

ΟΥΡΑΝΙΑΜΗΧΑΝΙΚΗ – ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ

Μάθημα: Φυσική Ι

1^ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2020-2021

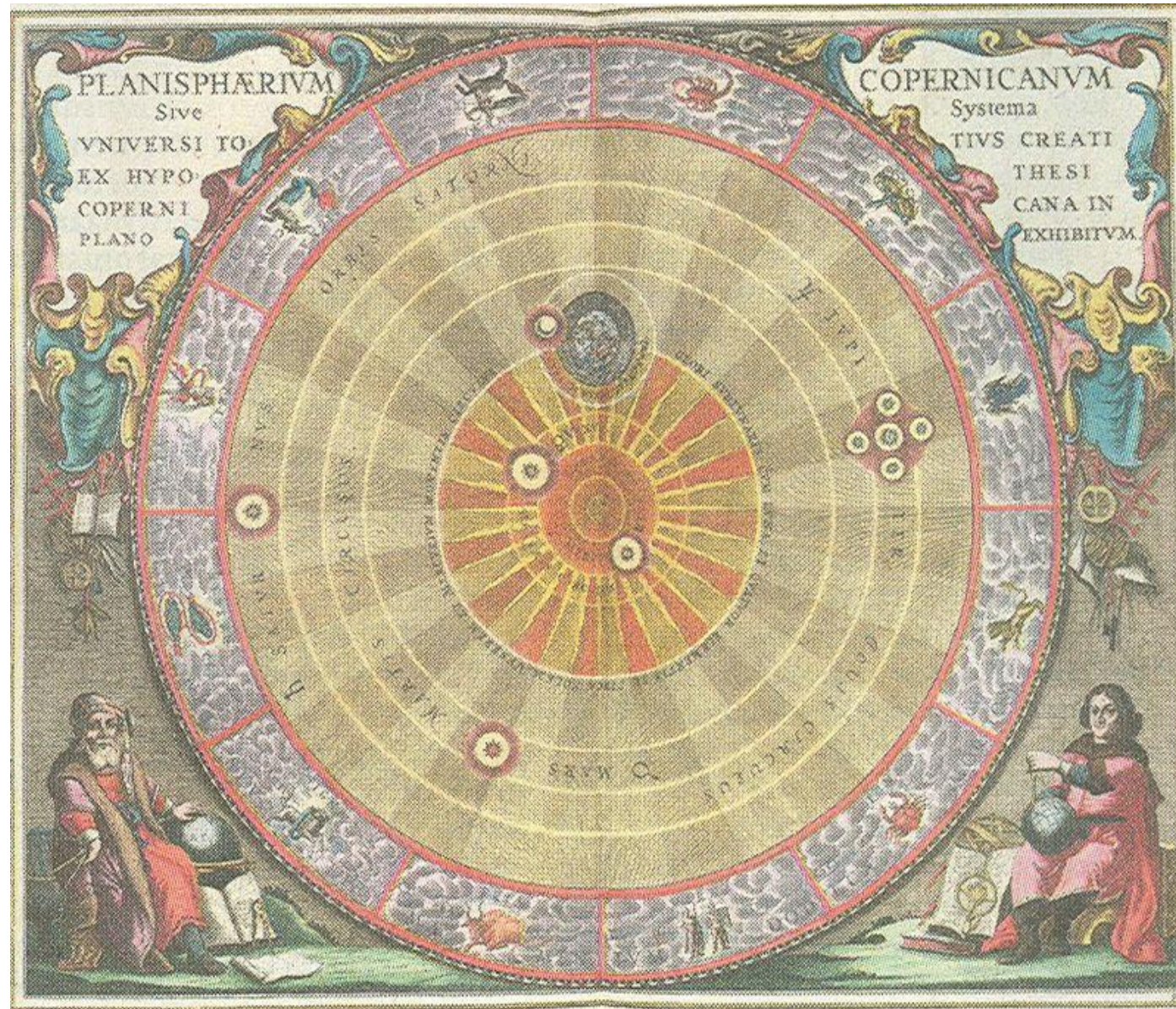
Ηλίας Χρυσοβέργης
Έλενα Χρυσικού



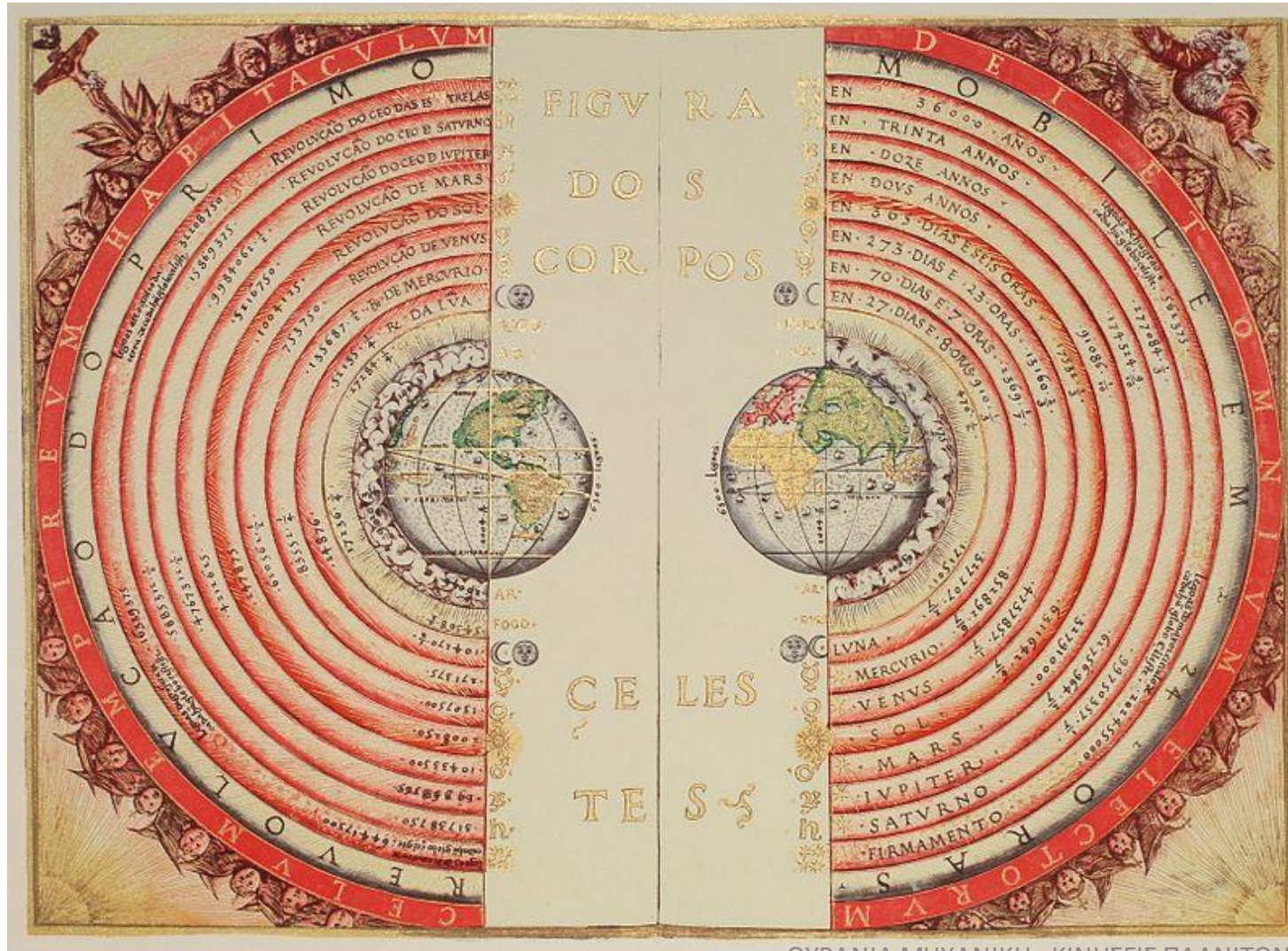


ΟΥΡΑΝΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ - ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

ΚΙΝΗΣΗ ΠΛΑΝΗΤΩΝ



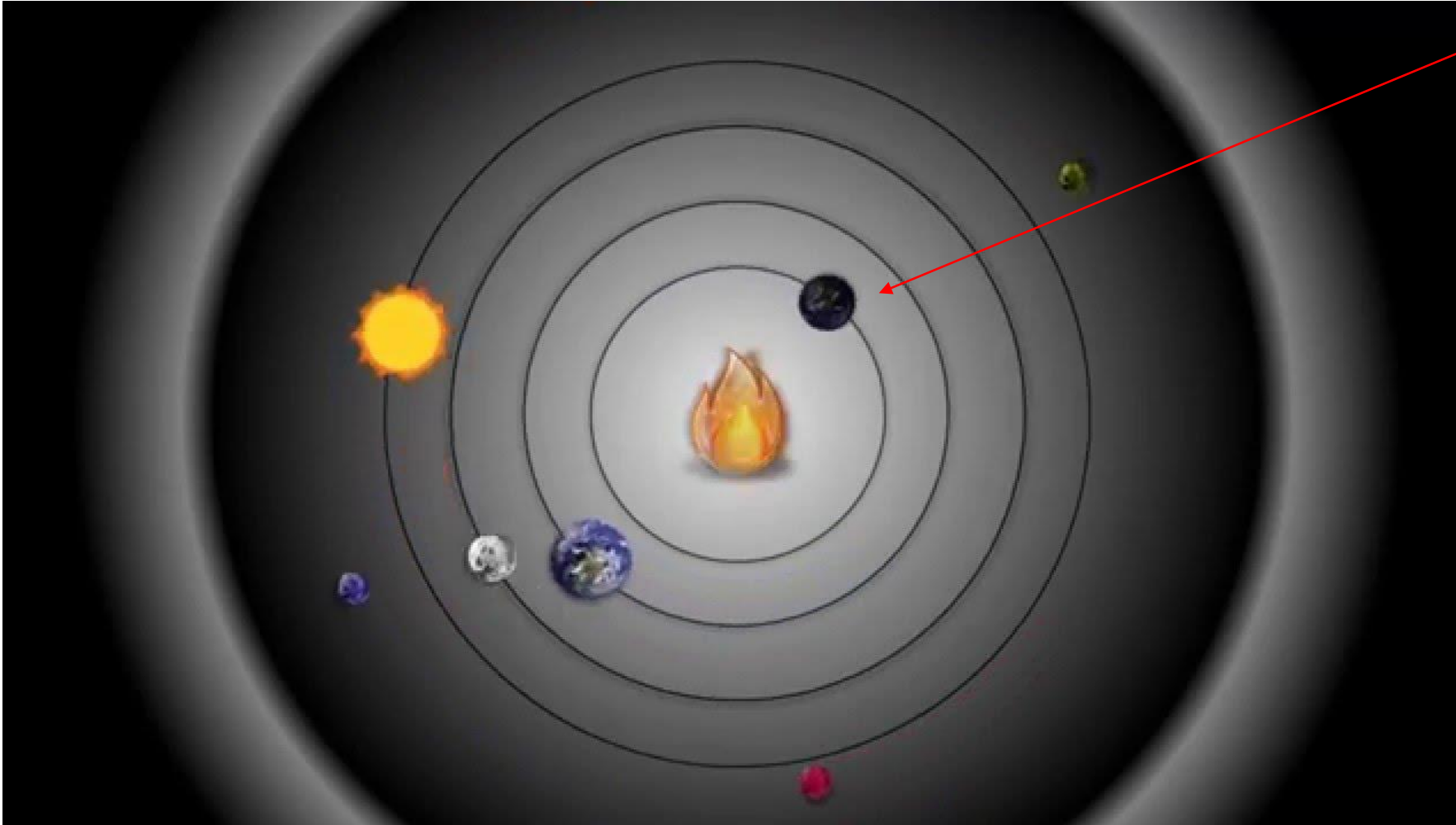
Γεωκεντρική θεωρεία



ΟΥΡΑΝΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ - ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

Η γεωκεντρική θεωρία εισηγητής της οποίας φαίνεται να είναι ο Πτολεμαίος, θεωρούσε την Γη ως το επίκεντρο του σύμπαντος. Το σχήμα ήταν σφαιρικό και στεκόταν ακίνητη καθώς οι υπόλοιποι πλανήτες και τα αστέρια κινούνταν γύρω της.

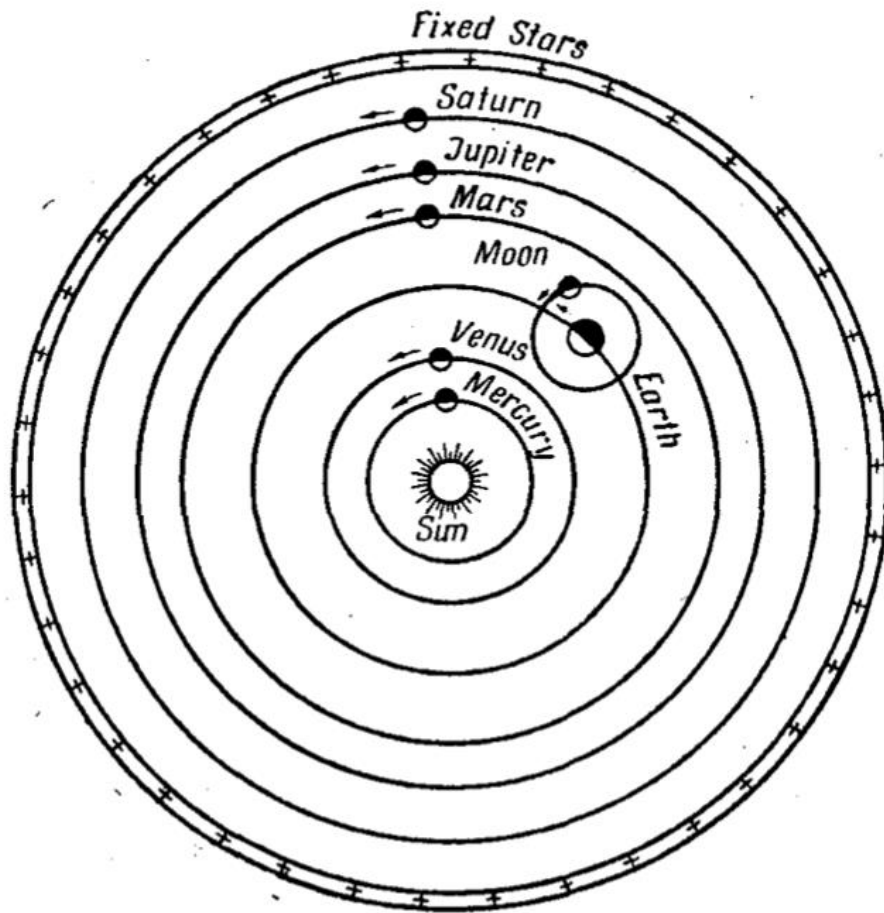
Πυροκεντρική θεωρία



Αντίχθων¹. Με το όνομα αυτό οι Πυθαγόρειοι όριζαν μια αόρατη Γη η οποία βρισκόταν στους αντίποδες της Γης αλλά σε διαφορετική απόσταση από το κέντρο. Δεν ήταν δυνατόν να είναι ορατή από την Γη διότι μεταξύ τους παρεμβάλλονταν πάντοτε το κεντρικό Πυρ. Αναφορές για την Αντιχθώνα συναντάμε και στον Αριστοτέλη στο έργο του Περί Ουρανού.

ακίνητη, όπως μέχρι τότε υποστηριζόταν, αλλά ότι περιστρεφόταν γύρω από το «Πυρ».

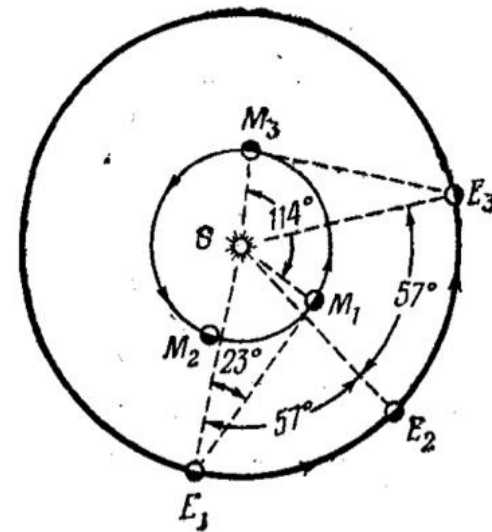
Ηλιοκεντρική θεωρία



Σύμφωνα με την θεωρία του ηλιοκεντρισμού, του Κοπέρνικου, η Γη δεν διέφερε από του υπόλοιπους πλανήτες, κινούταν στο διάστημα σε τροχιά γύρω από τον ήλιο και γύρω από έναν φανταστικό άξονα που την τέμνει κατακόρυφα.

Ο Κοπέρνικος , επιπλέον , υπολόγισε τις αποστάσεις των πλανητών από τον ήλιο (σε σχέση με την απόσταση Γης-Ήλιου) και την περίοδο μιας πλήρους περιστροφής τους γύρω από των Ήλιο. Ας δούμε για παράδειγμα την απόσταση του Ερμή .Ο εσωτερικός κύκλος είναι η τροχιά του έρμη , ενώ ο εξωτερικός της Γη. Παρατηρώντας τον Ερμή από την Γη, φαίνεται ότι ο έρμης είναι πάντα πιο κοντά στον ήλιο περιστρεφόμενος γύρω από αυτόν . Τα σημεία E1 και M1 , απεικονίζουν την Γη και τον Ερμή αντίστοιχα , όταν ο Ερμής είναι πιο απομακρυσμένος από τον ήλιο στα δυτικά . Η γωνία μεταξύ του Ηλίου και του Ερμή είναι κατά μέσο όρο 23° . Εφόσον το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι ορθό :

- $\frac{SM1}{SE1} = \sin 23^\circ = 0.39 \Leftrightarrow SM1 = 0.39 \times SE1$

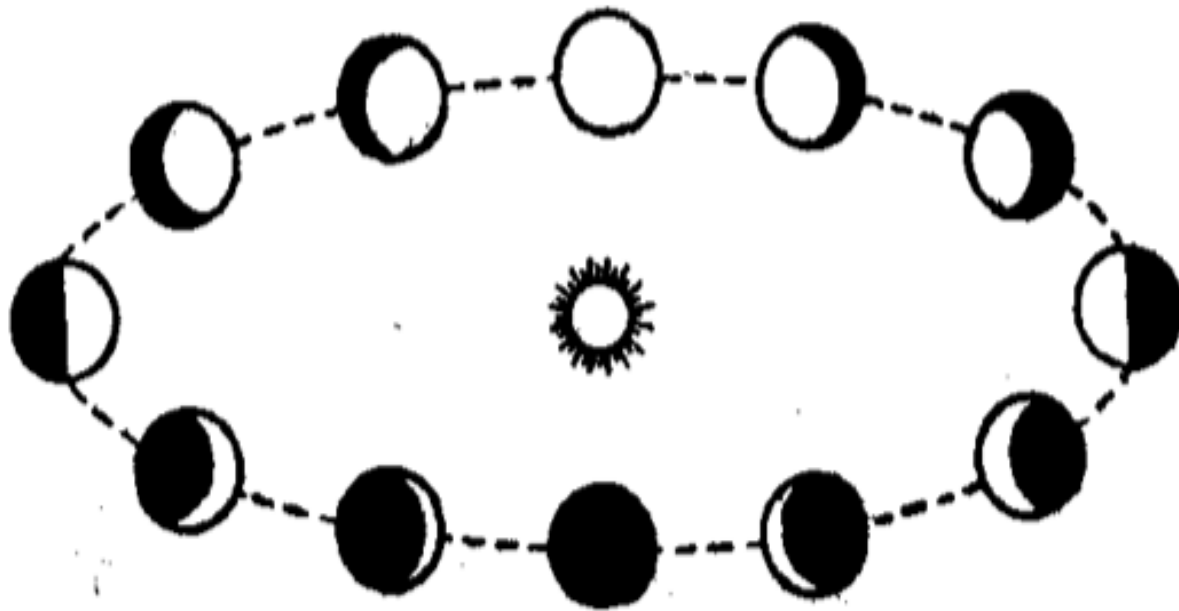


Δορυφόροι του Δία

Σειρά ⇅	Αριθμός ⇅	Όνομα ⇅	Εικόνα ⇅	Διάμετρος (χλμ) ⇅
5	I	Ιώ		3.642,6 (3,660.0×3,637.4 ×3,630.6)
6	II	Ευρώπη		3.121,6
7	III	Γανυμήδης		5.262,4
8	IV	Καλλιστώ		4.820,6

Το 1610, για πρώτη φορά στην ιστορία της αστρονομίας ο Γαλιλαίο, χρησιμοποίησε ένα τηλεσκόπιο. Από τις πρώτές του και όλα παρατηρήσεις, βγήκαν σημαντικές ανακαλύψεις. Αρχικά ανακάλυψε ότι ο Δίας είχε 4 μικρούς δορυφόρους που περιστρέφονταν γύρω του.

Φάσεις της Αφροδίτης



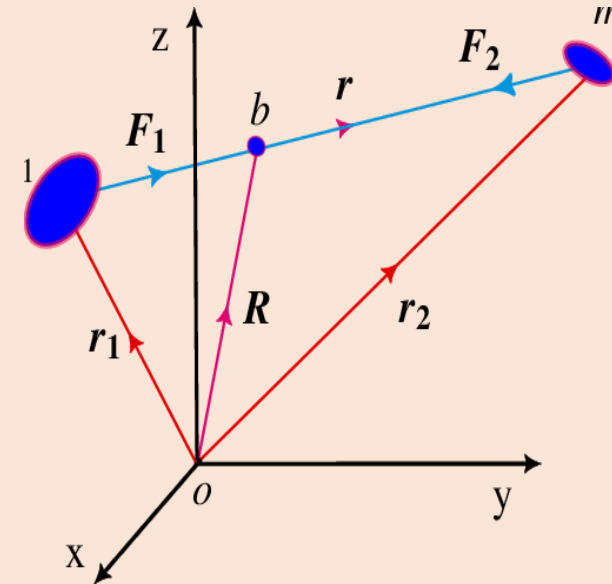
Ο Γαλιλαίος ανακάλυψε επίσης ότι η Αφροδίτη δεν εμφανίζεται πάντα ολόκληρή, αλλά έχει φάσεις σαν την Σελήνη, στηρίζοντας την ηλιοκεντρική θεωρία. Αυτό απέδειξε ότι η Αφροδίτη είναι ένα ετερόφωτο σώμα που δέχεται φως από τον ήλιο όμοια με την σελήνη.

Το πρόβλημα των 2 σωμάτων

Υποθέτουμε ότι το πρώτο σώμα είναι μάζας m_1 και βρίσκεται στη διανυσματική θέση r_1 . Αντίστοιχα, το δεύτερο αντικείμενο είναι μάζας m_2 και βρίσκεται στη διανυσματική θέση r_2 . Το πρώτο σώμα ασκεί μια δύναμη F_{21} στο δεύτερο. Από τον 3^ο νόμο του Newton, το δεύτερο αντικείμενο ασκεί ίση και αντίθετη δύναμη, $F = -F$ στο πρώτο.

$$m_1 \frac{d^2 r_1}{dt^2} = -F \quad (1)$$

$$m_2 \frac{d^2 r_2}{dt^2} = F \quad (2)$$



Το πρόβλημα των 2 σωμάτων (συνέχεια)

Το κέντρο μάζας του συστήματος βρίσκεται στο

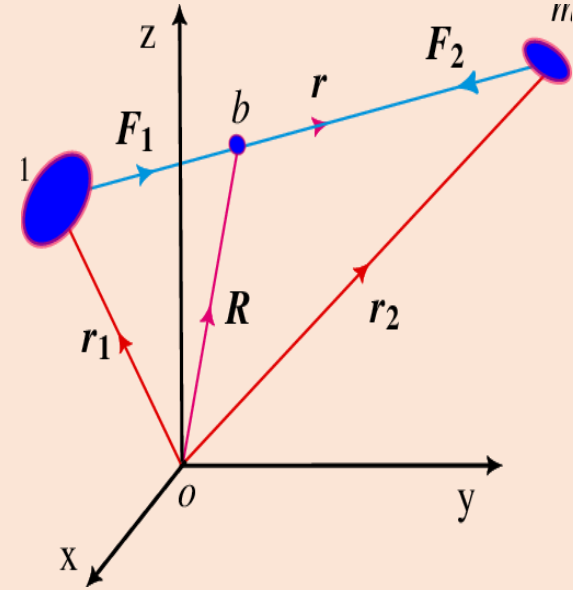
$$\mathbf{R}_{\text{cm}} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Επομένως

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_{\text{cm}} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \quad (4)$$

όπου $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_{\text{cm}} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \quad (5)$$



Το πρόβλημα των 2 σωμάτων (συνέχεια)

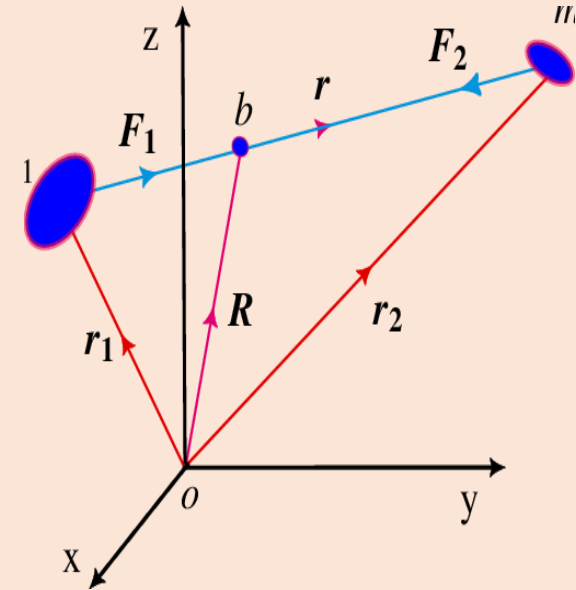
Αντικαθιστώντας την σχέση (4) στην σχέση (1) και την σχέση (5) στην σχέση (2) , και αξιοποιώντας το γεγονός ότι το κέντρο μάζας του απομονωμένου συστήματος δεν επιταχύνεται , προκύπτει ότι

$$-\mathbf{F} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2}$$

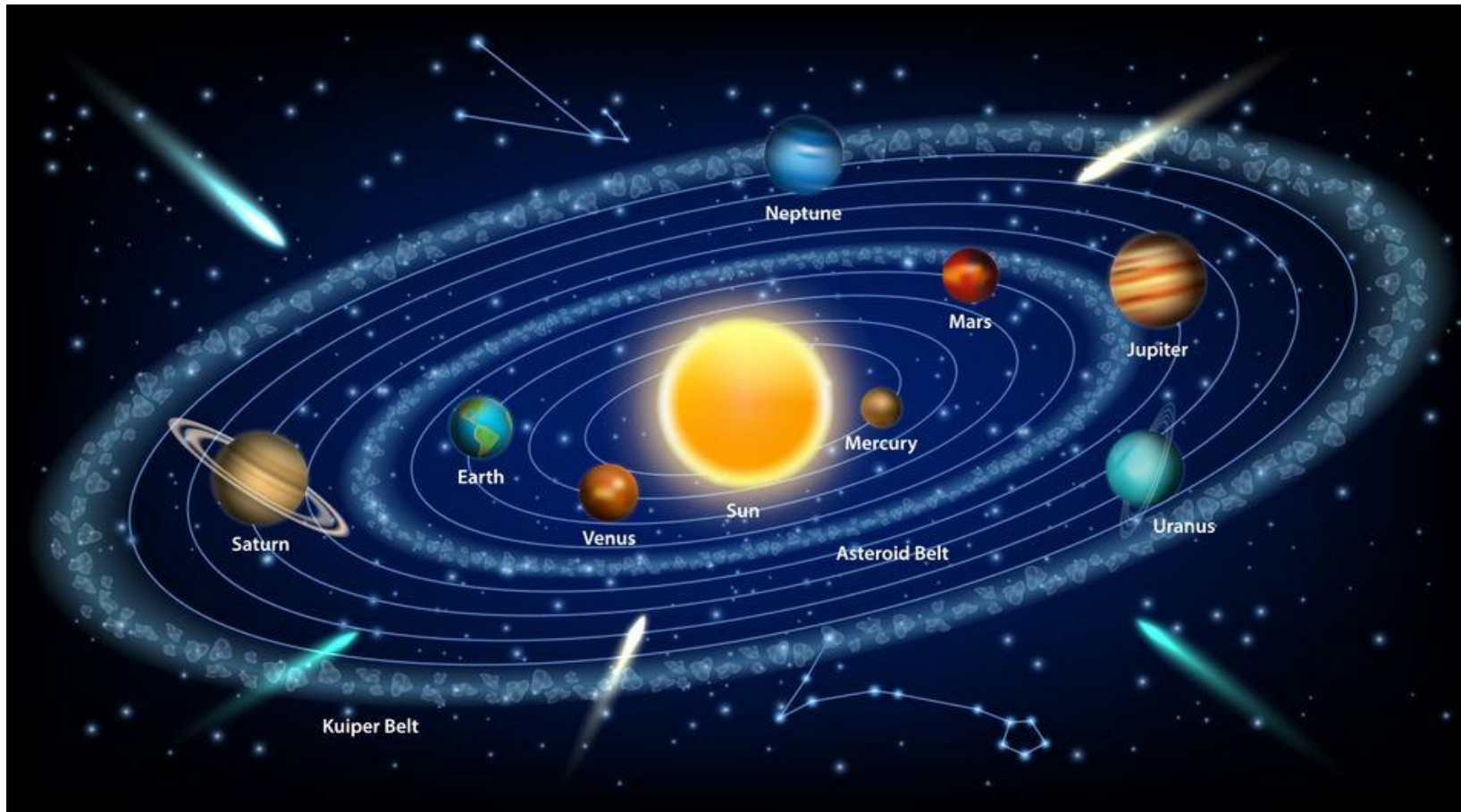
$$\mathbf{F} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2}$$

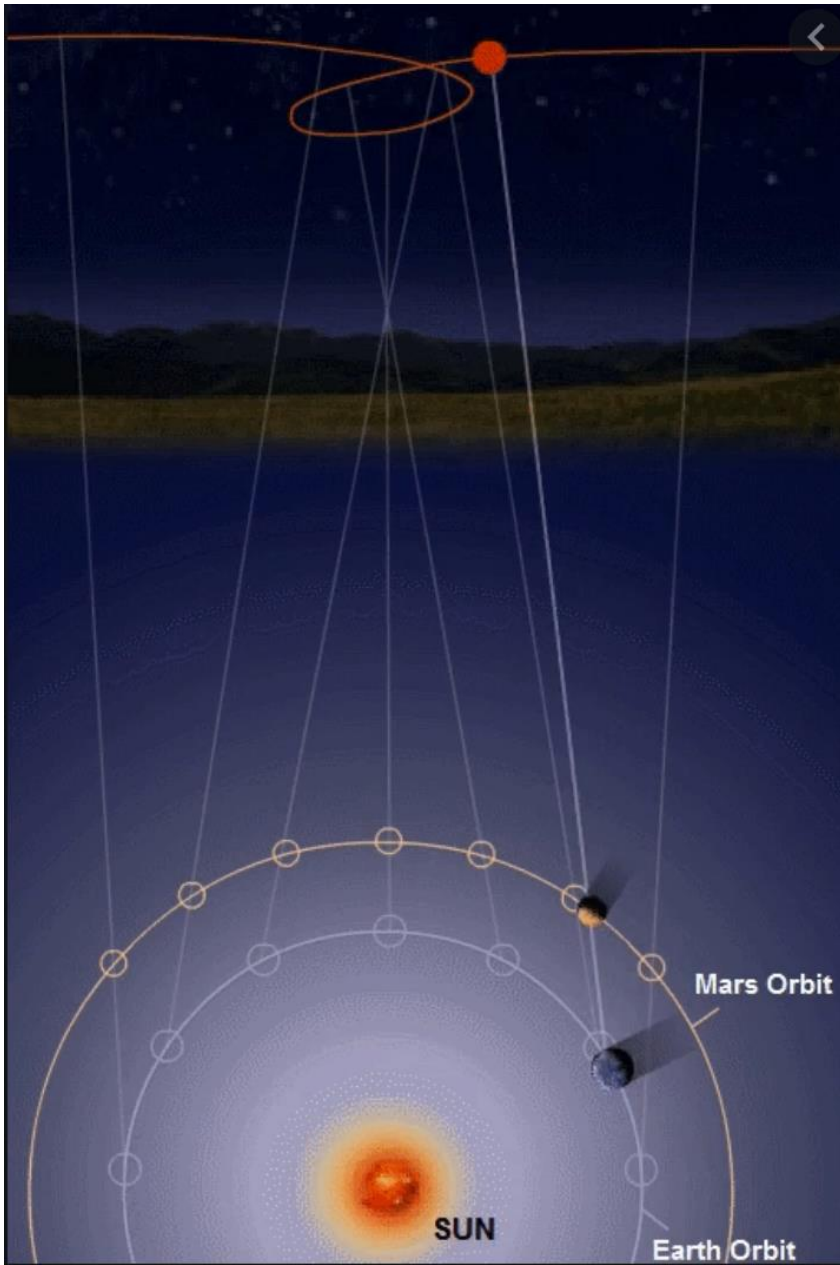
Δηλαδή $\mathbf{F} = \mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$ όπου $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ η μειωμένη μάζα

Με αυτόν τον τρόπο μετατρέψαμε το πρόβλημα των δύο σωμάτων , στο αντίστοιχο πρόβλημα ενός σώματος . Η δύναμη $\mathbf{F}$ είναι ίδια και είναι σαν να ασκείται και στα 2 σώματα . Ωστόσο, η μάζα μ , είναι διαφορετική, και είναι μικρότερη και από την m_1 και από την m_2 ονομάζεται μειωμένη μάζα .



Ηλιακό σύστημα



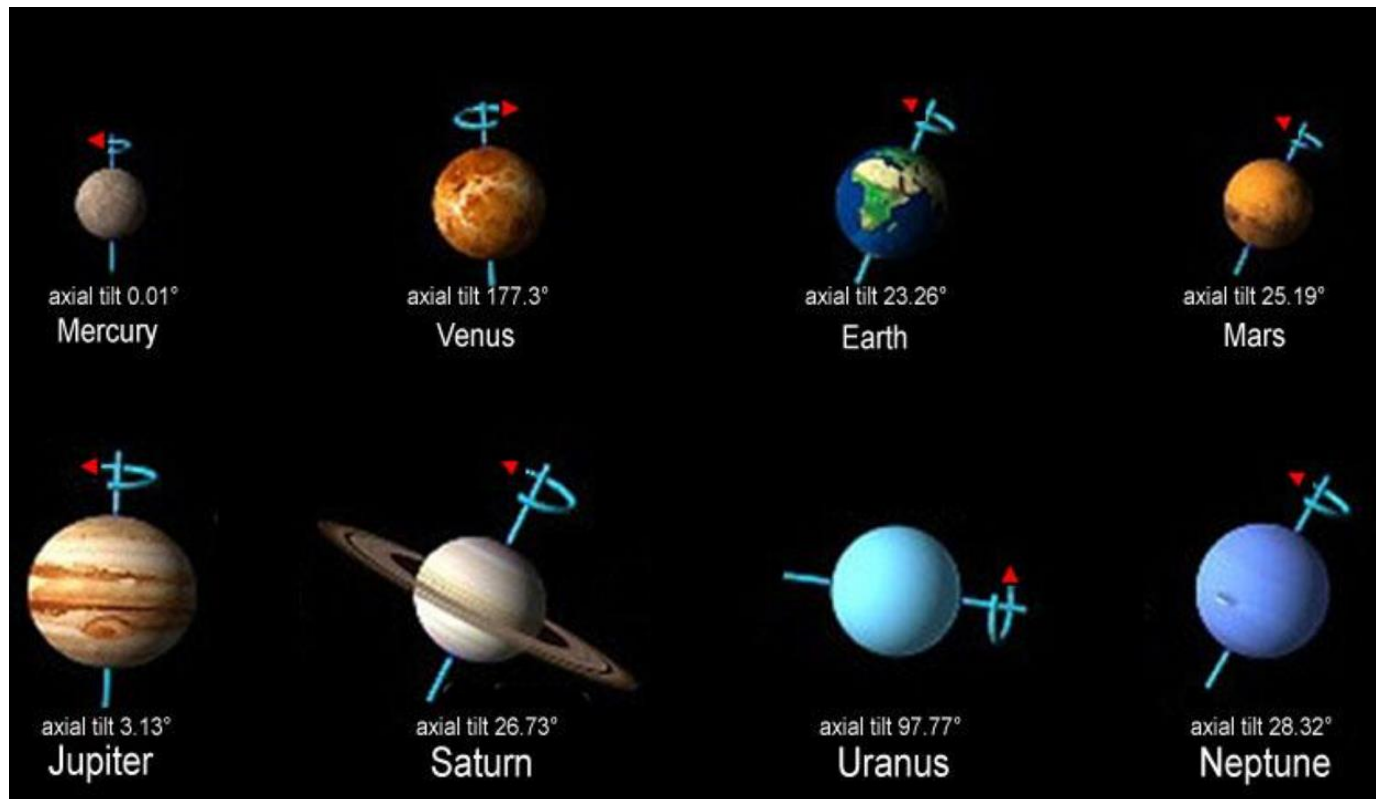


Φαινομενική κίνηση πλανητών

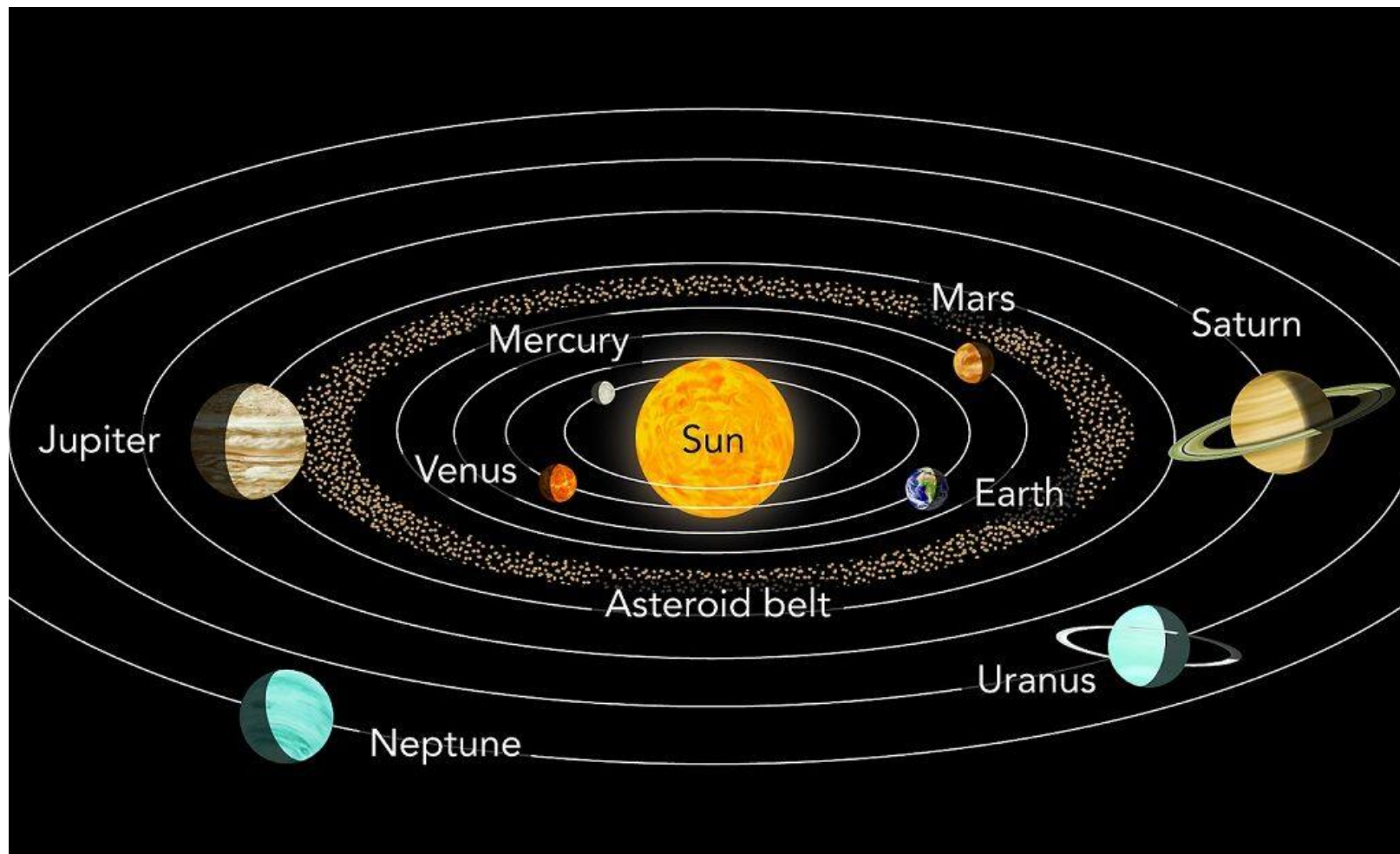
Λόγω της πραγματικής
κίνησης των πλανητών γύρω
από τον Ήλιο,
παρατηρούμενοι από τη Γη
που και αυτή περιστρέφεται,
με διαφορετική όμως
ταχύτητα, δημιουργείται το
φαινόμενο διπλής κίνησης

Περιστροφή πλανητών

Οι πραγματικές κινήσεις των πλανητών είναι δύο : η περιστροφή τους γύρω από τον άξονα τους και η περιφορά τους γύρω από τον ήλιο. Όλοι οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον νοητό άξονα τους

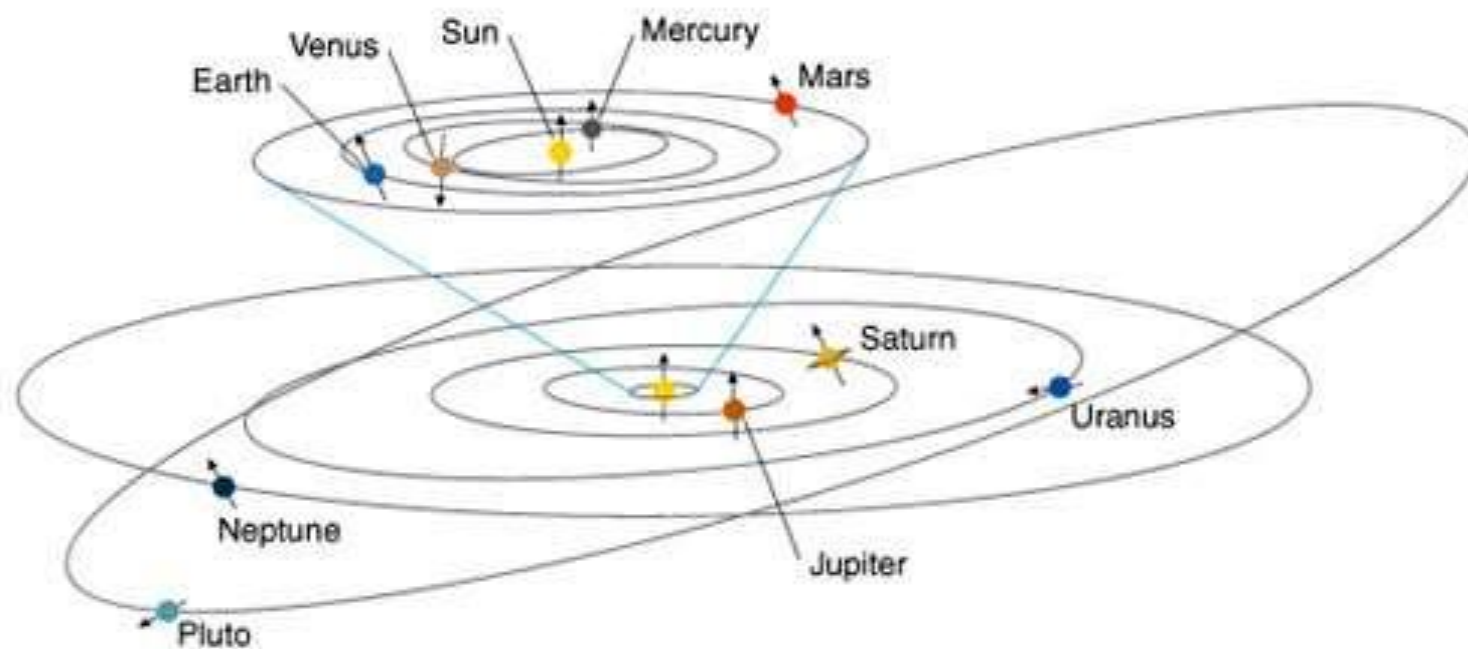


Περιφορά πλανητών



Επιπλέον εκτός από την περιστροφή γύρω από τον άξονα τους οι πλανήτες περιφέρονται και γύρω από τον ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές κατά την ορθή φορά, όπως ορίζουν οι νόμοι του Κέπλερ.

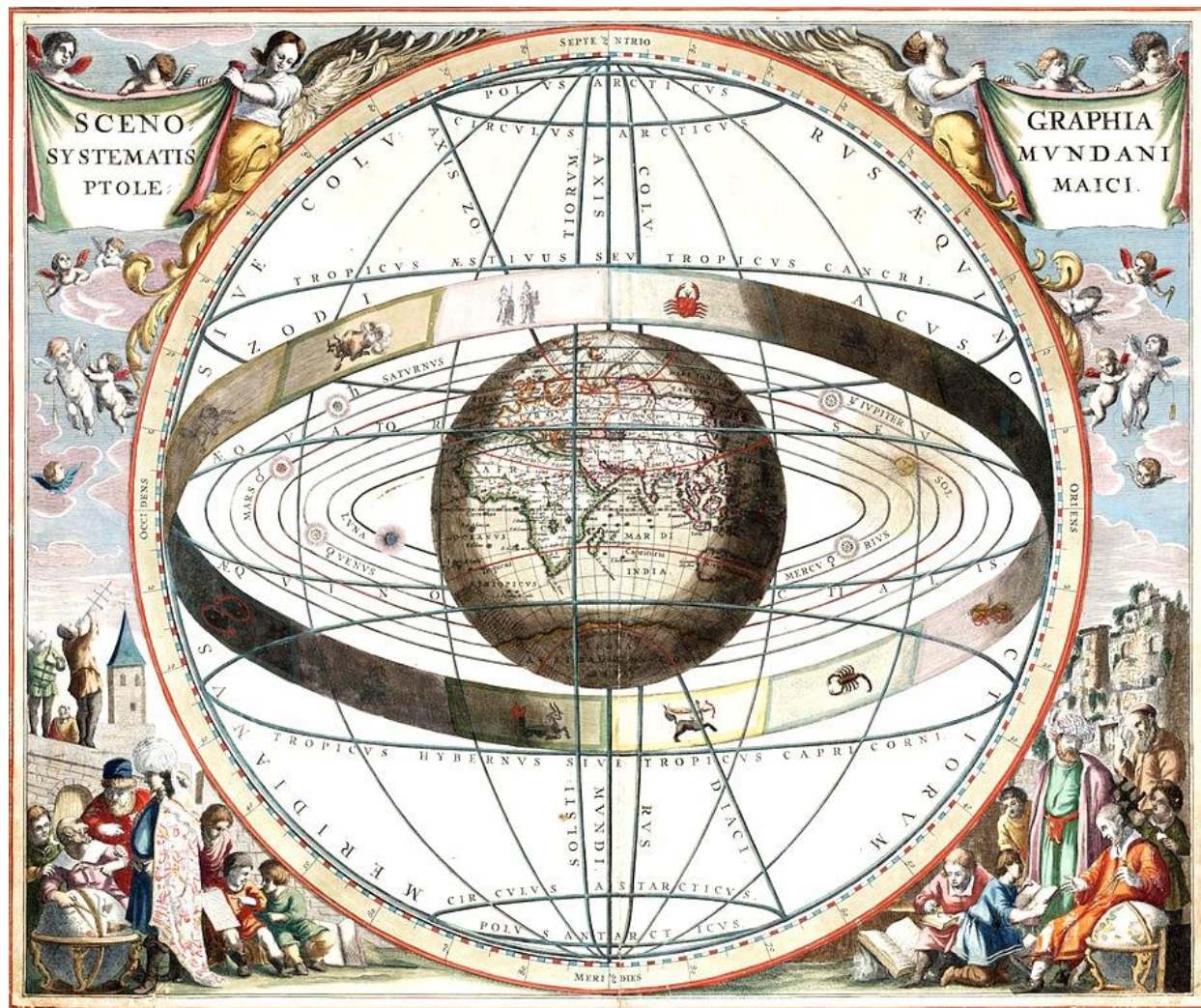
Εκλειπτική τομή



Η περιφορά των πλανητών γύρω από τον Ήλιο δημιουργεί ένα επίπεδο. Τα επίπεδα αυτά, έχουν για όλους τους πλανήτες, με εξαίρεση του Πλούτωνα, έχουν την ίδια περίπου κλίση.

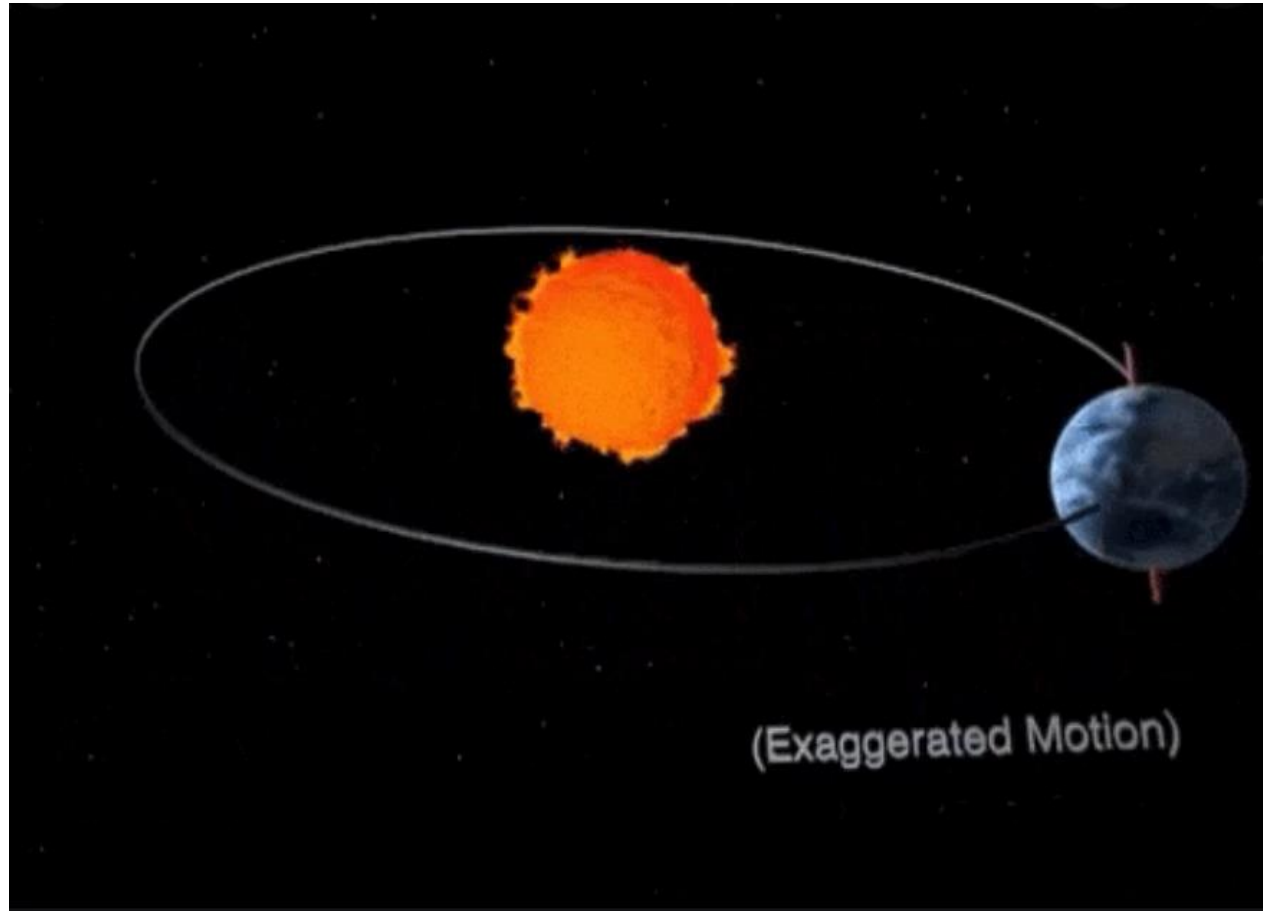
Η τομή του επιπέδου αυτού με την ουράνια σφαίρα, δηλαδή ο μέγιστος κύκλος της ουράνια σφαίρας, ονομάζεται **εκλειπτική τομή**.

Ζωδιακή ζώνη



Η διαφοροποίηση των επιπέδων των τροχιών των πλανητών, δίνει την αίσθηση πως βρίσκονται μέσα σε μια στενή ζώνη πλάτους ($\pm 8^\circ$) εκατέρωθεν αυτής. Στην ζώνη αυτή, σε αποστάσεις σχεδόν ίσες, βρίσκονται οι 12 αστερισμοί. Η ζώνη αυτή ονομάζεται **ζωδιακή ζώνη**.

Μετάπτωση των Ισημεριών



Η μετάπτωση του άξονα ενός ουράνιου σώματος, είναι η αργή και συνεχής αλλαγή της κατεύθυνσης του άξονα περιστροφής του και είναι αποτέλεσμα της βαρύτητας. Η Γη καθώς περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της εκτελεί ταυτόχρονα μια γυροσκοπική κίνηση, σαν σβούρα έτοιμη να σταματήσει

Γιοχάνες Κέπλερ



- Ο Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630) ήταν ένας Γερμανός αστρονόμος
- Σημαντική επιρροή στην επιστημονική εξέλιξη του Κέπλερ διέτέλεσε ο Μίχαελ Μέστλιν (Michael Maestlin, 1550-1631),
- Το 1600 συναντήθηκε με τον Βράχιο και άρχισε η συνεργασία τους
- Εκμεταλλευόμενος τα χρόνια ερευνών και παρατηρήσεων του Βράχιου, ο Κέπλερ λίγα χρόνια αργότερα ανέπτυξε την δικιά του ηλιοκεντρική θεωρία
- Έγινε γνωστός για τους νόμους της κίνησης των πλανητών που διατύπωσε

Στοιχεία για ελλείψεις και εκκεντρότητα

Βασικά στοιχεία ελλείψεων:

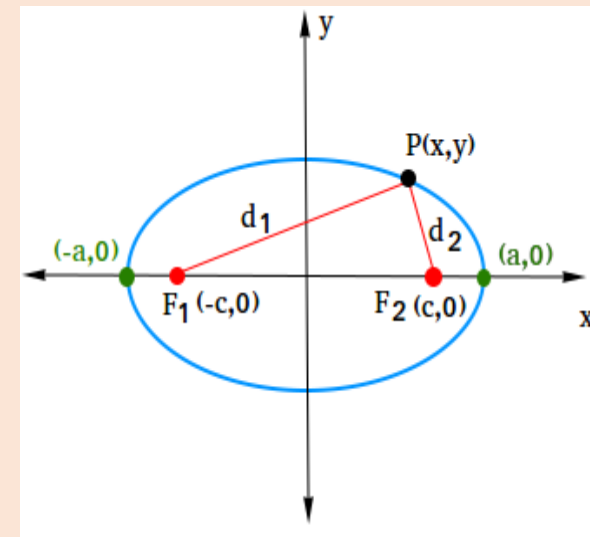
- Τα **F1** και **F2**, ονομάζονται **εστίες** της έλλειψης και βρίσκονται σε απόσταση c το κέντρο.
- Το άθροισμα **$d_1 + d_2$** είναι **σταθερό**

Η ευθεία που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ σημείων έλλειψης και διέρχεται από το κέντρο = **μεγάλος άξονας**

Η ευθεία που αντιστοιχεί στην μικρότερη απόσταση μεταξύ σημείων έλλειψης και διέρχεται από το κέντρο = **μικρός άξονας**

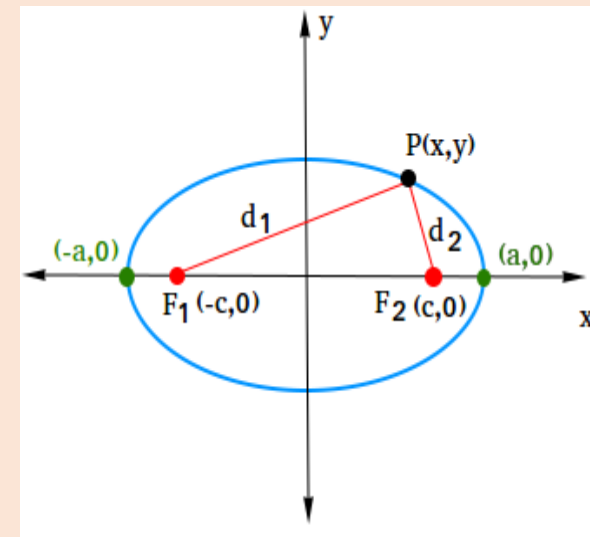
Η **εκκεντρότητα** της έλλειψης ορίζεται ως **$e = c / a$** .

- Για τον κύκλο $e = 0$.
- Η εκκεντρότητα μιας έλλειψης κυμαίνεται μεταξύ $0 < e < 1$.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του e , τόσο μεγαλύτερο μήκος και μικρότερο πλάτος έχουν οι ελλείψεις.



Στοιχεία για ελλείψεις και εκκεντρότητα

- Επιπλέον στοιχεία για ελλείψεις και πλανητικές τροχιές :
 - 1) Ο Ήλιος βρίσκεται σε μια εστία της έλλειψης και στην άλλη τίποτα
 - 2) Για ένα σώμα σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο έχουμε:
 - α) **Αφήλιο**: είναι το σημείο με την μέγιστη απόσταση από τον ήλιο η οποία είναι ίση με $a + c$.
 - β) **Περιήλιο**: είναι το σημείο με την ελάχιστη απόσταση από τον ήλιο η οποία είναι ίση με $a - c$.

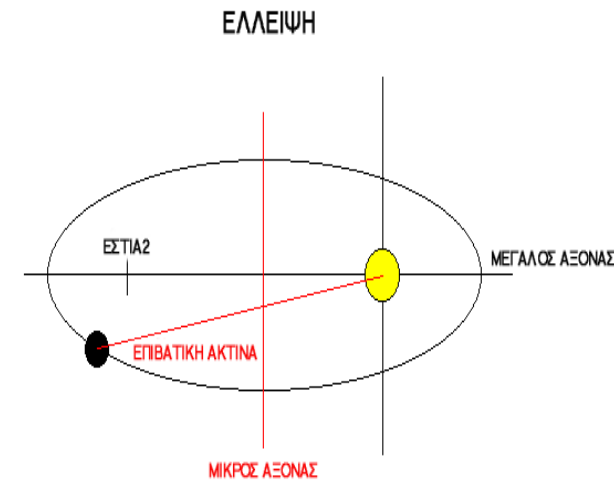


1^{ος} Νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: Οι πλανήτες περιφέρονται περί τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές, των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει τη μία από τις δύο εστίες.

Είναι άμεση συνέπεια του ότι η βαρυτική δύναμη ακολουθεί τον νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου

Οι ελλειπτικές αλλά και οι κυκλικές τροχιές περιγράφουν **σώματα δέσμια**, δηλαδή το σώμα το οποίο περιφέρεται σε τροχιά γύρω από το κέντρο της βαρυτικής δύναμης. (Σε αυτά τα σώματα συγκαταλέγονται οι πλανήτες, οι αστεροειδείς και κομήτες που περιφέρονται γύρω από την Ήλιο, καθώς και δορυφόροι που βρίσκονται σε τροχιά).



2^{ος} Νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: η επιβατική ακτίνα σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα εμβαδά, δίνοντας έτσι την ακριβή σχέση μεταξύ της απόστασης ενός πλανήτη από τον ήλιο και του χρόνου περιστροφής του.

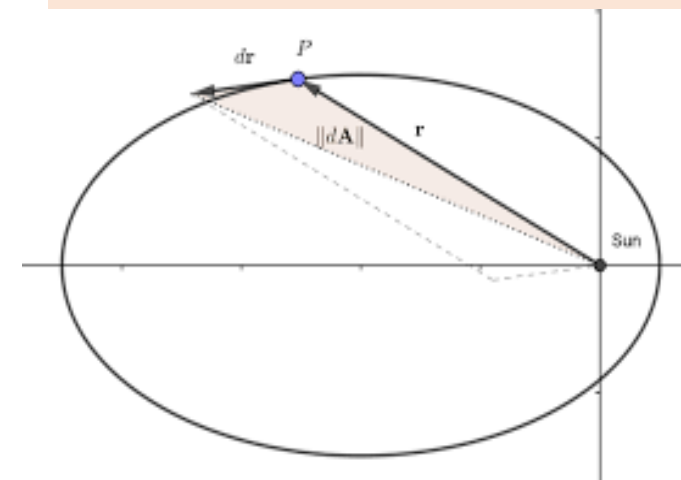
Ο παραπάνω νόμος είναι συνέπεια της διατήρησης της στροφορμής.

Απόδειξη: Θεωρούμαι έναν πλανήτη ο οποίος κινείται ελλειπτικά γύρω από τον Ήλιο. Επίσης ας υποθέσουμε ότι ο Ήλιος είναι ακίνητος. Ο Ήλιος ασκεί στον πλανήτη μια βαρυτική δύναμη στην διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα δύο σώματα (άρα η ροπή είναι μηδενική)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = M_p \vec{r} \times \vec{v} = \text{σταθερά} \quad (2.1)$$

Σε χρονικό διάστημα dt το διάνυσμα $\vec{r}$ έχει καλύψει εμβαδόν ΔA , το οποίο από την Γεωμετρία του παραλληλογράμμου είναι ίσο με:

$$\Delta A = \frac{1}{2} \times |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} \times |\vec{r} \times \vec{v} dt| = \frac{L}{2M_p} dt \quad (2.3)$$



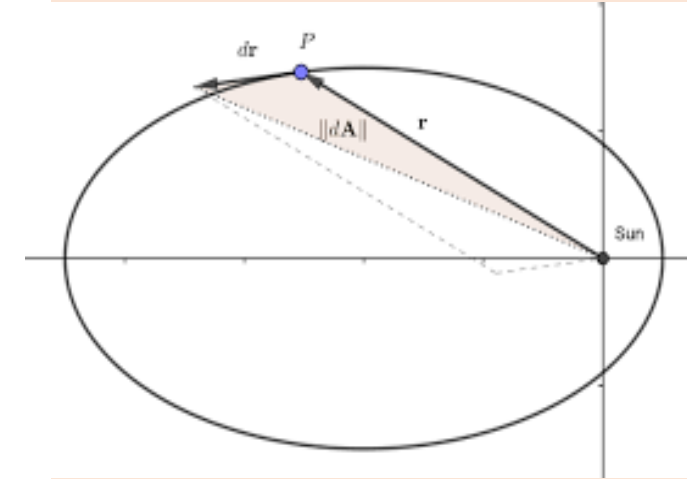
→ Προκύπτει από την 2.1

2^{ος} Νόμος του Κέπλερ (συνέχεια)

Στο τέλος καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_p} \quad (2.4)$$

Η οποία σχέση μας λέει ότι καθώς τα L και M είναι σταθερά, τότε το διάνυσμα r διανύει ίσες επιφάνειες σε ίσα χρονικά διαστήματα καθώς η εμβαδική του ταχύτητα είναι σταθερή.

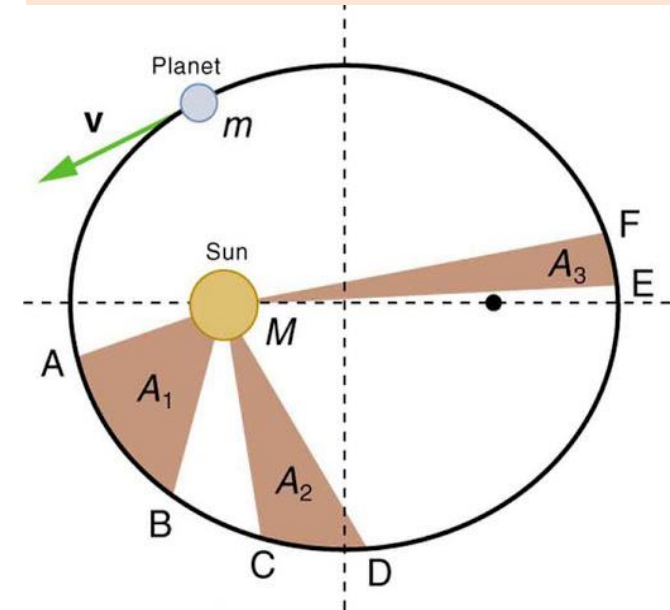


3^{ος} Νόμος του Κέπλερ

Διατύπωση: τετράγωνο του χρόνου (P) που απαιτείται για να συμπληρώσει ένας πλανήτης μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο (η περίοδος του πλανήτη) είναι ανάλογο του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής του τροχιάς, και η σταθερά της αναλογίας είναι η ίδια για όλους τους πλανήτες.

Ο παραπάνω νόμος, όπως και ο πρώτος είναι συνέπεια του νόμου του αντίστροφου τετραγώνου

Απόδειξη: θα θεωρήσουμε μια κυκλική τροχιά και έναν πλανήτη μάζας M_p ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο μάζας M_s . Η βαρυτική δύναμη δημιουργεί κεντρομόλο επιτάχυνση.



3^{ος} Νόμος του Κέπλερ (συνέχεια)

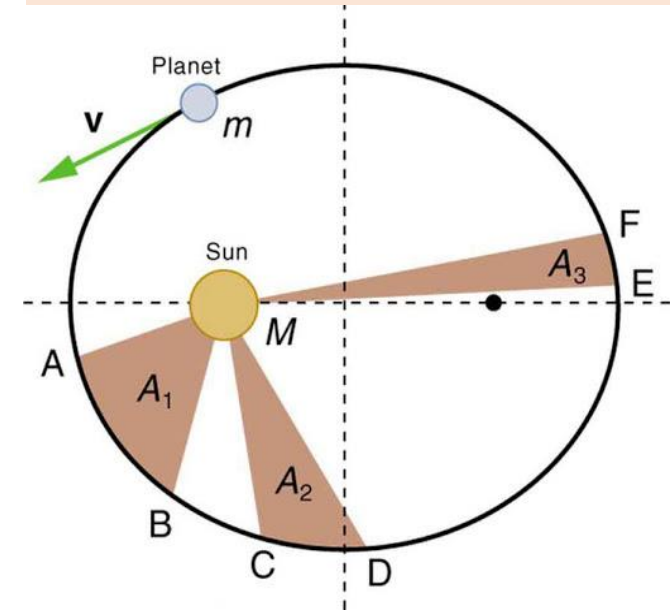
$$F_{\kappa} = m\alpha_{\kappa} \Rightarrow F_{\beta} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \quad (1)$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad (2).$$

Από (1) και (2) εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη

$$\frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow GMT^2 = 4\pi^2 r^2 r \Rightarrow \boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3}.$$

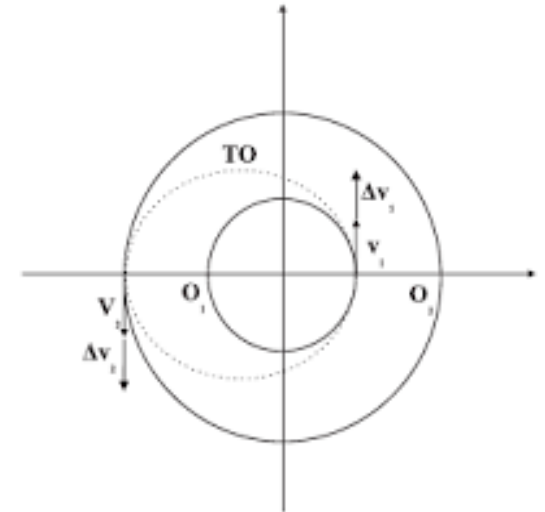
Η παραπάνω σχέση ισχύει και για ελλειπτικές τροχιές αρκεί να αντικαταστήσουμε όπου r το με την απόσταση a .



Τροχιές Hohmann

Είναι μια μέθοδος την οποία διατύπωσε ο Γερμανός Walter Hohmann με σκοπό την αποστολή ενός διαστημόπλοιου από την Γη σε έναν οποιονδήποτε άλλο πλανήτη. Χωρίζουμε την μέθοδο σε 3 στάδια:

- 1) Το διαστημόπλοιο εκτοξεύεται και στο κατάλληλο ύψος ενεργοποιούνται οι προωθητικοί πύραυλοί του που τον θέτουν σε κυκλική τροχιά
- 2) Την κατάλληλη στιγμή μέσω των πυραύλων τίθεται σε ελλειπτική τροχιά με ~~απόκεντρο σε κάποιο σημείο κοντά στον πλανήτη προορισμού και περίκεντρο την θέση που ξεκινάει το ταξίδι.~~
- 3) Μόλις το διαστημόπλοιο φτάσει στο επιθυμητό ύψος από τον πλανήτη προορισμού, ενεργοποιούνται ξανά οι κινητήρες του με στόχο να το επιβραδύνουν και να καταφέρει να παραμείνει σε τροχιά γύρω από αυτόν.



→ **Απόκεντρο:** το σημείο της τροχιάς που απέχει περισσότερο από το κέντρο
Περίκεντρο: το πλησιέστερο σημείο της τροχιάς στο κέντρο

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης

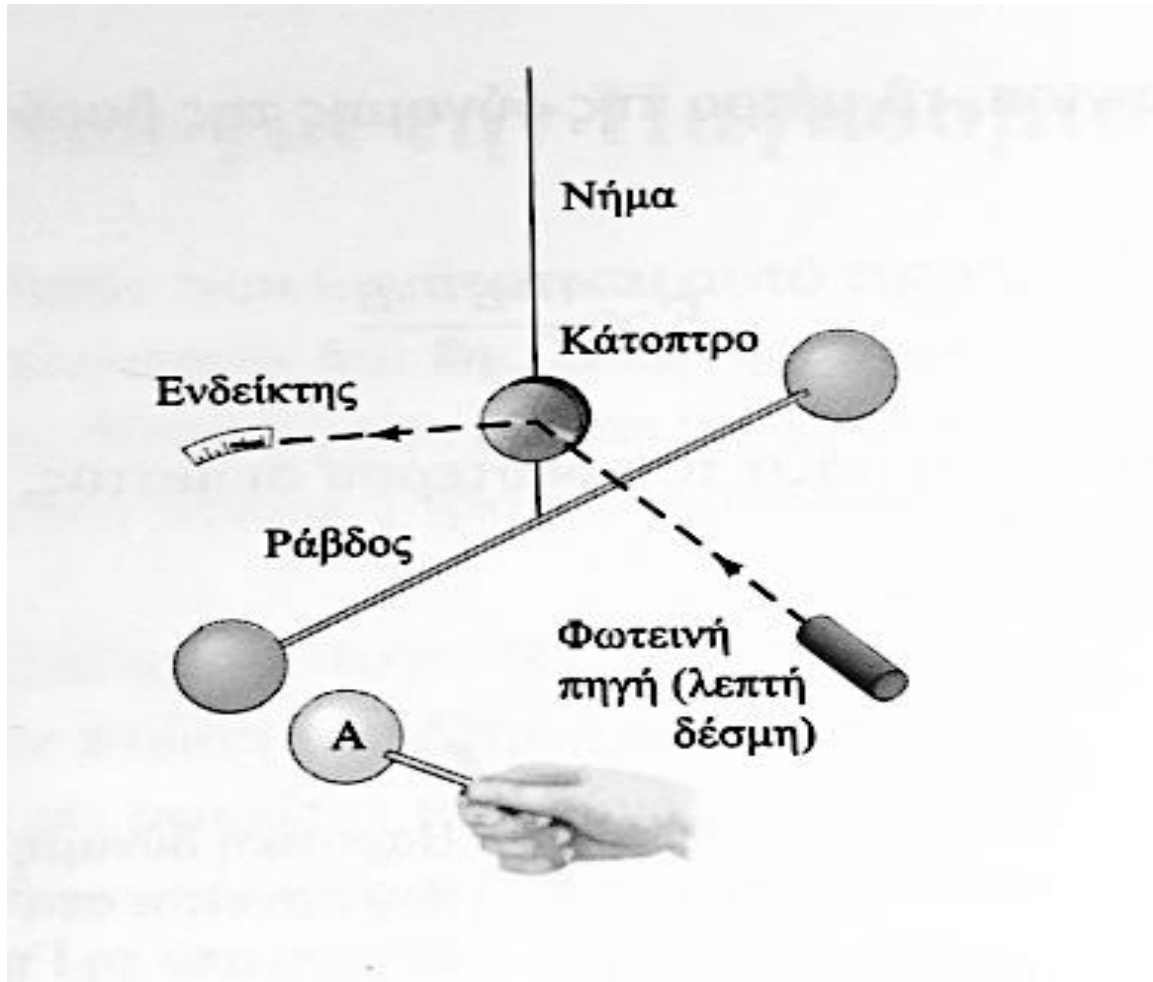
Κάθε υλικό σωμάτιο στο σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με μια δύναμη ανάλογη με το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης . Αυτή η δύναμη ενεργεί πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο σώματα.

Το μέτρο της βαρυτικής δύναμης είναι ίσο με:

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.1)$$

Οπού m_1 και m_2 είναι οι μάζες των δύο σωμάτων και r η μεταξύ τους απόσταση ,ενώ G είναι η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και έχει την ίδια τιμή για όλα τα σώματα.

Προσδιορισμός σταθεράς παγκόσμιας έλξης



Ο Cavendish, χρησιμοποιώντας την διάταξη του διπλανού σχήματος, επιβεβαίωσε την υπόθεση του Νεύτωνα ότι δύο σώματα έλκουν το ένα το άλλο και ότι η εξίσωση 3.1 αποδίδει με ακρίβεια το μέτρο και προσδιόρισε την τιμή της σταθερά έλξης .

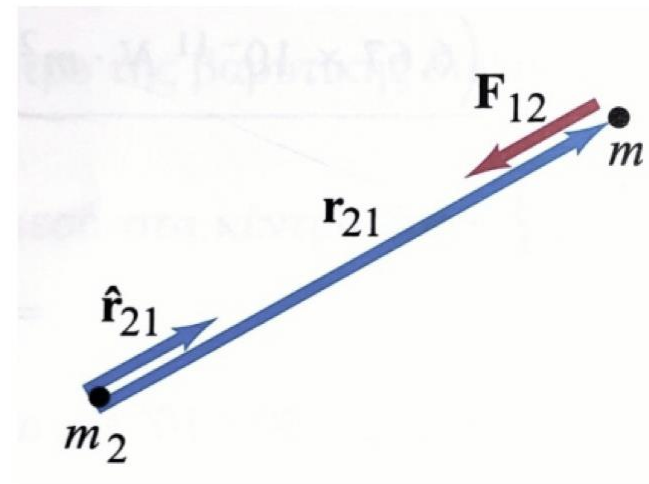
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης

Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης είναι :

$$\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{12} = \mathbf{G} \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \widehat{\mathbf{r}}_{21} \quad (3.2)$$

Όπου $\mathbf{F}_{12}$ είναι η διανυσματική δύναμη στο σωματίδιο 1 (με μάζα m_1) που ασκείται στο σωματίδιο 2 (με μάζα m_2), το οποίο απέχει απόσταση r_{21} . Το $\widehat{\mathbf{r}}_{21}$ είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το σωματίδιο 2 στο σωματίδιο 1 πάνω στην ευθεία που τα ενώνει . Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο 1 εξαιτίας του σωματιδίου 2 έχει φορά προς το m_2 αντίθετη από το $\widehat{\mathbf{r}}_{21}$. Το διάνυσμα $\mathbf{r}_{12}$ είναι ίσου μέτρου με το διάνυσμα $\mathbf{r}_{21}$ και αντίθετης φοράς οπότε $\mathbf{r}_{12} = -\mathbf{r}_{21}$

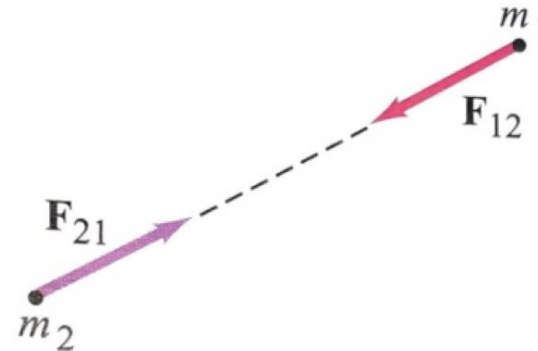


Η διανυσματική μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξης (Συνέχεια)

Σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα , η δύναμη F_{21} η οποία ασκείται από το m_1 στο m_2 πρέπει να έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά από την F_{12}

$$F_{12} = -F_{21} \Leftrightarrow G \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \widehat{r_{21}} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \widehat{r_{12}} \quad (3.3)$$

Η δύναμη βαρύτητας που ασκείται σε ένα σωματίδιο από ένα δεύτερο , έχει πάντοτε φορά προς το δεύτερο σωματίδιο. Όταν πολλά σώματα αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους , η συνολική βαρυτική δύναμη σε ένα σώμα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκεί κάθε ένα από τα υπόλοιπα σώματα .



$$F_1 = F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots + F_{1n} = \sum_{i=2}^n F_{1i} \quad (3.4)$$

Όπου F_{1i} εκφράζει την δύναμη που ασκείται στο σώμα 1 από το σώμα i , και n ο συνολικός αριθμός των σωμάτων .

Η βαρύτητα στην επιφάνεια της Γης

Όταν η εξίσωση του νόμου της παγκόσμιας έλξης εφαρμοστεί στη βαρυτική δύναμη μεταξύ της Γης και ενός σώματος στην επιφάνεια της, τότε η m_1 εκφράζει τη μάζα της Γης m_E και m_2 τη μάζα του σώματος m , ενώ το r αντιστοιχεί στην απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης, δηλαδή την ακτίνα της Γης. Αυτή η δύναμη της βαρύτητας εξαιτίας της Γης αντιστοιχεί στο βάρος του σώματος, το οποίο μπορεί να αποδοθεί με την σχέση mg . Επομένως, λύνοντας την εξίσωση του Ν.Π.Ε. ως προς g έχουμε:

$$g = G \frac{m_E}{r_E^2}.$$

Η τιμή του g λοιπόν εξαρτάται από την απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης, την μάζα της Γης αλλά και την περιστροφή της.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ !

Έλενα Χρυσικού : Chrysikouelena@gmail.com
Ηλιάς Χρυσιβέργης : Iliasxryso2@gmail.com

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Συγγράμματα – Βιβλία

- Serway – Jewett, Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, εκδόσεις Κλειδάριθμος (8^η αμερικάνικη έκδοση)
- Giancoli, Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, εκδόσεις Τζιόλα (4^η έκδοση Τόμος Α)
- Lucio Russo, Η Λησμονημένη Επανάσταση, εκδόσεις Διαύλος (Αθήνα 2006)
- Y. Ryabov, Celestial Mechanics, Foreign Languages Publishing House (Moscow 1959)
- B. Cole G.H.A., Woolfson M.W. Planetary Science, The Science of Planets Around Stars (IOP 2002)

Διαδικτυακοί ιστότοποι

- <https://www.britannica.com/biography/Johannes-Kepler>
- <http://users.sch.gr/nikpanous/kepler/kepler.htm>
- <https://sciencebehind.gr>
- <http://physics4u.gr>
- <https://ylikonet.gr>
- <https://physiclessons>
- <http://olgapinelopi.weebly.com>
- <https://www.astronomia.gr>

Πηγές εικόνων

- <https://www.nasa.gov>
- <https://slideplayer.gr>