

ΟΥΡΑΝΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ – ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ –
ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ

Μάθημα : Φυσική Ι

1^ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2020-2021

Ηλίας Χρυσοβέργης

Έλενα Χρυσικού

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το θέμα της εργασίας που ακολουθεί είναι η Ουράνια Μηχανική. Παρακάτω, αναλύονται σε έκταση οι κινήσεις, τροχιές των πλανητών, αλλά και η διάταξη τους στο ηλιακό σύστημα. Στην συνέχεια αναφέρεται η βιογραφία του Γιοχάνες Κέπλερ και παρατίθενται οι 3 νόμοι αυτού σχετικά με τις κινήσεις των πλανητών. Η εργασία ολοκληρώνεται με την παρουσίαση του νόμου της παγκόσμιας βαρυτικής έλξης.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. Περίληψη	2
2. Εισαγωγή	4
3. Ενότητα 1 : Κίνηση πλανητών	5
1.1 Από την γεωκεντρική στην ηλιοκεντρική θεωρία.....	5
1.2 Ηλιοκεντρική θεωρία – Νικόλαος Κοπέρνικος- Γαλιλαίος Γαλιλέι...	6
1.3 Το πρόβλημα των δύο σωμάτων – Ισάκ Νεύτωνας	8
1.4 Ηλιακό σύστημα και κινήσεις πλανητών.....	10
4. Ενότητα 2 : Κέπλερ και οι 3 νόμοι του	13
2.1 Βιογραφία Κέπλερ	13
2.2 Το έργο του	14
2.3 Στοιχεία για τις ελλείψεις και εκκεντρότητα.....	15
2.4 Νόμοι Κέπλερ	17
2.5 Τροχιές Hohmann	19
5. Ενότητα 3 : Νόμος της παγκόσμιας έλξης	21
3.1 Νόμος της παγκόσμιας έλξης	21
3.2 Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης	22
3.3 Βαρύτητα κοντά στην επιφάνεια της Γης	24
6. Επίλογος	25
7. Βιβλιογραφία	26

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο ουρανός από πάνω μας είναι γεμάτος με αστέρια, πλανήτες, φεγγάρια, τον ήλιο καθώς και άλλα ουράνια σώματα : τα οποία όλα κινούνται στην ουράνια σφαίρα μέρα με την μέρα, χρόνο με τον χρόνο, εδώ και δισεκατομμύρια αιώνες δημιουργώντας περίπλοκα μονοπάτια για την ανθρώπινη φαντασία. Η παρατήρηση του ουρανού και των περίπλοκων κινήσεων των ουράνιων σωμάτων αποτέλεσαν την αρχή για την ανάκυψη ερωτημάτων όπως :

Πως κινούνται τα ουράνια σώματα και πως η μια κίνηση επηρεάζει την άλλη; Ποιες δυνάμεις της φύσης υποκινούν αυτές τις κινήσεις;

Σήμερα η επιστήμη είναι σε θέση να δώσει, όσο δυνατόν περισσότερο, ολοκληρωμένες απαντήσεις στα ερωτήματα αυτά, χάρις την εξέλιξη της αστρονομίας και της ουράνιας μηχανικής.

Από την αρχαιότητα οι άνθρωποι παρατήρησαν την θέση και την κίνηση των ουράνιων σωμάτων καθώς και μοτίβα ή περιοδικότητα σε αυτά. Με αυτόν τον τρόπο μπορούσαν να προσανατολίζονται στην έρημο και την θάλασσα, να μετρήσουν τον χρόνο ή ακόμα και την εποχή του χρόνου. Επιπλέον εφαρμογές είχε η παρατήρηση αυτή για την μετακίνηση των νομάδων αλλά και στην γεωργία – χάρις την μετεωρολογία- όπου και αποτελούσαν βάση των εκάστοτε κοινωνιών. Έτσι γεννήθηκε η ανάγκη για την ανάπτυξη της αστρονομίας, της επιστήμης που μελετά τα ουράνια σώματα. Οι αρχαίοι λαοί της ανατολικής μεσογείου και της Ασίας φαίνεται να είναι οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με την αστρονομία. Η σημασία της τελευταίας για τους αρχαίους Έλληνες είναι τεράστια καθώς είναι συνυφασμένη με την μυθολογία, έχοντας για προστάτιδα της μια από τις 9 μούσες την Ουράνια.

Ένας από τους κλάδους της αστρονομίας είναι η ουράνια μηχανική. Αντικείμενο έρευνάς της είναι οι φυσικοί νόμοι που διέπουν τα γαλαξιακά συστήματα. Αναλυτικότερα η ουράνια μηχανική είναι ο μαθηματικός κλάδος της αστρονομίας, που διερευνά τους νόμους πίσω από τις κινήσεις και τις τροχιές των ουράνιων σωμάτων εξετάζοντας την κινηματική και την δυναμική τους φύση. Η δυσκολία των απλών μαθηματικών να υποστηρίξουν τα αντικείμενα μελέτης της ουράνιας μηχανικής οδήγησε στην επινόηση του διαφορικού και του ολοκληρωτικού λογισμού. Η βασικότερη αρχή είναι ο νόμος της παγκόσμιας έλξης και γενικότερα η ανάπτυξη δυναμικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ουράνιων σωμάτων κατά την κίνηση τους. Πατέρας της ουράνιας μηχανικής θεωρείται ο Johannes Kepler, που την θεμελίωσε διατυπώνοντας τους 3 περίφημους νόμους του. Στην συνέχεια τον διαδέχτηκαν πολλά σπουδαία μυαλά όπως ο Νεύτωνας, ο Λαπλάνς και πολλοί άλλοι.

Η αστρονομία, και κατ'επέκταση και η ουράνια μηχανική, είναι μια επιστήμη της οποίας η διαμόρφωση της στηρίχθηκε σε πολλούς αιώνες παρατήρησης και αναζήτησης της πραγματικότητας, στην πορεία των οποίων υπήρχαν σφάλματα και αυταπάτες. Χάρις αυτές, σήμερα είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε ένα μικρό αλλά ικανό για να εξάψει την περιέργεια μας κομμάτι των μυστικών του σύμπαντος.

Κίνηση Πλανητών

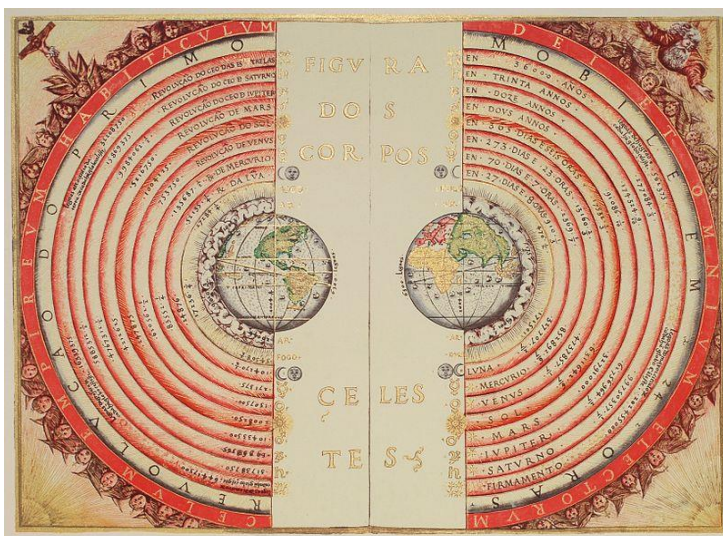
1.1 Από την γεωκεντρική στην ηλιοκεντρική θεωρία

Η μελέτη της κίνησης των ουράνιων σωμάτων, ξεκίνησε πολλούς αιώνες πριν. Αρχικά μοναδικό εργαλείο ήταν η παρατήρηση του ουρανού, από την οποία και προέκυψε πως τα ουράνια σώματα έχουν μια σταθερή θέση. Έτσι μπόρεσαν σιγά σιγά να δημιουργηθούν οι πρώτοι «χάρτες των ουρανών». Όλα τα ουράνια σώματα, χωρίς εξαίρεση, συμμετέχουν σε μία διαρκή περιστροφή σχετική με την γη. Όλα τ' αστέρια φαίνονται ακίνητα στον νυχτερινό ουρανό, εκτός από 7 που για αυτόν λόγο οι αρχαίοι τα ονόμασαν πλανήτες. Οι 7 πλανήτες για τους αρχαίους περιείχαν 5 από τους σήμερα γνωστούς πλανήτες, τον Ερμή, τον Άρη, την Αφροδίτη, τον Δία και τον Κρόνο, αλλά και τον ήλιο και την σελήνη καθώς φαινομενικά κινούνταν όπως οι υπόλοιποι 5. Πολλές απόψεις και θεωρίες εκφράστηκαν για την δομή του κόσμου, την θέση το σχήμα ή το μέγεθος της Γης έως ότου γνωρίσουμε ποια είναι η ισχύουσα θεωρία. Οι θεωρίες που κυριάρχησαν και άσκησαν την μεγαλύτερη επιρροή είναι οι ακόλουθες 3: Πρώτον η Γεωκεντρική θεωρία, δεύτερον η πυροκετρική και τέλος η ηλιοκεντρική θεωρία

Η γεωκεντρική θεωρία ήταν κυρίαρχη στην αρχαιότητα, ενώ αποτελούσε και την επίσημη θέση της Καθολικής Εκκλησίας. Εισηγητής της φαίνεται να είναι ο Πτολεμαίος (100-170 π.Χ) που θεωρούσε την Γη ως το επίκεντρο του σύμπαντος. Το σχήμα ήταν σφαιρικό και στεκόταν ακίνητη καθώς οι υπόλοιποι πλανήτες και τα αστέρια κινούνταν γύρω της. Μετά την ελληνιστική περίοδο, λόγω της παρακμής των επιστημών η θεωρεία της σφαιρικής γης ξεχάστηκε και επικράτησε η άποψη ότι η Γη είναι ένα επίπεδο, κυκλικό ή όχι, το οποίο ήταν αιωρούμενο.

Την θεωρεία εξέλιξε ο Αριστοτέλης, που θεωρούσε πως η Γη που βρισκόταν στο επίκεντρο ήταν σφαιρική αλλά, όπως μαρτυράτε και από χωρίο του που έχει βρεθεί, το μήκος της περιμέτρου της δεν είναι μεγάλο σε σχέση με τους όγκους των υπολοίπων ουράνιων σωμάτων. Και την υπολόγισε σε τεσσαράκοντα μυριάδες στάδια που ισοδυναμούν με 73.000 χλμ. δηλαδή με το διπλάσιο σχεδόν του πραγματικού μήκους. Η Γη αποτελούσε το επίκεντρο του σύμπαντος ενώ γύρω της περιστρέφονταν σε κυκλική τροχιά οι 7 πλανήτες, σύμφωνα με

την διάταξη: Σελήνη, Ερμής, Αφροδίτη, Ήλιος, Άρης, Δίας και Κρόνος. Επιπλέον ο Αριστοτέλης, έδειξε ότι οι κινήσεις των πλανητών θα μπορούσαν να κατασκευαστούν από έναν συνδυασμό διαφορετικών κινήσεων. Η σπουδαιότητα των αστρονομικών των αντιλήψεων του Αριστοτέλη ήταν τέτοια που ίσχυαν μέχρι την Αναγέννηση με τη μορφή του γεωκεντρικού συστήματος του Πτολεμαίου και αντικαταστάθηκαν από το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου.



Εικόνα 1.1: Μια αναπαράσταση του Γεωκεντρικού μοντέλου από τον Πορτογάλο χαρτογράφο Μπαρτολομεου Βέλχο 1568 (Bibliothèque Nationale, Paris)

Επόμενη κατά χρονική σειρά θεωρία ήταν η πυροκεντρική θεωρία της οποίας κύριος εκπρόσωπος ήταν Ο Φιλόλαος ο Κροτωνιάτης . Επηρεασμένος από τις πυθαγόρειες θεωρίες ότι η αρχή των πάντων είναι το πυρ , θεώρησε πως η Γη δεν είναι ακίνητη ,όπως μέχρι τότε υποστηριζόταν ,αλλά ότι περιστρεφόταν γύρω από το «Πυρ». Ο Φιλόλαος, ήταν ο πρώτος φιλόσοφος που θεώρησε την Γη σαν πλανήτη. Επιπλέον τόσο ο Ηρακλείδης ο Ποντικός όσο και Έκφαντος δέχονταν την άποψη ότι η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονα της διαρκούσε ένα μερόνυχτο και ήταν το αίτιο της ύπαρξης ημέρας και νύκτας.

Οι πυθαγόρειοι φιλόσοφοι εμπλούτισαν την παραπάνω θεωρία , εισάγοντας την άποψη ότι στο κέντρο του Σύμπαντος υπάρχει το πύρ και πως γύρω του περιστρέφονται ο Αντίχθων¹ , η Γη , η Σελήνη , ο Ήλιος και τέλος οι 5 πλανήτες. Επίσης θεωρούσαν ότι οι κινήσεις των ουράνιων σωμάτων δέπονται από την αρχή της μυστικής διάστασης των αριθμών και την αρχή των αναλογιών των φυσικών νόμων. Τέλος ερμήνευσαν την ύπαρξη συγκεκριμένων αποστάσεων μεταξύ των ουράνιων σωμάτων , με την θεωρία της «μουσικής των σφαιρών». Σύμφωνα με την θεωρία αυτή κάθε ουράνιο σώμα εκπέμπει έναν μοναδικό ήχο , ανάλογα με τον όγκο και την ταχύτητα κίνησης του . Ο ήχος αυτό είναι αρμονικός και οι αποστάσεις των ουράνιων σωμάτων τέτοιες που να δημιουργούν μια οκτάβα μουσικής.

Η πυροκεντρική θεωρία θεωρείται από πολλούς μελετητές πρώιμο στάδιο της ηλιοκεντρικής θεωρίας . Ωστόσο ο διαχωρισμός μεταξύ του πυρός που βρίσκεται στο κέντρο των πάντων και του ήλιου που εμφανίζεται ως απλώς πλανήτης υπαγορεύει τον διαχωρισμό των δυο.

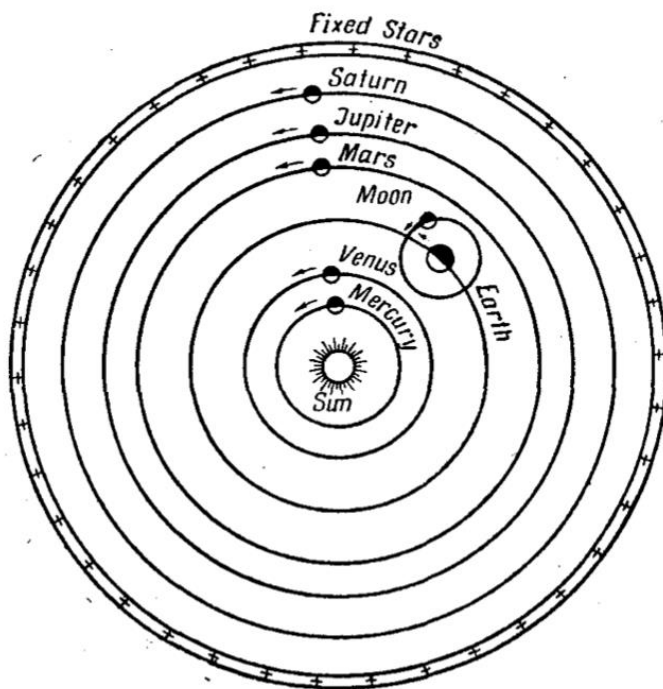
1.2 Ηλιοκεντρική θεωρία – Νικόλαος Κοπέρνικος- Γαλιλαίος Γαλιλέι

Η αδυναμία των παραπάνω θεωριών να δώσουν μια φυσική απάντηση στα ανομοιόμορφα φαινόμενα του ουράνιου θόλου , παρακίνηση μια σειρά αστρονόμων να ρίξουν μια άλλη ματιά στον κόσμο .Αν και η ιδέα για ένα αστρονομικό μοντέλο στου οποίου το κέντρο βρίσκεται ο ήλιος και οι πλανήτες , συμπεριλαμβανομένου και της Γης , περιστρέφονται γύρω από αυτόν είχε προταθεί ήδη από τον 3ο αιώνα π.Χ. από τον Αρίσταρχο τον Σάμιο, η θεμελίωση της έγινε μόλις τον 16^ο αιώνα από τον αστρονόμο και μαθηματικό Νικόλαο Κοπέρνικο. Σύμφωνα με την θεωρία του ηλιοκεντρισμού, του Κοπέρνικου , η Γη δεν διέφερε από του υπόλοιπους πλανήτες , κινούταν στο διάστημα σε τροχιά γύρω από τον ήλιο και γύρω από έναν φανταστικό άξονα που την τέμνει κατακόρυφα. Επιπλέον εξήγησε πως η καθημερινή κίνηση των αστεριών και των υπολοίπων αστρικών σωμάτων , είναι αποτέλεσμα της περιστροφής της γης γύρω από τον άξονα της και η διέλευση των εποχών αποτέλεσμα της περιστροφής της γης γύρω από τον ήλιο.

Σύμφωνα με την θεωρία του Κοπέρνικου οι άλλοι πλανήτες περιστρέφονται επίσης γύρω από τον ήλιο .Κοντινότεροι στην Γη . Ο κοντινότερος πλανήτης στη Γη είναι ο Άρης, γεγονός που συμπεραίνεται από το ότι κινείται γρηγορότερα ανάμεσα στα αστέρια . Όσον

¹ Αντίχθων¹. Με το όνομα αυτό οι Πυθαγόρειοι όριζαν μια αόρατη Γη η οποία βρισκόταν στους αντίποδες της Γης αλλά σε διαφορετική απόσταση από το κέντρο. Δεν ήταν δυνατόν να είναι ορατή από την Γη διότι μεταξύ τους παρεμβάλλονταν πάντοτε το κεντρικό Πυρ. Αναφορές για την Αντίχθωνα συναντάμε και στον Αριστοτέλη στο έργο του Περί Ουρανού.

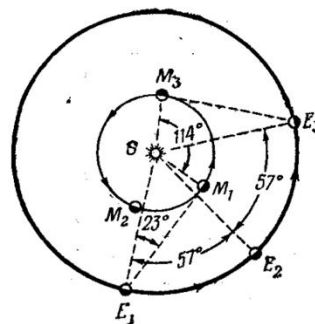
αφορά το σχήμα της τροχιάς των πλανητών , υποστήριξε πως όλοι οι πλανήτες παρουσιάζουν μια σχεδόν ομοιόμορφη κίνηση σε κύκλους



Εικόνα 1.2 :Το ηλιοκεντρικό πλανητικό μοντέλο του Κοπέρνικου

Ο Κοπέρνικος , επιπλέον ,υπολόγισε τις αποστάσεις των πλανητών από τον ήλιο (σε σχέση με την απόσταση Γης- Ήλιου) και την περίοδο μιας πλήρους περιστροφής τους γύρω από τον Ήλιο. Ας δούμε για παράδειγμα την απόσταση του Ερμή εικόνα1.3. Ο εσωτερικός κύκλος είναι η τροχιά του έρμη , ενώ ο εξωτερικός της Γη. Παρατηρώντας τον Ερμή από την Γη, φαίνεται ότι ο έρμης είναι πάντα πιο κοντά στον ήλιο περιστρεφόμενος γύρω από αυτόν . Τα σημεία E1 και M1 , απεικονίζουν την Γη και τον Ερμή αντίστοιχα , όταν ο Ερμής είναι πιο απομακρυσμένος από τον ήλιο στα δυτικά . Η γωνία μεταξύ του Ηλίου και του Ερμή είναι κατά μέσο όρο 23°. Εφόσον το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι ορθό :

$$\frac{SM1}{SE1} = \sin 23^\circ = 0.39 \Leftrightarrow SM1 = 0.39 \times SE1$$

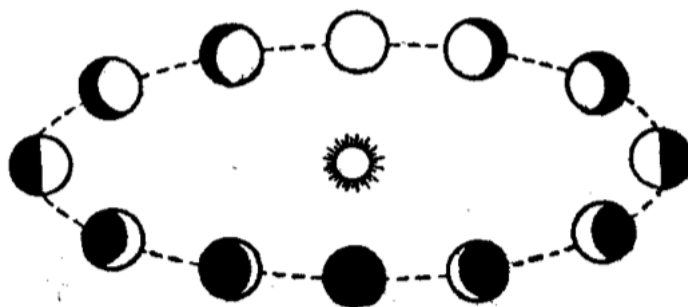


Εικόνα1.3: μέτρηση απόσταση Ερμή σε σχέση με την απόσταση Ήλιου -Γης

Αν και σήμερα γνωρίζουμε πως ο ήλιος αποτελεί μόνο το κέντρο του ηλιακού συστήματος και όχι του γαλαξία ή του σύμπαντος όπως αρχικά υποστήριζε η ηλιοκεντρική θεωρία, ο Κοπέρνικος αποτελεί τον πρώτο αστρονόμο που κατασκεύασε ένα σωστό αστρονομικό μοντέλο του ηλιακού μας συστήματος.

Το 1610, για πρώτη φορά στην ιστορία της αστρονομίας ο Γαλιλαίος, χρησιμοποίησε ένα τηλεσκόπιο, δικής του κατασκευής, ανοίγοντας τον δρόμο για αστρονομικές εξερευνήσεις. Από τις πρώτες του και όλα παρατηρήσεις, βγήκαν σημαντικές ανακαλύψεις. Αρχικά ανακάλυψε ότι ο Δίας είχε 4 μικρούς δορυφόρους που περιστρέφονταν γύρω του. Οι δορυφόροι αυτοί, αναπαριστούν σε μικρογραφία τους πλανήτες του ηλιακού συστήματος. Αυτή ήταν και η τελική κατάρρευση της γεωκεντρικής θεωρίας, αλλά και την αντίρρηση στο σύστημα του Κοπέρνικου ότι η Σελήνη δεν μπορούσε να περιστρέφεται γύρω από έναν κινούμενο πλανήτη, τη Γη, χωρίς να την ακολουθεί.

Ο Γαλιλαίος ανακάλυψε επίσης ότι η Αφροδίτη δεν εμφανίζεται πάντα ολόκληρη, αλλά έχει φάσεις σαν την Σελήνη (εικόνα 1.4). Αυτό απέδειξε ότι η Αφροδίτη είναι ένα ετερόφωτο σώμα που δέχεται φως από τον ήλιο όμοια με την σελήνη. Τέλος οι φάσεις της Αφροδίτης αποτελούν απόδειξη ότι κινείται γύρω από τον ήλιο και άρα στηρίζουν την ηλιοκεντρική θεωρία του Κοπέρνικου.



Εικόνα 1.4: Οι φάσεις της Αφροδίτης

Ο Γαλιλαίος σε αντίθεση με τον Κοπέρνικο, ο οποίος δήλωσε ότι οι ανακαλύψεις του είναι απλώς μια μαθηματική μέθοδος των πλανητών και των αστεριών, προκάλεσε πολλές αντιδράσεις τόσο από την πλευρά της Ρωμαιο-καθολικής Εκκλησίας όσο και από της σύγχρονης επιστημονικής κοινότητας. Οι ανακαλύψεις του προκάλεσαν την Ρωμαιοκαθολική εκκλησία που τον κάλεσε να ανακαλέσει τις θέσεις του.

1.3 Το πρόβλημα των 2 σωμάτων – Ισάκ Νεύτωνας

Οι νόμοι της μηχανικής και ο νόμος της βαρύτητας που ανακαλύφθηκαν από τον Νεύτωνα, όχι μόνο εξήγησαν την φαινομενική κίνηση των πλανητών αλλά άνοιξε νέες τελείως οπτικές στο πεδίο της αστρονομίας. Επιπλέον αποτέλεσαν την βάση της ουράνιας μηχανικής. Αρχικά ο μοναδικός στόχος ήταν να βρεθούν οι πραγματικές τροχιές των ουράνιων σωμάτων, από τις εμφανείς τους διαδρομές στον ουρανό και να περιγράψουν με όρους γεωμετρικών εννοιών. Η μελέτη των κινήσεων έχει λοιπόν γεωμετρική και περιγραφική φύση. Μετά την ανακάλυψη της δύναμης της βαρύτητας και την διατύπωση της θεωρίας της απανταχού

βαρύτητας (1687), όπως θα αναλυθεί στο κεφάλαιο 3, τέθηκαν τα κύρια θεμέλια για τον υπολογισμό της κίνησης πλανητών και δορυφόρων.

Τα πρώτα προβλήματα ουράνιας μηχανικής επιλύθηκαν από τον ίδιο τον Νεύτωνα. Ένα από τα πιο απλά και παρ' αυτά βασικό πρόβλημα είναι το πρόβλημα των δύο σωμάτων (two-body problem). Η επίλυση του προβλήματος αυτού απαιτεί την χρήση διαφορικού μαθηματικού λογισμού, που εκείνη την εποχή αναπτυσσόταν παράλληλα.

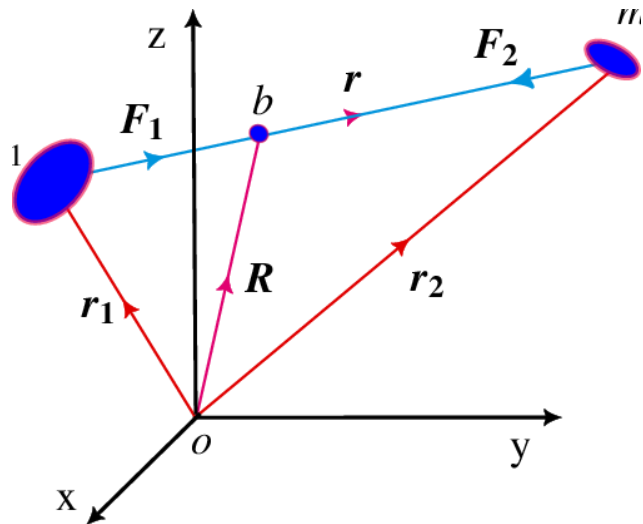
Στην μηχανική των ουράνιων σωμάτων τα σώματα (πλανήτες ή δορυφόροι) θεωρούνται ως υλικά σημεία και η κίνηση στερεού σώματος, όπως η περιστροφή γύρω από τον άξονα τους αμελητέα, λόγω του περίπου σφαιρικού τους σχήματος και των πολύ μεγάλων μεταξύ τους αποστάσεων σε σχέση με την χαρακτηριστική τους διάσταση.

Υποθέτουμε ότι το πρώτο σώμα είναι μάζας m_1 και βρίσκεται στη διανυσματική θέση r_1 . Αντίστοιχα, το δεύτερο αντικείμενο είναι μάζας m_2 και βρίσκεται στη διανυσματική θέση r_2 . Το πρώτο σώμα ασκεί μια δύναμη f_{21} στο δεύτερο. Από τον 3^ο νόμο του Newton, το δεύτερο αντικείμενο ασκεί ίση και αντίθετη δύναμη,

$F = -F$ στο πρώτο

$$m_1 \frac{d^2 r_1}{dt^2} = -F \quad (1)$$

$$m_2 \frac{d^2 r_2}{dt^2} = F \quad (2)$$



Εικόνα 1.5 : σχηματική απεικόνιση προβλήματος δύο σωμάτων

Το κέντρο μάζας του συστήματος βρίσκεται στο

$$R_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Επομένως

$$r_1 = r_{cm} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} r \quad (4)$$

όπου, $r = r_2 - r_1$

$$r_2 = r_{cm} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} r \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (4) στην σχέση (1) και την σχέση (5) στην σχέση (2) , και αξιοποιώντας το γεγονός ότι το κέντρο μάζας του απομονωμένου συστήματος δεν επιταχύνεται , προκύπτει ότι

$$-F = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 r_1}{dt^2}$$

$$F = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 r_2}{dt^2}$$

$$\text{Δηλαδή } F = \mu \frac{d^2 r}{dt^2} \text{ όπου } \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \text{ η μειωμένη μάζα}$$

Με αυτόν τον τρόπο μετατρέψαμε το πρόβλημα των δύο σωμάτων , στο αντίστοιχο πρόβλημα ενός σώματος . Η δύναμη F είναι ίδια και είναι σαν να ασκείται και στα 2 σώματα . Ωστόσο, η μάζα μ , είναι διαφορετική, και είναι μικρότερη και από την m_1 και από την m_2 ονομάζεται μειωμένη μάζα .

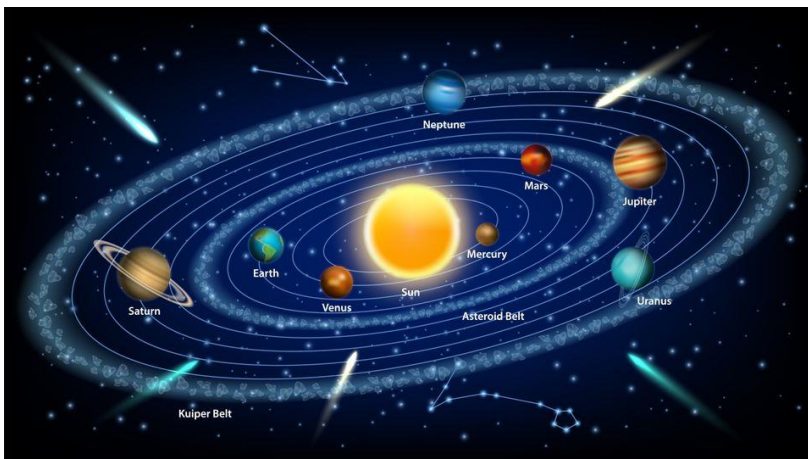
Η περιγραφή και η μελέτη των πλανητικών τροχιακών, με βάση το πρόβλημα των δύο σωμάτων, δεν είναι πάρα ένα βήμα για την ανακάλυψη των περίπλοκων κινήσεων των ουράνιων σωμάτων. Αν ένας πλανήτης, δεχόταν μόνο ελκτική δύναμη από τον ήλιο, η τροχιά του θα μπορούσε να καθοριστεί από την παραπάνω λύση. Στην πραγματικότητα , όλα τα σώματα του ηλιακού συστήματος έλκουν το ένα το άλλο, αποκλείοντας έτσι την ύπαρξη ακριβώς ελλειπτικών τροχιών.

Αυτό που στην πραγματικότητα συμβαίνει είναι ότι οι τροχιές των περισσότερων πλανητών εκτός του Ερμή, του Άρη και του Πλούτωνα, είναι ελλειπτικές και προσεγγίζουν πολύ τις κυκλικές, χωρίς όμως ο Ήλιος να βρίσκεται στο κέντρο των τροχιών τους, αλλά στη μια εστία τους. Αποτέλεσμα αυτού είναι ο πλανήτης να μην απέχει συνεχώς τη ίδια απόσταση από τον ήλιο κατά την περιστροφή , γύρω από αυτόν .

1.4 Ηλιακό σύστημα και κινήσεις πλανητών

Σήμερα γνωρίζουμε πως το ηλιακό μας σύστημα αποτελείται από 9 πλανήτες , τον Ήλιο και άλλα μικρότερα σώματα όπως νάνοι πλανήτες , κομήτες , αστεροειδείς κ.α. Οι 9

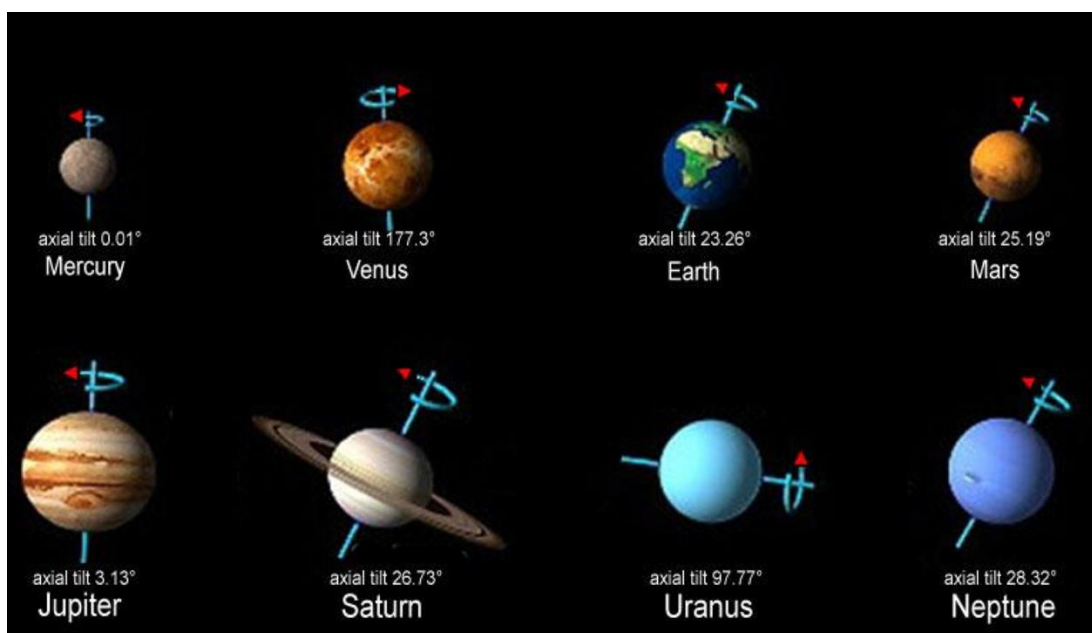
πλανήτες είναι με σειρά διάταξης (από τον πλανήτη πιο κοντά στον ήλιο στον πιο μακρινό) : Έρμης , Αφροδίτη , Γη, Άρης , Δίας , Κρόνος , Ποσειδωνίας , Ουρανός και Πλούτωνα.



Εικόνα 1.6: Το ηλιακό μας σύστημα

Η **φαινομενική κίνηση των πλανητών** είναι η κίνηση που θα συμπεράνει κανείς πως κάνουν αν τους παρατηρήσει από την Γη. Λόγω της πραγματικής κίνησης των πλανητών γύρω από τον Ήλιο, παρατηρούμενοι από τη Γη που και αυτή περιστρέφεται, με διαφορετική όμως ταχύτητα, δημιουργείται το φαινόμενο διπλής κίνησης με ανάδρομη φορά, δηλαδή άλλοτε να προτρέχει η Γη και άλλοτε ο πλανήτης. Στην πρώτη περίπτωση ο πλανήτης φαίνεται να κινείται προς την δύση, ενώ στην δεύτερη προς την ανατολή. Ο παρατηρούμενος πλανήτης, πριν αλλάξει κατεύθυνση κίνησης δίνει την εντύπωση πως σταματά. Το σημείο που γίνεται αυτό ονομάζεται **στηριγμός της φαινομενικής πλανητικής τροχιάς**.

Οι **πραγματικές κινήσεις των πλανητών** είναι δύο : η περιστροφή τους γύρω από τον άξονα τους και η περιφορά τους γύρω από τον ήλιο. Όλοι οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον νοητό άξονα τους εικόνα 1.7. Εκτός από την Αφροδίτη και τον Ουρανό, των οποίων η κίνηση έχει αναδρομή φορά, από τα αριστερά προς τα δεξιά, οι άλλοι πλανήτες περιστρέφονται από τα δεξιά προς τα αριστερά, ορθή φορά. Οι άξονες περιστροφής των πλανητών παρουσιάζουν διάφορες κλίσεις, ως προς το επίπεδο της ακολουθούμενης τροχιάς τους γύρω από τον Ήλιο. Η κλίση αυτή έχει μεγάλη σημασία για τον σχηματισμό και το εύρος των ζωνών στην επιφάνεια του πλανήτη, καθώς και τις εποχές του έτους και την διάρκεια της ημέρα και της νύκτας. Επιπλέον εκτός από την περιστροφή γύρω από τον άξονα τους οι πλανήτες περιφέρονται και γύρω από τον ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές κατά την ορθή φορά (εικόνα 1.6), όπως ορίζουν οι νόμοι του Κέπλερ. Αυτή η κίνηση επιτρέπει στους εσωτερικούς από την Γη πλανήτες (Ερμή και Αφροδίτη) να παρουσιάζουν φάσεις όπως αναφέρθηκε πιο πάνω. Στην πραγματικότητα οι τροχιές των περισσότερων πλανητών εκτός του Ερμή, του Άρη και του Πλούτωνα, προσεγγίζουν πολύ τις κυκλικές, χωρίς όμως ο Ήλιος να βρίσκεται στο κέντρο των τροχιών τους, αλλά στη μια εστία τους. Αποτέλεσμα αυτού είναι ο πλανήτης να μην απέχει συνεχώς τη ίδια απόσταση από τον ήλιο κατά την περιστροφή, γύρω από αυτόν.

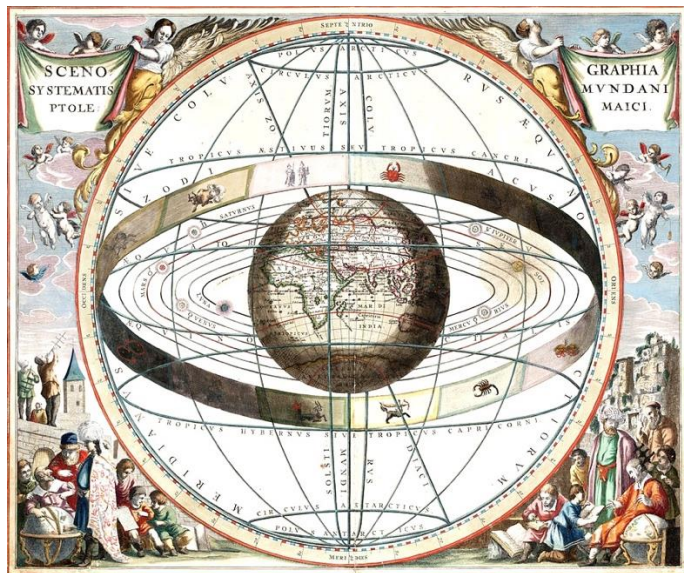


Εικόνα 1.7: Περιστροφή πλανητών γύρω από τον άξονα τους

Η περιφορά των πλανητών γύρω από τον Ήλιο δημιουργεί ένα επίπεδο. Τα επίπεδα αυτά, έχουν για όλους τους πλανήτες, με εξαίρεση του Πλούτωνα, έχουν την ίδια περίπου κλίση. Το μέσο επίπεδο στο οποίο κινούνται όλοι πλανήτες, ονομάζεται επίπεδο της εκλειπτικής και διέρχεται από το σημείο $K(0,0)$ της ουράνιας σφαίρας. Η τομή του επιπέδου αυτού με την ουράνια σφαίρα, δηλαδή ο μέγιστος κύκλος της ουράνια σφαίρας, ονομάζεται **εκλειπτική τομή**.

Καθώς η Γη κινείται γύρω από τον Ήλιο, τον βλέπει να προβάλλεται πάνω στην εκλειπτική, με αποτέλεσμα στην διάρκεια του έτους να φαίνεται σαν να την διαγράφει. Όσον αφορά τους υπόλοιπους πλανήτες, η διαφοροποίηση των επιπέδων των τροχιών τους, δίνει την αίσθηση πως βρίσκονται μέσα σε μια στενή ζώνη πλάτους ($\pm 8^\circ$) εκατέρωθεν αυτής. Στην ζώνη αυτή, σε αποστάσεις σχεδόν ίσες, βρίσκονται οι 12 αστερισμοί. Η ζώνη αυτή ονομάζεται **ζωδιακή ζώνη**. Έτσι ο ήλιος και οι πλανήτες φαίνεται να διέρχονται από 12 θέσεις.

Η μετάπτωση του άξονα ενός ουράνιου σώματος, είναι η αργή και συνεχής αλλαγή της κατεύθυνσης τους άξονα περιστροφής του και είναι αποτέλεσμα της βαρύτητας. Η Γη καθώς περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της εκτελεί ταυτόχρονα μια γυροσκοπική κίνηση, σαν σβούρα έτοιμη να σταματήσει. Η κίνηση αυτή ολοκληρώνεται κάθε 26.000 χρόνια και είναι το αίτιο που ανά χιλιετίες υπάρχει διαφορετικός Πολικός Αστέρας. Επιπλέον η μετάπτωση επηρεάζει και την διαδοχική μετακίνηση των Ισημεριών σημείων, του Εαρινού και του Φθινοπωρινού. Για αυτό το φαινόμενο αυτό είναι γνωστότερο κι ως **Μετάπτωση των Ισημεριών**.



Εικόνα 1.8 :Andreas Cellarius' "Harmonia Macrocosmica"-Ουράνια σφαίρα, πλανήτες και ζωδιακή ζώνη.

ΚΕΠΛΕΡ ΚΑΙ ΟΙ 3 ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ

2.1 Βιογραφία ΓΙΟΧΑΝΕΣ ΚΕΠΛΕΡ



Ο Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630) ήταν ένας Γερμανός αστρονόμος ή πιο προσεγγιστικά με την σημερινή ορολογία ένας αστροφυσικός γεννημένος στην Βυρτεμβέργη της Γερμανίας στις 15 Νοεμβρίου το 1571. Ο Κέπλερ από την αρχή της ζωής του αντιμετώπισε διάφορα προβλήματα όπως, η πρόωρη γέννηση του αλλά και η αρρώστια του από ευλογία σε ηλικία 4 ετών, τα οποία τον κατέστησαν αδύναμο, με δυσκίνητα χέρια και εξασθένηση στα μάτια. Από πολύ μικρή ηλικία, τα ουράνια ήταν τα στοιχεία που κίνησαν το ενδιαφέρον του Κέπλερ, αφού μόλις από 5 χρονών παρατήρησε τον κομήτη του 1577, έναν μη περιοδικό κομήτη ο οποίος πέρασε από την γη το έτος 1577, αλλά και την έκλειψη της Σελήνης το 1580 την οποία περιέγραψε με τα δικά του παιδικά λόγια ως ότι « το φεγγάρι φαινόταν αρκετά κόκκινο». Λόγω των παραπάνω ασθενειών και την εξασθένηση

της όρασης του, αποφάσισε όμως να ασχοληθεί κυρίως με την μαθηματική και θεωρητική αστρονομία αντί για την παρατηρησιακή. Το εκλεκτικό του πνεύμα άντλησε στοιχεία από ένα ευρύτατο φάσμα πηγών, την ελληνιστική επιστήμη, την αριστοτέλεια και νεοπλατωνική φιλοσοφία, τη νεοπυθαγόρεια αριθμολογία, την αστρολογία και την αλχημεία ενώνοντας όλα τα παραπάνω με συνδετική ουσία τη θεολογία.

Το 1589 αφού αποφοίτησε από το σχολείο, άρχισε σπουδές θεολογίας στο Πανεπιστήμιο του Τύμπιγκεν (Tübingen), ενώ αναδείχθηκε σε εξέχοντα μαθηματικό και κέρδισε την φήμη ενός επιδέξιου αστρολόγου. Σημαντική επιρροή στην επιστημονική εξέλιξη του Κέπλερ διέτέλεσε ο Μίχαελ Μέστλιν (Michael Maestlin, 1550-1631), ο οποίος τον δίδαξε το πτολεμαϊκό αλλά και το ηλιοκεντρικό σύστημα. Από τα δυο παραπάνω ο Κέπλερ αποφάσισε και ενστερνίστηκε το ηλιοκεντρικό το οποίο υπερασπιζόταν τόσο θεωρητικά όσο και θεολογικά στις συζητήσεις του. Κατά το τέλος των σπουδών του ο Κέπλερ αποδέχτηκε μια πρόταση τον Απρίλιο του 1594 για την θέση δασκάλου των μαθηματικών και της αστρονομίας στο Προτεσταντικό Σχολείο του Γκρατς της Αυστρίας. Κατά την διδασκαλία του στο Γκρατς ο Κέπλερ κατάφερε να αναπτύξει μια νέα κοσμολογική θεωρία βασισμένη στο ηλιοκεντρικό σύστημα το οποίο είχε ενστερνιστεί και η οποία εκδόθηκε το 1596 με τίτλο *Mysterium Cosmographicum*, «Το Μυστήριο του Κόσμου».

Δύο χρόνια αργότερα το 1598 ο Κέπλερ εκδιώχθηκε από το Γκρατς λόγω των όλο και αυστηρότερων πολιτικών Αντιμεταρρυθμίσεων κατά των Προτεσταντών. Μετά τον διωγμό του και πιο συγκεκριμένα τον Δεκέμβριο του 1599 δέχεται μια πρόσκληση από τον αστρονόμο Τύχων Βράχιο (Tycho Brahe) για να τον βοηθήσει σε μια πόλη έξω από την Πράγα, την οποία και δέχεται. Το 1600 συναντήθηκε με τον Βράχιο και άρχισε η συνεργασία τους, τον επόμενο χρόνο και μετά τον θάνατο του Βράχιο ο Κέπλερ τον αντικατέστησε ως αυτοκρατορικός μαθηματικός των Αψβούργων, μια από τις σημαντικότερες βασιλικές δυναστείες στην Ευρώπη για την εποχή εκείνη, στην βασιλική αυλή την οποία θέση ο Κέπλερ διατήρησε μέχρι και το

τέλος της ζωής του το 1630. Εκμεταλλευόμενος τα χρόνια ερευνών και παρατηρήσεων του Τύχωνα, ο Κέπλερ λίγα χρόνια αργότερα ανέπτυξε την δικιά του ηλιοκεντρική θεωρία ακόμη και αν λόγω των νέων επιστημονικών δεδομένων της εποχής αναγκάστηκε να την εγκαταλείψει και να αναπτύξει μια νέα δικιά του θεωρία για τις κινήσεις των πλανητών, η οποία περιελάμβανε τις μη κυκλικές κινήσεις των πλανητών. Την θεωρία αυτή κατάφερε να δημοσιεύσει το 1609 με περιεχόμενα τους γνωστούς πια σε όλους, πρώτο και δεύτερο νόμο του Κέπλερ, με τίτλο *Astronomia Nova*, «Η Νέα Αστρονομία». Κατά την θητεία του ως αυτοκρατορικός μαθηματικός ο Κέπλερ είχε αρκετές δυσάρεστες περιπέτειες, αφού το 1612 αναγκάστηκε να καταφύγει ως μαθηματικός στο Λίντς λόγω των θρησκευτικών εντάσεων στην Πράγα. Στην συνέχεια, μια ακόμη δυσάρεστη τετραετία τον περιμένει το 1617-1621, όπου η μητέρα του Καταρίνα κατηγορήθηκε ότι ήταν μάγισσα στο Λέονμπεργκ και από τον Αύγουστο 1620 φυλακίστηκε επί 14 μήνες. Μετά από πολλές νομικές προσπάθειες για την υπεράσπιση της ο Κέπλερ κατάφερε να την απελευθερώσει τον Οκτώβριο του 1621, κάτι που όμως τον κράτησε πίσω στην ολοκλήρωση των έργων που του είχαν ανατεθεί. Αντί για αυτά τα έργα όμως επικεντρώθηκε στην αρμονική θεωρία του την οποία δημοσίευσε το 1619 με τον τίτλο *Harmonices Mundi* («Η Αρμονία των Κόσμων») και η οποία περιείχε τον γνωστό τρίτο νόμο του Κέπλερ.

2.2 Το έργο του

Όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, Ο Brahe πριν πεθάνει είχε αναθέσει στον Κέπλερ να μελετήσει τις τροχιές των πλανητών, κυρίως όμως να υπολογίσει εκ νέου την τροχιά του Άρη. Η φαινομενική τροχιά του Άρη παρουσίαζε τις μεγαλύτερες δυσκολίες ως προς την ερμηνεία βάσει των επικύκλων. Με το θάνατο του Μπράχε, ο Κέπλερ είχε στην κατοχή του το σύνολο των αστρονομικών παρατηρήσεων του, ένα τηλεσκόπιο και μεγάλο ενθουσιασμό για να εξακριβώσει αν ισχύει η μορφή της δικής του ηλιοκεντρικής θεωρίας. Ο ενθουσιασμός του Κέπλερ τον έκανε να μελετήσει σε βάθος και να προσπαθήσει να εξηγήσει την κίνηση του Άρη, η οποία τελικά αποδείχθηκε πως δεν ακολουθούσε την, όπως ο ίδιος πίστευε, κυκλική τροχιά. Έτσι εγκατέλειψε την κυκλική θεωρία του και με βάση τα νέα και ακριβέστερα στοιχεία αποφάσισε να δοκιμάσει τον τύπο για την έλλειψη και κατά αυτόν τον τρόπο κατέληξε στην ανακάλυψη του πρώτου νόμου του Κέπλερ για τις κινήσεις πλανητών. Η ελλειπτική τροχιά των πλανητών ήταν ο 1ος νόμος του Κέπλερ, στον οποίο κατέληξε το 1605. Σύμφωνα με αυτόν, οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον ήλιο διαγράφοντας επίπεδες τροχιές. Οι τροχιές αυτές είναι ελλείψεις των οποίων ο ήλιος καταλαμβάνει μία από τις εστίες.

Ο Κέπλερ προσπαθούσε να βρει έναν νόμο ο οποίος να προκαθορίζει τις θέσεις των πλανητών στο ηλιακό μας σύστημα το οποίο για την εποχή εκείνη και με τις δεδομένες τότε γνώσεις αποτελούνταν από 6 πλανήτες και όχι 9. Οι πλανήτες αυτοί ήταν οι Ερμής, Αφροδίτη, Γη, Άρης, Δίας και Κρόνος. Ο Κέπλερ παίρνοντας ως μονάδα μέτρησης την απόσταση Γης – Ήλιου υπολόγισε τις αποστάσεις των υπόλοιπων πλανητών από τον Ήλιο και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι μεταξύ Άρη και Δία πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει ένας ακόμη άγνωστος έως τότε πλανήτης, καθώς η απόσταση των δύο ήταν ανεξήγητα μεγάλη. Την θεωρία του αυτή βέβαια απέρριψαν αρκετοί σοφοί της εποχής κάτι που οδήγησε και τον ίδιο στο να την παρατήσει.

Αργότερα ο Κέπλερ ήρθε αντιμέτωπος με το πρόβλημα των ταχυτήτων των πλανητών το οποίο επίλυσε καταλήγοντας στην θεώρηση πως ένας πλανήτης ταξιδεύει γρηγορότερα όταν έρχεται πιο στον Ήλιο και κινείται πιο αργά, όταν είναι πολύ μακριά από αυτόν. Δηλαδή, οι ταχύτητες των πλανητών στις τροχιές του δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται κατά τρόπον, ώστε η ευθεία που ενώνει τον πλανήτη με τον Ήλιο να διαγράφει σε ίσα χρονικά διαστήματα, ίσες επιφάνειες. Η θεωρία αυτή αποτέλεσε τον δεύτερο νόμο του Κέπλερ. Το 1619 εξέδωσε το έργο *Harmonice mundi* «Αρμονία των Κόσμων», όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στο οποίο εξηγούσε ότι οι κινήσεις των πλανητών ακολουθούν τους νόμους της μουσικής αρμονίας και διατύπωσε τον νόμο σύμφωνα με τον οποίο τα τετράγωνα των χρόνων περιφοράς των πλανητών γύρω από τον ήλιο είναι ανάλογα με τους κύβους των μέσων αποστάσεων τους από τον ήλιο. Με την παραπάνω θεώρηση του να ολοκληρώνει τους τρεις νόμους του Κέπλερ.

Τέλος, κάποια ακόμη έργα του ήταν ο Υπερκαινοφανής του Κέπλερ τον οποίο δημοσίευσε το 1611, μια μονογραφία για την προέλευση του σχήματος των χιονονιφάδων, επιπλέον συμπλήρωσε την Επιτομή της Κοπερνίκειας Αστρονομίας το 1621 και το 1627 ολοκλήρωσε τους Ροδόλφους Πίνακες οι οποίοι έδιναν ακριβείς μελλοντικές θέσεις των πλανητών και επέτρεπαν την πρόβλεψη σπάνιων αστρονομικών γεγονότων. Προσέφερε ακόμη σημαντικά στην οπτική διατυπώνοντας θεωρίες για τους οπτικούς φακούς και το τηλεσκόπιο με δύο κυρτούς φακούς.

ΟΙ 3 ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΩΝ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

1^{ος} Νόμος των ελλειπτικών τροχιών : Οι πλανήτες περιφέρονται περί τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές, των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει τη μία από τις δύο εστίες.

2^{ος} Νόμος των ίσων εμβαδόν : η επιβατική ακτίνα σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα εμβαδά, δίνοντας έτσι την ακριβή σχέση μεταξύ της απόστασης ενός πλανήτη από τον ήλιο και του χρόνου περιστροφής του.

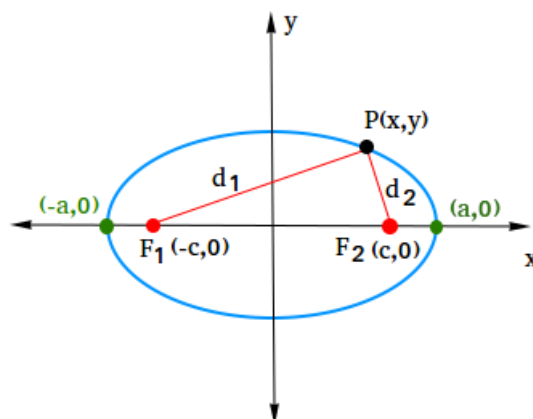
3^{ος} Νόμος των περιόδων ή αστρικών περιφορών : Το τετράγωνο του χρόνου (P) που απαιτείται για να συμπληρώσει ένας πλανήτης μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο (η περίοδος του πλανήτη) είναι ανάλογο του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής του τροχιάς, και η σταθερά της αναλογίας είναι η ίδια για όλους τους πλανήτες.

2.3 Στοιχεία για τις ελλείψεις και εκκεντρότητα

Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Κέπλερ, η κυκλική τροχιά είναι μια πολύ ειδική περίπτωση, ενώ οι ελλειπτικές τροχιές αποτελούν την γενική περίπτωση. Το παραπάνω βέβαια δεν ήταν κάτι που οι επιστήμονες της τότε εποχής μπορούσαν εύκολα να αποδεχθούν καθώς οι κύκλοι ήταν το σχήμα το οποίο απεικόνιζε την τελειότητα των «ουρανών».

Οι ελλείψεις θα είναι τα σχήματα των τροχιών που όμως θα μας απασχολήσουν στην συνέχεια.

Μια έλλειψη για να την ορίσουμε στα μαθηματικά επιλέγουμε δυο σημεία όπως φαίνεται και στην εικόνα 2.1 τα F_1 και F_2 , τα οποία ονομάζονται **εστίες της έλλειψης** και σχεδιάζουμε μια καμπύλη που διέρχεται από σημεία για τα οποία το άθροισμα των αποστάσεων d_1 και d_2 από τις εστίες, έχει σταθερή τιμή.



Εικόνα 2.1 βασικά στοιχεία έλλειψης

Επιπλέον για μια έλλειψη ισχύει:

- τα σημεία F_1 και F_2 βρίσκονται σε απόσταση c από το κέντρο
- $d_1 + d_2 = \text{σταθερό}$, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως
- η ευθεία που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ σημείων της έλλειψης και διέρχεται από το κέντρο της ονομάζεται **μεγάλος άξονας** και έχει μήκος $2a$, όπου a ο **μεγάλος ημιάξονας**.
- η ευθεία που αντιστοιχεί στη μικρότερη απόσταση μεταξύ σημείων της έλλειψης και διέρχεται από το κέντρο ονομάζεται **μικρός ημιάξονας**.

Σημαντικό στοιχείο στις ελλείψεις είναι η **εκκεντρότητα** η οποία συμβολίζεται με e , δίνεται από τον τύπο $e = c/a$ και περιγράφει το γενικό σχήμα μιας έλλειψης.

Για έναν κύκλο επειδή $c = 0$ η εκκεντρότητα e είναι ίση με 0 και σε μια έλλειψη κυμαίνεται από 0 έως 1 ($0 < e < 1$).

Στην προσπάθεια μας να παρουσιάσουμε και να εξηγήσουμε τους νόμους του Κέπλερ και την κίνηση των πλανητών χρειαζόμαστε κάποια **επιπλέον στοιχεία για τις ελλείψεις και τις πλανητικές τροχιές** τα οποία είναι τα παρακάτω:

1) Ο ήλιος βρίσκεται στην μια εστία της έλλειψης και στην άλλη, όπως και στο κέντρο, δεν βρίσκεται τίποτα.

2) Για ένα σώμα σε τροχιά γύρω από τον ήλιο

Αφήλιο: είναι το σημείο με την μέγιστη απόσταση από τον ήλιο η οποία είναι ίση με $a + c$.

Περιήλιο: είναι το σημείο με την ελάχιστη απόσταση από τον ήλιο η οποία είναι ίση με $a - c$.

Για ένα σώμα γύρω από την γη τα αντίστοιχα σημεία ονομάζονται απόγειο και περίγειο.

Η εκκεντρότητα της τροχιάς αποτελείται από τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης απόστασης ενός πλανήτη από το άστρο του ηλιακού συστήματος του, διαιρεμένης με το σύνολο των δύο αυτών αποστάσεων. Είναι η αναλογία η οποία περιγράφει το σχήμα της ελλειπτικής τροχιάς. Όσο μεγαλύτερη η εκκεντρότητα τόσο μεγαλύτερες είναι οι μεταβολές της θερμοκρασίας στην επιφάνεια ενός πλανήτη. Η τροχιά της Γης είναι σχεδόν τελείως κυκλική, με την εκκεντρότητα της τροχιάς της να είναι λιγότερο από 0,02. Επίσης και οι υπόλοιποι

πλάνητες στο ηλιακό σύστημα (με την εξαίρεση του Ερμή) έχουν εξίσου χαμηλές εκκεντρότητες. Ο Ερμής, ο πιο κοντινός πλανήτης στον Ήλιο, έχει μια πολύ υψηλή εκκεντρότητα (0,206).

Οι τροχιές των πλανήτων είναι σχεδόν κυκλικές με μέση εκκεντρότητα ~ 0.04 .

Τα δεδομένα τα οποία έχουν συλλεχτεί ως προς τις εκκεντρότητες των εξωηλιακών² πλανήτων αποτελέσαν έκπληξη για τους περισσότερους ερευνητές, μιας και δείχνουν πως το 90% των πλανήτων έχουν εκκεντρότητα η οποία είναι μεγαλύτερη από αυτή που υπάρχει στους πλανήτες του ηλιακού συστήματος στο οποίο βρίσκεται η Γη, με τον μέσο όρο της εκκεντρότητας να είναι 0,25. Αυτό σημαίνει πως η μεγάλη πλειοψηφία των πλανητών έχουν τροχιές με υψηλή εκκεντρότητα, και ακόμα και αν η μέση απόσταση από το άστρο τους είναι εντός της κατοικήσιμης ζώνης, λόγω της τροχιάς τους παραμένουν μόνο για ένα μικρό χρονικό διάστημα εντός της ζώνης αυτής.

2.4 Νόμοι του Κέπλερ

Πρώτος νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: Οι πλανήτες περιφέρονται περί τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές, των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει τη μία από τις δύο εστίες.

Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί τον πρώτο νόμο του Κέπλερ ή όπως ονομάζεται διαφορετικά, τον νόμο των ελλειπτικών τροχιών.

Η ελλειπτική τροχιά των πλανητών αποτελεί άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι η βαρυτική δύναμη ακολουθεί τον νόμο του αντίστροφου τετραγώνου. Ο νόμος αυτός είχε διατυπωθεί από τον Coulomb και αναφέρει πως:

- η ένταση της επίδρασης μιας σημειακής πηγής S, χωρίς όριο στην εμβέλεια της η οποία επιδρά ισοδύναμα σε όλες τις κατευθύνσεις, σε κάθε δεδομένη επιφάνεια κελύφους, απόστασης d, είναι ίση με το πηλίκο της ισχύος της πηγής S προς το εμβαδόν της επιφάνειας νοητής σφαίρας, ακτίνας d.

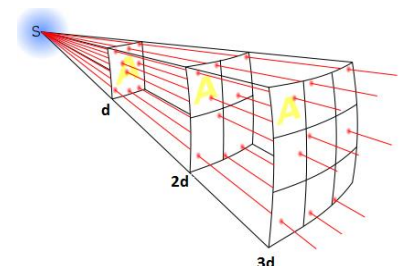
Οι ελλειπτικές και οι κυκλικές τροχιές είναι επιτρεπτές τροχιές και περιγράφουν τα δέσμια σώματα, ενώ όχι τα ελεύθερα.

Δέσμιο σώμα: το σώμα το οποίο περιφέρεται σε τροχιά γύρω από το κέντρο της βαρυτικής δύναμης. (Σε αυτά τα σώματα συγκαταλέγονται οι πλανήτες, οι αστεροειδείς και κομήτες που περιφέρονται γύρω από την Ήλιο, καθώς και δορυφόροι που βρίσκονται σε τροχιά).

Ελεύθερο σώμα: το σώμα το οποίο ενδέχεται να περάσει κοντά από τον Ήλιο και να μην



Εικόνα 2.2 ελλειπτική τροχιά



Εικόνα 2.3 γραφική απεικόνιση του νόμου του αντίστροφου

επιστρέφει ποτέ. (Σε αυτά τα σώματα συγκαταλέγονται μετεωροειδή από το μακρινό διάστημα).

Δεύτερος νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: η επιβατική ακτίνα σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα εμβαδά, δίνοντας έτσι την ακριβή σχέση μεταξύ της απόστασης ενός πλανήτη από τον ήλιο και του χρόνου περιστροφής του.

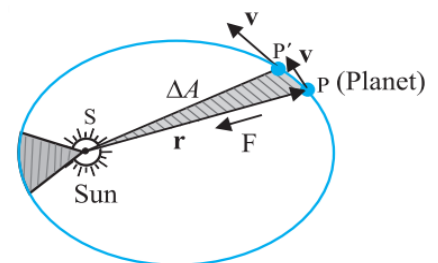
Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί τον δεύτερο νόμο του Κέπλερ ή αλλιώς το νόμο ίσων εμβαδών.

Ο παραπάνω νόμος είναι συνέπεια της διατήρησης της στροφορμής. Για την ανάλυση και την απόδειξη του δεύτερου νόμου θεωρούμαι έναν πλανήτη με μάζα M_p ο οποίος κινείται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά.

Απόδειξη:

Για την συνέχεια, θα θεωρήσουμε ότι ο Ήλιος λόγω της τεράστιας μάζας του δεν έλκεται αρκετά από τον πλανήτη ώστε να κινηθεί επομένως είναι ακίνητος.

Ο Ήλιος ασκεί στον πλανήτη μια βαρυτική δύναμη F , όπως φαίνεται και στην εικόνα 1.5, η οποία βρίσκεται στην διεύθυνση της ακτίνας της έλλειψης με φορά προς τον Ήλιο για αυτό και έχει μηδενική ροπή.



Εικόνα 2.4 απεικόνιση του δεύτερου νόμου του Κέπλερ

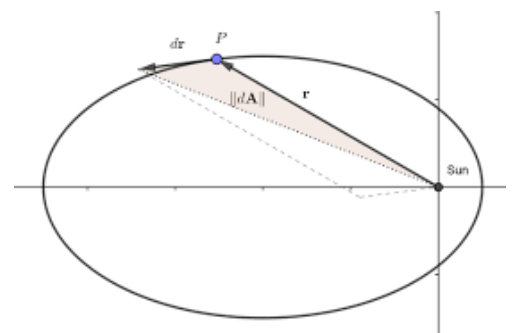
Η εξωτερική ροπή η οποία ασκείται στον πλανήτη είναι μηδενική οπότε το σύστημα είναι κλειστό (Συνολική εξωτερική ροπή $\Sigma \tau_{\text{εξ}} = d\vec{L}/dt$), οπότε η στροφορμή $\vec{L}$ του πλανήτη είναι μια σταθερά κίνησης :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = M_p \vec{r} \times \vec{v} = \text{σταθερά} \quad (2.1)$$

Από γεωμετρικής άποψης, σε χρονικό διάστημα dt , το ακτινικό διάνυσμα r καλύπτει επιφάνεια ΔA , η οποία ισούται με το μισό εμβαδόν του παραλληλογράμμου που παρουσιάζεται με διακεκομμένες στην εικόνα 2.5

(Η μετατόπιση του πλανήτη $d\vec{r} = \vec{v} dt$ (2.2)).

$$\Delta A = \frac{1}{2} \times |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} \times |\vec{r} \times \vec{v} dt| = \frac{L}{2M_p} dt \quad (2.3)$$



Εικόνα 2.5 Έλλειψη

$$\text{Καταλήγουμε λοιπόν στην επόμενη σχέση : } \frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_p} \quad (2.4)$$

Στην οποία L και M_p είναι σταθερές. Η σχέση (2.4) μας δείχνει δηλαδή πως το διάνυσμα r διανύει ίσες επιφάνειες σε ίσα χρονικά διαστήματα.
-εμβαδική ταχύτητα = σταθερή.

Συμπέρασμα: ο νόμος ισχύει σε κάθε περίπτωση που εμπλέκεται κάποια κεντρική δύναμη, ανεξάρτητα από το αν ακολουθεί τον νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου ή όχι.

Τρίτος νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: Το τετράγωνο του χρόνου (P) που απαιτείται για να συμπληρώσει ένας πλανήτης μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο (η περίοδος του πλανήτη) είναι ανάλογο του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής του τροχιάς, και η σταθερά της αναλογίας είναι η ίδια για όλους τους πλανήτες.

Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί τον τρίτο νόμο του Κέπλερ ή αλλιώς νόμο αστρικών περιφορών.

Ο παραπάνω νόμος, όπως και ο πρώτος είναι συνέπεια του νόμου του αντίστροφου τετραγώνου

Απόδειξη: Για να αποδείξουμε τον τρίτο νόμο του Κέπλερ, αρχικά θα θεωρήσουμε μια κυκλική τροχιά και έναν πλανήτη μάζας M_p ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο μάζας M_s σε αυτή την κυκλική τροχιά. Η βαρυτική δύναμη είναι αυτή η οποία δημιουργεί κεντρομόλο επιτάχυνση και θέτει τον πλανήτη σε κυκλική τροχιά. Χρησιμοποιώντας τον νόμο της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα έχουμε:

$$F_g = \frac{GM_s M_p}{r^2} \quad (2.5)$$

Από τον νόμο της παγκόσμιας βαρύτητας έχουμε:

$$F_g = M_p a \quad (2.6) \quad (\text{όπου } a \text{ είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση}$$

$$a = \frac{u^2}{r})$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.5) και (2.6) προκύπτει ότι:

$$\frac{GM_s M_p}{r^2} = M_p a \text{ και απαλείφοντας την μάζα του πλανήτη } \frac{GM_s}{r^2} = \frac{u^2}{r}$$

$$\text{Το μέτρο της ταχύτητας του πλανήτη είναι } u = \frac{2\pi r}{T}$$

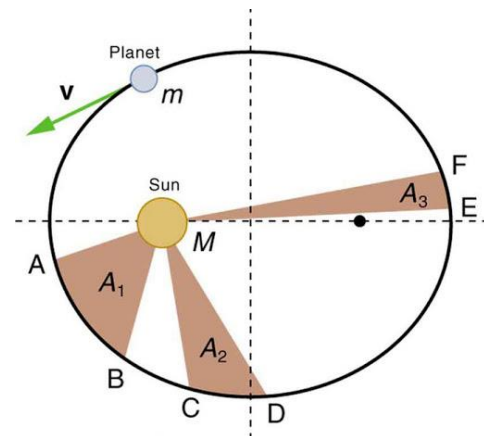
$$\text{Άρα } \frac{GM_s}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} \quad (2.7)$$

Λύνοντας ως προς την περίοδο T καταλήγουμε στην ζητούμενη σχέση, δηλαδή:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right)r^3. \text{ Μπορούμε όμως να παρατηρήσουμε ότι ένα μέρος της σχέσης είναι σταθερό}$$

και ανεξάρτητο από τα άλλα. Για αυτό τον λόγο καθιερώθηκε η σταθερά

$$K_s = \frac{4\pi^2}{GM_s} = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$$



Εικόνα 2.7 :Απεικόνιση ελλειπτικής τροχιάς πλανητών

Τελικά:

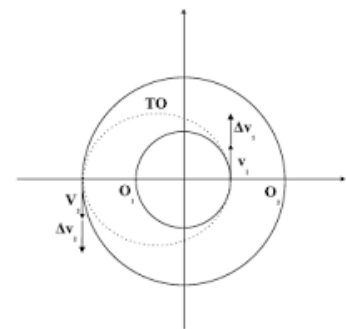
$$T^2 = K_s r^3 \quad (2.8)$$

Συμπεράσματα: Η παραπάνω εξίσωση 2.4 ισχύει για κυκλικές αλλά και ελλειπτικές τροχιές αν απλά αντικαταστήσουμε το r με το μήκος a του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης. Επιπλέον, για ένα σώμα που διαγράφει τροχιά γύρω από κάποιο άλλο σώμα η σταθερά θα εξαρτάται από το σώμα γύρω από το οποίο γίνεται η περιφορά.

2.5 Τροχιές Hohmann

Ο Γερμανός Walter Hohmann ήταν ο πρώτος άνθρωπος ο οποίος μελέτησε τις τροχιές μεταφοράς από την Γη στην Σελήνη και γενικότερα σε άλλους πλανήτες. Με την παραπάνω μέθοδο είχε σκοπό την αποστολή ενός διαστημόπλοιου από την Γη σε έναν οποιονδήποτε άλλο πλανήτη. Η παραπάνω διαδικασία χωρίζεται σε 3 στάδια:

1^ο Στάδιο: το διαστημόπλοιο εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης και μόλις φτάσει σε ένα συγκεκριμένο ύψος, ενεργοποιούνται οι προωθητικοί πύραυλοί του που τον θέτουν σε κυκλική τροχιά γύρω από αυτή.



Εικόνα 2.8 Τροχιά μεταφοράς Hohmann

2^ο Στάδιο: Την κατάλληλη στιγμή, δηλαδή όταν η Γη και ο πλανήτης προορισμού βρίσκονται στις κατάλληλες συνθήκες, μέσω των πυραύλων δίνεται η απαιτούμενη ενέργεια ώστε το διαστημόπλοιο να μπει σε ελλειπτική τροχιά με απόκεντρο σε κάποιο σημείο κοντά στον πλανήτη προορισμού και περίκεντρο την θέση που ξεκινάει το ταξίδι. Η τροχιά αυτή που θα διανύσει το διαστημόπλοιο ονομάζεται τροχιά μεταφοράς Hohmann

3^ο Στάδιο: Μόλις το διαστημόπλοιο φτάσει στο επιθυμητό ύψος από τον πλανήτη προορισμού, ενεργοποιούνται ξανά οι κινητήρες του με στόχο να το επιβραδύνουν και να καταφέρει να παραμείνει σε τροχιά γύρω από αυτόν.

Μέχρι σήμερα, η μέθοδος του Hohmann έχει επαληθευτεί σε πολλές περιπτώσεις. Χρησιμοποιήθηκε ευρέως από τους Αμερικάνους και τους Ρώσους, έπαιξε σημαντικό ρόλο στην προσελήνωση του διαστημικού σκάφους Apollo αλλά και σε άλλες αποστολές εξερεύνησης του ηλιακού μας συστήματος. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι το Mariner, το Pioneer, το Voyager, το Galileo, το Magellan και το Cassini. Οι λόγοι για τους οποίους η μέθοδος αυτή προτιμήθηκε σε πολλές αποστολές είναι αρκετοί. Πρώτον οι υπολογισμοί που απαιτούνται για μια τέτοια τροχιά είναι πολύ απλοί και μπορούν να γίνουν ακόμα και με έναν μικρό υπολογιστή τσέπης. Αυτό ήταν πολύ σημαντικό πριν από μερικές δεκαετίες, όταν οι υπολογιστές δεν είχαν τις δυνατότητες που έχουν σήμερα. Επίσης όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μέθοδος Hohmann θεωρείται πολύ αποτελεσματική αφού έχει εφαρμοστεί σε πολλές αποστολές με υψηλά ποσοστά επιτυχίας. Τέλος, οι μεταφορές αυτές γίνονται με σχετικά μεγάλη ταχύτητα, κάτι το οποίο έχει ακόμη μεγαλύτερη σημασία όταν πρόκειται για επανδρωμένες αποστολές.

ΝΟΜΟΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑΣ ΕΛΞΗΣ

3.1 Νόμος της παγκόσμιας έλξης

Ο Νεύτωνας στην εξέταση του για τις τροχιές των πλανητών έφτασε στο συμπέρασμα ότι η δύναμη που χρειάζεται για να διατηρήσει τους πλανήτες σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο, φαίνεται μειώνεται όσο αυξάνεται το αντίστροφο του τετραγώνου της απόστασης από τον Ήλιο. Συμπέρανε έτσι, ότι η βαρυτική δύναμη είναι αυτή που ενεργεί ανάμεσα στον Ήλιο και κάθε πλανήτη για να τον συγκρατήσει σε τροχιά. Αν όμως υπάρχει βαρυτική έλξη μεταξύ των δύο σωμάτων, όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 1, τότε θα υπάρχει και μεταξύ όλων των σωμάτων. Έτσι ο Νεύτωνας, διατύπωσε τον νόμο της παγκόσμιας βαρύτητας:

Κάθε υλικό σώμα στο σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με μια δύναμη ανάλογη με το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης. Αυτή η δύναμη ενεργεί πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο σώματα.

Το μέτρο της βαρυτικής δύναμης είναι ίσο με:

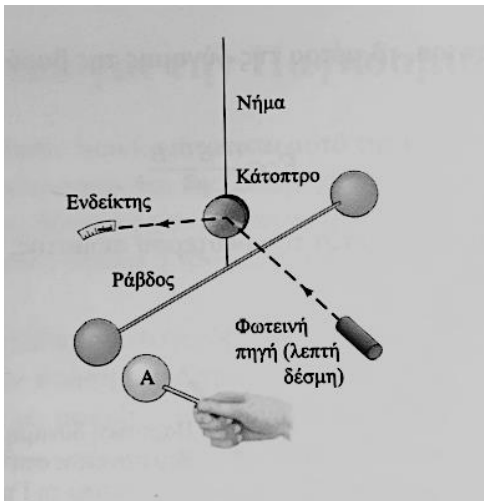
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.1)$$

Οπού m_1 και m_2 είναι οι μάζες των δύο σωμάτων και r η μεταξύ τους απόσταση, ενώ G είναι η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και έχει την ίδια τιμή για όλα τα σώματα.

Το r όπως έχει οριστεί παραπάνω, καλύπτει την περίπτωση που τα m_1 και m_2 είναι σημειακές μάζες. Στην περίπτωση που τα m_1 και m_2 είναι σώματα πεπερασμένων διαστάσεων, το r είναι η απόσταση των κέντρων μάζας των σωμάτων. Για έναν ορθό υπολογισμό, πρέπει κάθε πεπερασμένο σώμα να ληφθεί ως σύνολο σημείων και η συνολική δύναμη το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται σε όλα τα σημεία, χρησιμοποιώντας ολοκληρωτικό λογισμό. Εάν τα πεπερασμένα σώματα είναι μικρά σε σχέση με την μεταξύ τους απόσταση, τότε έχουμε απειροελάχιστο σφάλμα αν τα θεωρήσουμε ως σημεία.

Η σταθερά της παγκόσμιας έλξης μετρήθηκε από τον Henry Cavendish το 1798, δηλαδή πάνω από 100 χρόνια μετά την δημοσίευση του νόμου από τον Νεύτωνα. Αφού μεταξύ δύο σωμάτων συνηθισμένου μεγέθους δεν παρατηρείται κάποια ελκτική δύναμη, συμπεραίνεται πως η τιμή του G πρέπει να είναι πολύ μικρή. Ο Cavendish, χρησιμοποιώντας την διάταξη του σχήματος 3.1, επιβεβαίωσε την υπόθεση του Νεύτωνα ότι δύο σώματα έλκουν το ένα το άλλο και ότι η εξίσωση 3.1 αποδίδει με ακρίβεια το μέτρο και προσδιόρισε την τιμή της σταθεράς έλξης.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$



Σχήμα 3.1: διάταξη Cavendish

Πείραμα του Cavendish

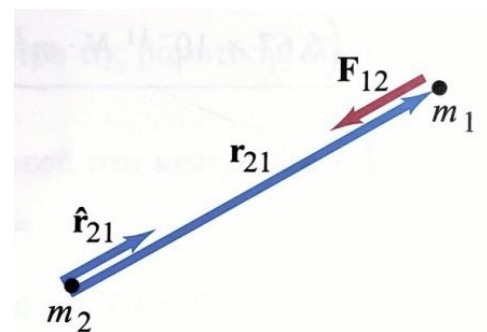
Δύο σφαίρες στερεώνονται σε μια ελαφριά οριζόντια ράβδο, η οποία συγκρατείται από το μέσο της από λεπτό νήμα. Όταν μια 3^η σφαίρα προσεγγίζει μια από τις δύο στερεωμένες σφαίρες, αναγκάζει την διάταξη να κινηθεί στρέφοντας ελαφρώς το νήμα. Η κίνηση είναι τόσο λεπτή που για να μελετηθεί, μεγεθύνεται με την χρήση μιας λεπτής δέσμης φωτός που κατευθύνεται από ένα κάτοπτρο στερεωμένο στο νήμα. Η δέσμη ανακλάται πάνω σε κλίμακα ενδείξεων. Ο Cavendish έχοντας προσδιορίσει το μέτρο της δύναμης που στρέφει το νήμα και γνωρίζοντας την μάζες των σωμάτων και τις αποστάσεις μπορεί να λύσει την εξίσωση (3.1) προσδιορίζοντας το G .

3.2 Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης

Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης είναι :

$$\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21} \quad (3.2)$$

Όπου $\mathbf{F}_{12}$ είναι η διανυσματική δύναμη στο σωματίδιο 1 (με μάζα m_1) που ασκείται στο σωματίδιο 2 (με μάζα m_2), το οποίο απέχει απόσταση r_{21} . Το $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το σωματίδιο 2 στο σωματίδιο 1 πάνω στην ευθεία που τα ενώνει. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο 1 εξαιτίας του σωματιδίου 2 έχει φορά προς το m_2 αντίθετη από το $\hat{\mathbf{r}}_{21}$. Το διάνυσμα $\mathbf{r}_{12}$ είναι ίσου μέτρου με το διάνυσμα $\mathbf{r}_{21}$ και αντίθετης φοράς οπότε $\mathbf{r}_{12} = -\mathbf{r}_{21}$

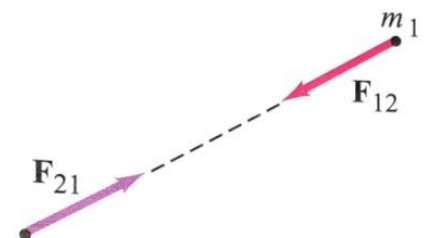


Εικόνα 3.2: διανυσματική απεικόνιση βαρυτικών διανυσμάτων

Σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα, η δύναμη $\mathbf{F}_{21}$ η οποία ασκείται από το m_1 στο m_2 πρέπει να έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά από την $\mathbf{F}_{12}$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \Leftrightarrow G \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} \quad (3.3)$$

Η δύναμη βαρύτητας που ασκείται σε ένα σωματίδιο από ένα δεύτερο, έχει πάντοτε φορά προς το δεύτερο σωματίδιο. Όταν πολλά σώματα αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους, η συνολική βαρυτική δύναμη σε ένα σώμα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκεί κάθε ένα από τα υπόλοιπα σώματα.



Εικόνα 3.3: διανυσματική απεικόνιση βαρυτικών δυνάμεων

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \dots + \mathbf{F}_{1n} = \sum_{i=2}^n \mathbf{F}_{1i} \quad (3.4)$$

Όπου $\mathbf{F}_{1i}$ εκφράζει την δύναμη που ασκείται στο σώμα 1 από το σώμα i , και n ο συνολικός αριθμός των σωμάτων.

3.3 Βαρύτητα κοντά στην επιφάνεια της Γης

Όταν η εξίσωση $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ εφαρμοστεί στη βαρυτική δύναμη μεταξύ της Γης και ενός σώματος στην επιφάνεια της, τότε η m_1 εκφράζει τη μάζα της Γης m_E και m_2 τη μάζα του σώματος m , ενώ το r αντιστοιχεί στην απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης, δηλαδή την ακτίνα της Γης r_E . Αυτή η δύναμη της βαρύτητας εξαιτίας της Γης αντιστοιχεί στο βάρος του σώματος, το οποίο μπορεί να αποδοθεί με την σχέση mg . Επομένως,

$$mg = G \frac{m m_E}{r_E^2}.$$

Επιλύοντας την παραπάνω σχέση ως προς g καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$g = G \frac{m_E}{r_E^2}. \quad (3.4)$$

Συνεπώς, η επιτάχυνση της βαρύτητας g στην επιφάνεια της Γης, καθορίζεται από τα m_E και r_E .

Η εξίσωση (3.4) μπορεί επίσης να εφαρμοστεί και σε άλλους πλανήτες, όπου τα g, m και r θα αναφέρονται στον συγκεκριμένο πλανήτη.

Σημαντικό είναι επίσης να σημειώνουμε ότι η εξίσωση (4.2) δεν μας δίνει ακριβείς τιμές για το g σε διαφορετικές τοποθεσίες και αυτό επειδή η Γη δεν είναι μια τέλεια σφαίρα. Η Γη δεν έχει απλά βουνά και κοιλάδες, αλλά διογκώνεται στον Ισημερινό και η μάζα της δεν είναι κατανομημένη ομοιόμορφα. Η τιμή του g επηρεάζεται επίσης από την περιστροφή της Γης. Παρόλα αυτά για πρακτικούς λόγους όταν ένα σώμα βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια της Γης, εμείς απλά θα λαμβάνουμε την τιμή $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ και θα εκφράζουμε το βάρος ενός σώματος ως mg .

Στην συνέχεια θα εξηγήσουμε με το παρακάτω παράδειγμα την επίδραση της περιστροφής της Γης στο g :

→ Υποθέτοντας πως η Γη είναι μια τέλεια σφαίρα, θα προσδιορίσουμε πως επιδρά η περιστροφή της στην τιμή του g στον Ισημερινό σε σύγκριση με την τιμή της στους πόλους.

Αρχικά για το παράδειγμα τοποθετούμαι δύο ανθρώπους πάνω σε μια ζυγαριά σε δύο τοποθεσίες στην Γη, μια στον Βόρειο Πόλο και μια στο Ισημερινό.

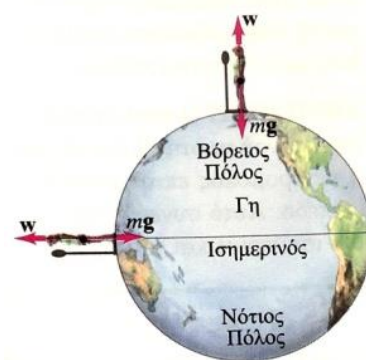
Στον Βόρειο Πόλο υπάρχουν δύο δυνάμεις που ενεργούν στην μάζα m . Η δύναμη της βαρύτητας και η δύναμη w με την οποία η ζυγαριά ενεργεί πάνω στην μάζα.

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$mg - w = 0$$

Άρα $w = mg$, το οποίο αποτέλεσμα είναι λογικό.

Αντίθετα στον Ισημερινό εκτός από τις παραπάνω δυνάμεις δρα και μια επιτάχυνση εξαιτίας της περιστροφής της Γης. Η δύναμη της βαρύτητας δρα με το ίδιο μέτρο όπως και προηγουμένως και η ζυγαριά ωθεί προς



Εικόνα 3.4: απεικόνιση παραδείγματος

τα πάνω με μια δύναμη w' . Οπότε σε αυτή την περίπτωση από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα καταλήγουμε στο ότι:

$$mg - w' = m \frac{u^2}{r_E}.$$

και αυτό γιατί ο άνθρωπος με μάζα m έχει τώρα μια κεντρομόλο επιτάχυνση εξαιτίας της περιστροφής της Γης. Στον παραπάνω τύπο όπου r_E η ακτίνα της Γης $r_E = 6,38 * 10^6$ m και u και η ταχύτητα του m λόγω της περιστροφής.

Για την εύρεση της απόκλισης των δύο g αρχικά θα πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος m η οποία θα υπολογιστεί από τον τύπο $u = x/t$.

Όπου x = περίμετρος της Γης $= 2\pi r_E$.

Και t = κάθε μέρα $= (24 \text{ ώρες})(60 \text{ λεπτά/ώρα})(60 \text{ δεύτερα/λεπτό}) = 8,64 * 10^4$ s.

$u = 2\pi r/1 \text{ ημέρα} = 2(3,14...)(6,38 * 10^6)/(8,64 * 10^4) = 4,640 * 10^2$ m/s

Το ενεργό βάρος είναι $w' = mg'$ όπου g' είναι η τιμή του g και επομένως $g' =$. Επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς το w' θα έχουμε

$$w' = m(g - \frac{u^2}{r_E})$$

Επομένως

$$g' = \frac{w'}{m} = g - \frac{u^2}{r_E}$$

$$\text{Τελικά } \Delta g = g - g' = \frac{u^2}{r_E} = \frac{(4,640 * 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{(6,38 * 10^6 \text{ m})} = 0.0337 \text{ m/s}^2$$

Η διαφορά αυτή είναι στα ποσοστά του 0,3%.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Συμπερασματικά, ο κύριος στόχος της Αστρονομίας / Ουράνιας μηχανικής είναι να προσπαθήσει να δώσει απαντήσεις στα μεγάλα παιδικά ερωτήματα που θέτουμε όλοι: Πώς φτάσαμε έως εδώ; Ποια είναι η αρχή του σύμπαντος; Πόσο μεγάλο είναι; Από τι αποτελούμαστε; Σε πιο τεχνικό επίπεδο, παρατηρώντας το σύμπαν –αστέρια, μαύρες τρύπες, γαλαξίες, κοσμική ακτινοβολία– μπορούμε να κάνουμε δοκιμές υπό πολύ πιο ακραίες συνθήκες από εκείνες που βιώνουμε στη Γη; Τα παραπάνω αυτά ερωτήματα προσπάθησαν να απαντήσουν οι επιστήμονες παλαιότερων εποχών και ακόμα προσπαθούν οι νεότεροι. Όσο περνάνε τα χρόνια και η τεχνολογία αναπτύσσεται, άλλο τόσο τα ερωτήματα αυξάνονται και η αναζήτηση για τις απαντήσεις γίνεται όλο και πιο ενδιαφέρουσα, απαντήσεις που ίσως ποτέ δεν μάθουμε. Όπως είχε κάποτε πει και ο Αμερικανός αστροφυσικός Neil deGrasse Tyson.

“Δεν ξαγρυπνώ σκεπτόμενος ποιες είναι οι απαντήσεις στις ερωτήσεις που θέτω, ξαγρυπνώ σκεπτόμενος ποιες ερωτήσεις δεν ξέρω καν να ρωτήσω”

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Συγγράμματα – Βιβλία

- Serway – Jewett, Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, εκδόσεις Κλειδάριθμος (8^η αμερικάνικη έκδοση)
- Giancoli, Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, εκδόσεις Τζιόλα (4^η έκδοση Τόμος Α)
- Lucio Russo, Η Λησμονημένη Επανάσταση, εκδόσεις Διαύλος (Αθήνα 2006)
- Y. Ryabov, Celestial Mechanics, Foreign Languages Publishing House (Moscow 1959)
- B. Cole G.H.A., Woolfson M.W. Planetary Science, The Science of Planets Around Stars (IOP 2002)

Διαδικτυακοί ιστότοποι

- <https://www.britannica.com/biography/Johannes-Kepler>
- <http://users.sch.gr/nikpanous/kepler/kepler.htm>
- <https://sciencebehind.gr>
- <http://physics4u.gr>
- <https://ylikonet.gr>
- <https://physiclessons>
- <http://olgapinelopi.weebly.com>
- <https://www.astronomia.gr>
-

Πηγές εικόνων

- <https://www.nasa.gov>
- <https://slideplayer.gr>