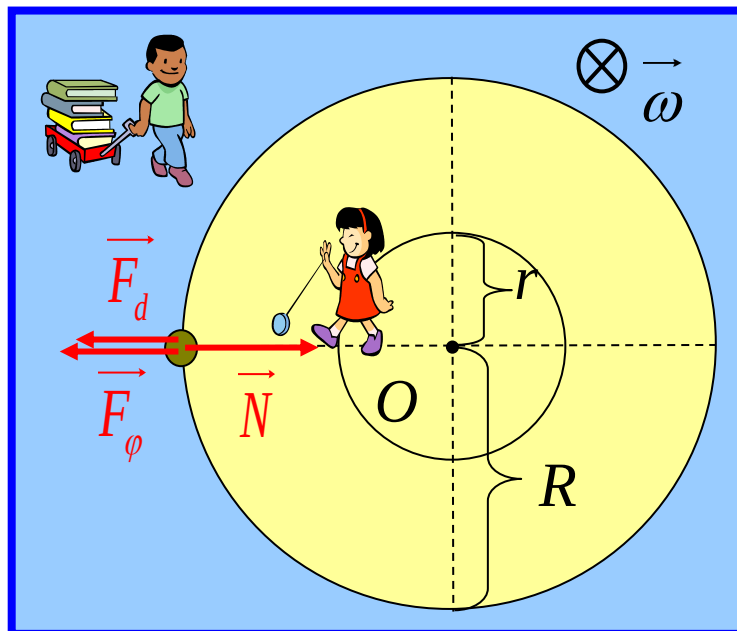
Θα είχαν άθροισμα όμως όσο η $\vec{F}$. Το μέτρο του αθροίσματος θα ήταν πάλι όση η βαρυτική έλξη, διότι θα την εξουδετέρωναν αλληλοβοηθούμενες.

Φυγόκεντρος μαζί με d' Alembert.

Ο μύλος στρέφεται σαν το ρολόι, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Το κοριτσάκι αλλάζει προσανατολισμό.

Κοιτάζοντας συνεχώς το μπαλάκι, στρέφεται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα που περιφέρεται.



Ο νεαρός με τα βιβλία βλέπει το μπαλάκι να

δέχεται την δύναμη $\vec{N}$. Την εκλαμβάνει ως κεντρομόλο και μας λέει ότι $N = m \cdot \omega^2 \cdot R$.

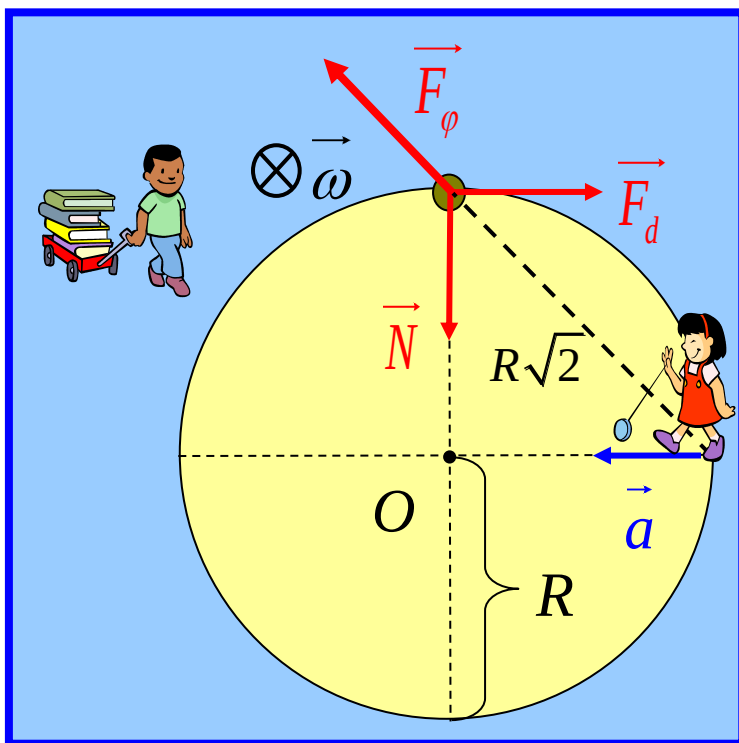
Η μικρά βλέπει εκτός από την $\vec{N}$ την φυγόκεντρο $\vec{F}_\phi$ και την d' Alembert $\vec{F}_d$.

Βλέπει το μπαλάκι ακίνητο και μας λέει ότι:

$$N = F_\phi + F_d$$

$$\Rightarrow N = m \cdot \omega^2 \cdot (R - r) + m \cdot \omega^2 \cdot r \Rightarrow N = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Η d' Alembert μαζί με την φυγόκεντρο.



Ο μύλος στρέφεται σαν το ρολόι, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Το κοριτσάκι αλλάζει προσανατολισμό.

Κοιτάζοντας συνεχώς το μπαλάκι, στρέφεται πάλι με την ίδια γωνιακή ταχύτητα που περιφέρεται.

Ο νεαρός με τα βιβλία βλέπει το μπαλάκι να δέχεται την δύναμη $\vec{N}$. Την εκλαμβάνει ως κεντρομόλο και μας λέει ότι $N = m \cdot \omega^2 \cdot R$.

Γι αυτόν δεν άλλαξε τίποτα από πριν.

Η μικρά βλέπει εκτός από την $\vec{N}$ την φυγόκεντρο $\vec{F}_\phi$ και την d' Alembert $\vec{F}_d$.

Βλέπει το μπαλάκι ακίνητο και μας λέει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδενική.

Οι $\vec{N}$ και $\vec{F}_d$ είναι κάθετες με συνισταμένη ίση προς $\sqrt{N^2 + F_d^2}$

Σκέφτεται επομένως ότι η φυγόκεντρος είναι αντίθετη της συνισταμένης N και d' Alembert, οπότε:

$$F_\phi^2 = N^2 + F_d^2 \Rightarrow N^2 = F_\phi^2 - F_d^2 \Rightarrow N^2 = (m \cdot \omega^2 \cdot R\sqrt{2})^2 - (m \cdot \omega^2 \cdot R)^2 \Rightarrow N = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Παρά την εξωφρενική της οπτική, συμφωνεί με το άλλο παιδί για την δύναμη που ασκεί στο μπαλάκι το καρφί με το οποίο καρφώσαμε το μπαλάκι στον μύλο.

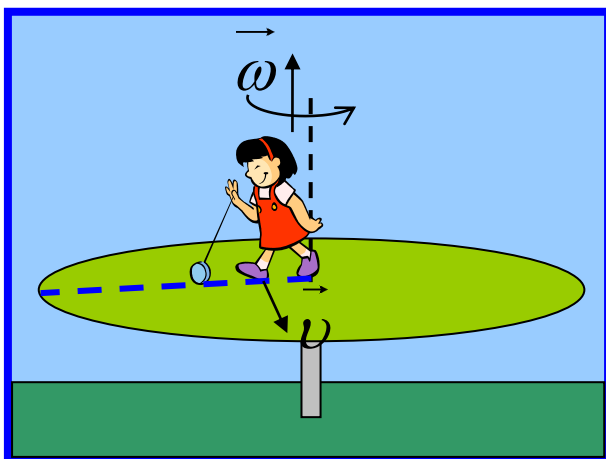
Ας προσεχθεί το ότι η φυγόκεντρος εδώ δεν είναι αντίθετη της κεντρομόλου, ως συνήθως.

Η Coriolis μόνη της.

Δύσκολο το να την απομονώσεις από της αδελφούλα της την φυγόκεντρο. Ζούνε μαζί σε περιστρεφόμενα συστήματα. Πρέπει να μηδενίσεις την φυγόκεντρο. Πώς όμως;

Η φυγόκεντρος είναι $F_\phi = m \cdot \omega^2 \cdot R$. Αν καταστεί αμελητέα η απόσταση από την αρχή των αξόνων του συστήματος είναι αμελητέα. Η Coriolis όμως είναι $F_C = 2m \cdot \omega \cdot v \cdot \eta\mu\phi$. Μπορεί να είναι σημαντική.

Ας το κάνουμε.



Η μικρούλα περπατάει στην μπλε εστιγμένη γραμμή.

Στο κέντρο του μύλου η ταχύτητά της είναι μηδενική.

Μόλις πατάει το πόδι μπροστά, αποκτά την ταχύτητα του σχήματος.

Πως το εξηγούμε αυτό εμείς που, ως γέροι άνθρωποι, δεν ανεβαίνουμε σε μύλους παιδικών χαρών;

Λέμε ότι μια δύναμη τριβής ασκήθηκε στην μικρούλα και την επετάχυνε.

Η δύναμη αυτή έχει φορά όπως η μεταβολή της ταχύτητας, δηλαδή όπως η ίδια η $\vec{v}$.

Η μικρούλα όμως τι λέει;

Αυτή νομίζει ότι πάει ίσια και εμείς γυρίζουμε.

Παρά το ότι δέχομαι δύναμη τριβής, πηγαίνω ίσια.

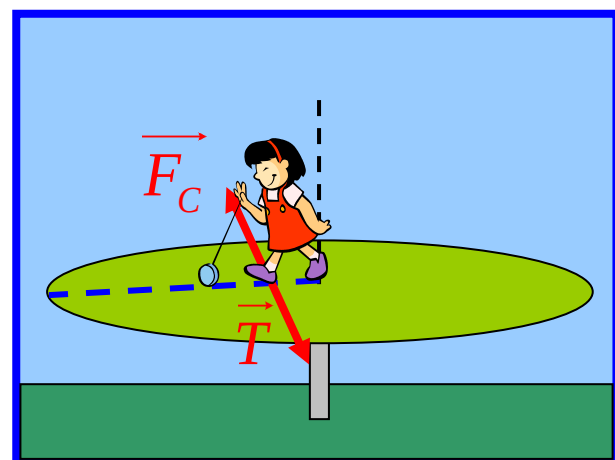
Αν δεν την δεχόμουν θα έστριβα δεξιά.

Η τριβή εξουδετερώνει μια άλλη δύναμη που δέχομαι.

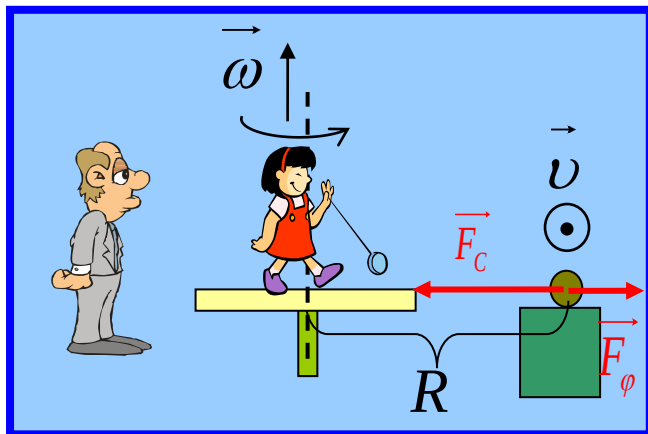
Οριζόντια, με φορά προς τα δεξιά. Την δύναμη Coriolis.

Η μικρούλα βρίσκεται πολύ κοντά στον άξονα.

Έτσι οι άλλες αδρανειακές δυνάμεις που δέχεται είναι αμελητέες.



Όσο όμως πλησιάζει την περιφέρεια, αυξάνεται η δύναμη d' Alembert και η τριβή πρέπει να αλλάξει μέτρο και διεύθυνση ώστε να εξουδετερώσει και αυτήν και την Coriolis.



Η Coriolis με την φυγόκεντρο.

Ο κύριος βλέπει ένα ακίνητο μπαλάκι.

Αποφαινεται ότι ουδεμία οριζόντια δύναμη δέχεται από το πράσινο κουτί.

Η μικρούλα περιστρέφεται σαν αρνί στη σούβλα.

Βλέπει το μπαλάκι να κινείται ομαλά κυκλικά, σε κύκλο ακτίνας R με

ταχύτητα $v = \omega \cdot R$.

Βλέπει και την φυγόκεντρο και την Coriolis.

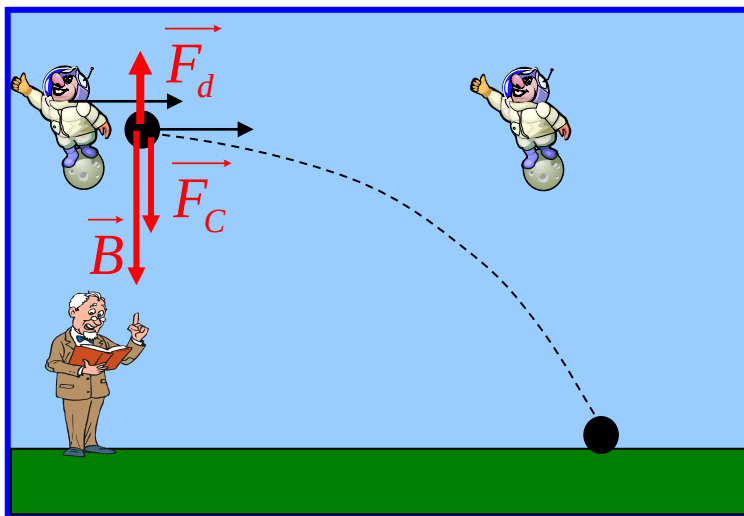
Αυτές είναι:

$$F_C = 2m \cdot \omega \cdot v = 2m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$F_\phi = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Η συνισταμένη τους δείχνει το κέντρο του κύκλου και είναι $m \cdot \omega^2 \cdot R$, δηλαδή όση η απαιτούμενη κεντρομόλος. Συνεπώς δεν χρειάζεται να ασκηθεί από το κουτί κάποια οριζόντια δύναμη.

Η Coriolis με την d' Alembert.



Στον Ισημερινό ένα μπαλάκι πέφτει.

Ο αστροναύτης το βλέπει να έχει μηδενική αρχική ταχύτητα και να εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Βλέπει να δέχεται μόνο το βάρος του.

Ο γήινος παρατηρητής κινείται μαζί με το έδαφος

αλλάζοντας ταυτόχρονα προσανατολισμό.

Βλέπει το μπαλάκι να κινείται με ταχύτητα $\omega \cdot R$, όπου R η ακτίνα της γης.

Η απόστασή του από το μπαλάκι είναι αμελητέα, οπότε η φυγόκεντρος είναι αμελητέα.

Όχι όμως και η d' Alembert που είναι $F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Βλέπει ακόμα και την Coriolis που είναι ίση με: $F_C = 2m \cdot \omega \cdot v = 2m \cdot \omega^2 \cdot R$

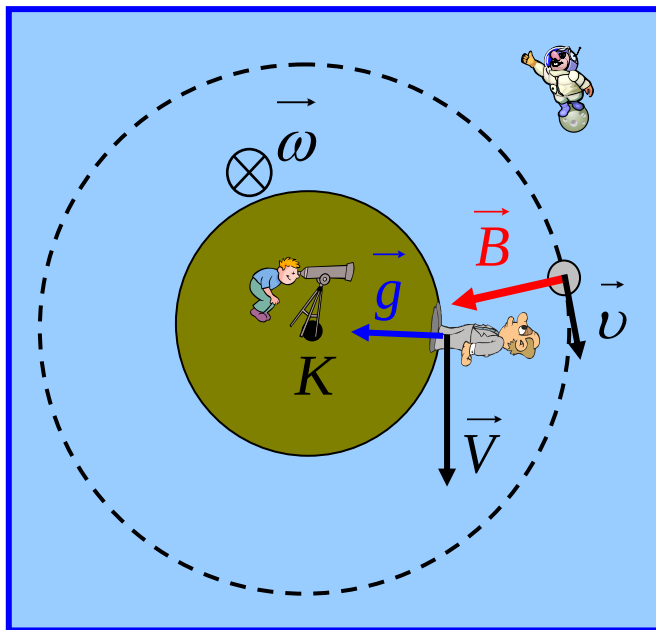
Όλος ο θίασος επί σκηνής.

Ένας πλανήτης, ολόιδιος με τη γη, στρέφεται γρήγορα, τόσο ώστε στον Ισημερινό του παρατηρούνται φαινόμενα έλλειψης βαρύτητας. Ένας δορυφόρος του περιφέρεται σε ύψος μιας ακτίνας από το έδαφος.

Θα βρούμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλανήτη και την ταχύτητα του δορυφόρου.

Ένας κάτοικος του πλανήτη με ποια ταχύτητα βλέπει τον δορυφόρο να κινείται όταν αυτός είναι πάνω από το κεφάλι του;

Ποιες δυνάμεις βλέπει ασκούμενες στον δορυφόρο;



Ο αστροναύτης βλέπει τον κάτοικο του πλανήτη να μην δέχεται δύναμη από το έδαφος.

Το βάρος του είναι η μοναδική δύναμη και παίζει ρόλο κεντρομόλου.

Δηλαδή:

$$m_k \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Η ταχύτητα του κατοίκου είναι $V = \omega \cdot R = \sqrt{g \cdot R}$.

Η επιτάχυνση κίνησής του είναι

φυσικά η g .

Ο δορυφόρος δέχεται επίσης το βάρος του $B = m \cdot \frac{g}{4}$.

Κεντρομόλος και αυτό, οπότε:

$$m \cdot \frac{g}{4} = \frac{m \cdot v^2}{2R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g \cdot R}{2}} \Rightarrow v = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

Η γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου είναι

$$\omega' = \frac{v}{2R} = \frac{V}{2\sqrt{2}R} = \frac{\omega}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Όταν ο δορυφόρος είναι πάνω από το κεφάλι του κατοίκου, αυτός τον βλέπει να κινείται με ταχύτητα $\vec{u}$.

Τον βλέπει να κινείται με την ίδια ταχύτητα που τον βλέπει να κινείται και ο, επίσης κάτοικος του πλανήτη, μικρός με το κιάλι που είναι στο κέντρο του πλανήτη. Τούτο διότι ο μικρός ούτε κινείται, ούτε περιστρέφεται ως προς τον κύριο.

$$\omega' - \omega = -\omega \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

Ο μικρός τον βλέπει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα

Τον βλέπει να περιστρέφεται αντίθετα.

$|u| = |\omega' - \omega| \cdot 2R = \omega \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot 2R$
 Συνεπώς τον βλέπει να έχει ταχύτητα

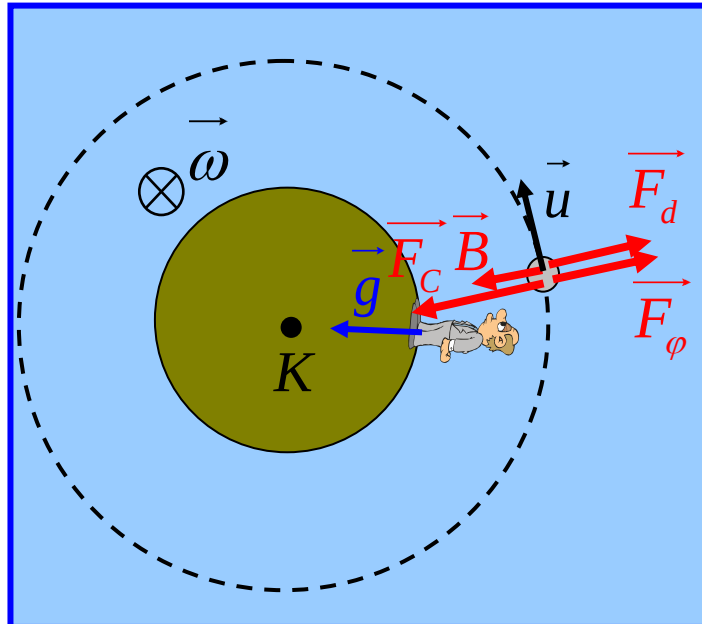
Ο κύριος βλέπει εκτός του βάρους την δύναμη
 d' Alembert, $F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Αυτή είναι όση η βαρυτική έλξη που θα δεχόταν
 ο δορυφόρος στην επιφάνεια του πλανήτη.

Τετραπλάσια από την εκεί βαρυτική έλξη.

Ο κάτοικος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω
 και βλέπει ακόμα φυγόκεντρο και Coriolis.

Η φυγόκεντρος είναι $F_\phi = m \cdot \omega^2 \cdot R$, δηλαδή
 όση και η d' Alembert και τετραπλάσια α από
 την βαρυτική έλξη στο ύψος αυτό.



Τέλος η Coriolis έχει φορά όπως σημειώθηκε και μέτρο:

$$\begin{aligned}
 F_C &= 2m \cdot \omega \cdot u = 2m \cdot \omega^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot 2R \\
 &= m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot (4 - \sqrt{2}) = m \cdot g \cdot (4 - \sqrt{2})
 \end{aligned}$$

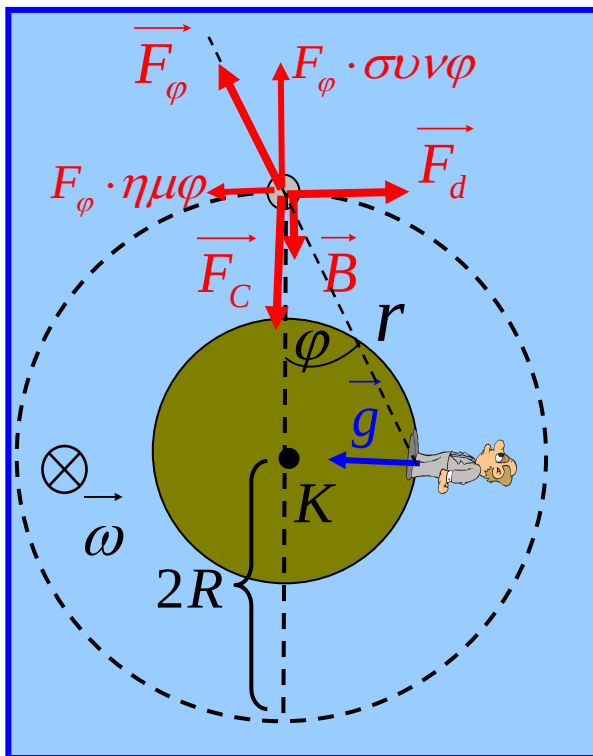
Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι προς το κέντρο και έχει μέτρο:

$$F_{\text{ολ}} = m \cdot g \cdot (4 - \sqrt{2}) + \frac{m \cdot g}{4} - m \cdot g - m \cdot g = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Η κεντρομόλος δύναμη, που απαιτείται ώστε να εκτελέσει κυκλική τροχιά στο ύψος
 αυτό, είναι ίση με:

$$m \cdot \frac{u^2}{2R} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4R^2}{2R} = 2m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \left(1 + \frac{1}{8} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ίση με την απαιτούμενη κεντρομόλο.



Σε μια άλλη θέση....

$$F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g$$

$$F_\phi \cdot \eta\mu\phi = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{R}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g$$

Δηλαδή αλληλοεξουδετερώνονται. Μένουν οι άλλες τρεις.

$$F_C = 2m \cdot \omega \cdot u = m \cdot g \cdot (4 - \sqrt{2})$$

$$B = \frac{1}{4} m \cdot g$$

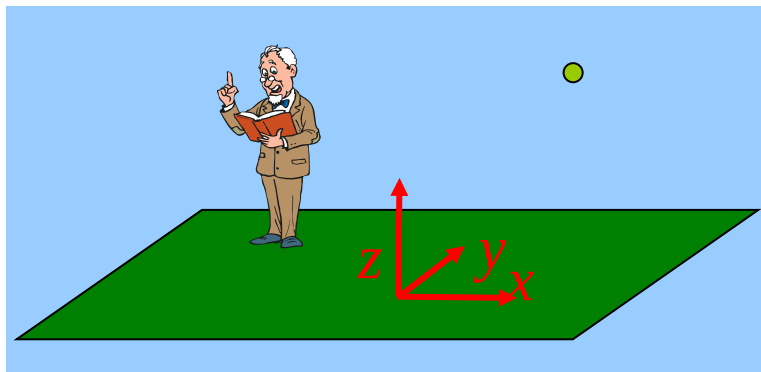
$$F_\phi \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{2R}{r} = 2m \cdot \omega^2 \cdot R = 2m \cdot g$$

Η συνισταμένη τους είναι πάλι προς το κέντρο και πάλι:

$$F_{ολ} = m \cdot g \cdot (4 - \sqrt{2}) + \frac{m \cdot g}{4} - 2m \cdot g = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Ίδια πάλι όπως και πριν. Όση η κεντρομόλος.

Πάμε στην επόμενη εικόνα:



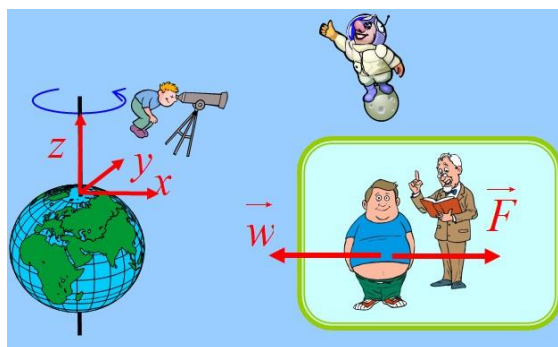
Ο κύριος βλέπει το μπαλάκι πίσω του αλλά λέει ότι $x > 0$.

Είναι στο ύψος των ματιών του αλλά λέει ότι $z > 0$.

Ο παρατηρητής μας μπορεί να περπατάει, να καπνίζει, ή οτιδήποτε άλλο, όμως οι μετρήσεις του αναφέρονται στο συγκεκριμένο σύστημα, το οποίο μπορεί να είναι ακίνητο και μακριά από αυτόν.

Έτσι ένα πιο σοβαρό σχήμα θα ήταν όπως η εικόνα δεξιά.

Η $\vec{\omega}$ έχει την z διεύθυνση και η φυγόκεντρος είναι κάθετη στον z άξονα, διότι $\vec{F}_\varphi = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$.



Η φυγόκεντρος είναι η σημειωθείσα επομένως και το «πεδίο» έχει κυλινδρική συμμετρία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Θεωρητική Μηχανική M.R.Spiegel

Γενική Φυσική I και II D. Hugh Young