



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

Υπεύθυνος καθηγητής: Γ. Τσιγαρίδας

Από τους:

Αλεξανδροπούλου Μαρία

Χατζηκομνηνός Γεράσιμος Γρηγόρης

Εξάμηνο 1^ο, Δεκέμβριος 2020

Πρόλογος

Η παρόν εργασία δημιουργήθηκε στα πλαίσια του μαθήματος της Φυσικής με τη συνεργασία των Αλεξανδροπούλου Μαρίας και Χατζηκομνηνού Γεράσιμου Γρήγορη με σκοπό την εμβάθυνση μας στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις και τον συντονισμό. Η εργασία περιέχει αρχικά μια μικρή εισαγωγή και έπειτα το θεωρητικό υπόβαθρο των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων και του συντονισμού και μερικά παραδείγματα για καλύτερη κατανόηση αυτού . Στη συνέχεια παραθέτονται εφαρμογές του φυσικού φαινομένου αυτού καθώς και πληθώρα παραδείγματα για το που το συναντάμε στην καθημερινότητά μας. Η εργασία προέκυψε κατά κύριο λόγο από τη συνεργασία των 2 αυτών φοιτητών σε κάθε της σκέλος, ωστόσο θα μπορούσαμε να πούμε ότι περισσότερη προσωπική εργασία στο κομμάτι της θεωρίας έγινε από τον Γεράσιμο Χατζηκομνηνό ενώ αντίστοιχα το ίδιο έγινε με την Αλεξανδροπούλου Μαρία στο κομμάτι της θεωρίας και των παραδειγμάτων.

This current assignment was made occasioned by the subject of Physics in this semester by the collaboration of Alexandropoulou Maria and Hatzikomninos Gasimos Grigoris aiming at the penetration at forced oscillations and coordination. This assignment consist of an introduction, all the physics laws that bind with this phenomenon and lastly with applications and examples of these oscillations in everyday life. Even though most of this project was done in collaboration, we can say that Hatzikomninos was mostly committed with the theoretical part and on the other hand Alexandropoulou on the applications and examples.

Εισαγωγή

Η κίνηση ενός συστήματος, ικανού να εκτελέσει ελεύθερη ταλάντωση όταν επιδράσει σε αυτό μια εξωτερική περιοδική δύναμη. Οι ταλαντώσεις που πραγματοποιούνται με αυτόν τον τρόπο έχουν τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης και όχι τη φυσική συχνότητα (ιδιοσυχνότητα) του συστήματος αλλά η απόκριση του συστήματος εξαρτάται από τη σχέση ανάμεσα στη φυσική και στην εξωτερική συχνότητα.

Στην απλούστερη περίπτωση που δεν υπάρχει απόσβεση, καθώς η εξωτερική συχνότητα πλησιάζει τη φυσική το πλάτος της ταλάντωσης θεωρητικά τείνει στο άπειρο. Ωστόσο, στην πραγματικότητα πάντα υπάρχει απόσβεση και έτσι το πλάτος μπορεί να διευρυνθεί, αλλά μένει πεπερασμένο. Για τον πραγματικό ταλαντωτή με απόσβεση, υπάρχει μια χαρακτηριστική τιμή ω της εξωτερικής συχνότητας, για την οποία το πλάτος γίνεται μέγιστο. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται συντονισμός, η τιμή ω ονομάζεται συχνότητα συντονισμού και όσο πιο μικρή είναι η απόσβεση για ένα δεδομένο σύστημα τόσο πιο κοντά βρίσκεται η συχνότητα ω στην ω_0 προς την φυσική αμείωτη συχνότητα του συστήματος, την ιδιοσυχνότητα.

Οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις έχουν εφαρμογές στα ακουστικά συστήματα, στα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος και κυρίως στην ατομική φυσική και στη μηχανική επιστήμη.

Ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη του φαινομένου

Γενικά το φαινόμενο των ταλαντώσεων παρατηρήθηκε για πρώτη φορά από τον Γαλιλαίο το 1581 όταν ήταν μόλις σε ηλικία 17 ετών και ήταν φοιτητής της ιατρικής.

Ο Γαλιλαίος λοιπόν κατά τη διάρκεια μιας λειτουργίας στον καθεδρικό ναό της Πίζας, παρατήρησε τις ταλαντώσεις του πολυελαίου που κρέμονταν από πάνω του. Διαπίστωσε ότι κάθε τόσο ένα ρεύμα αέρα έκανε τον πολυέλαιο να ταλαντώνεται πιο πολύ, και κατά συνέπεια τον έκανε να κινείται πιο γρήγορα.

Χρησιμοποιώντας τους σφυγμούς του ως ρολόι χρονομετρούσε τις ταλαντώσεις από τον πολυέλαιο. Παρατήρησε όσο μεγάλο κι αν ήταν το εύρος της ταλάντωσης ο χρόνος που απαιτούνταν για την πραγματοποίηση μίας ολόκληρης επαναφοράς του πολυελαίου στην αρχική του θέση ήταν ο ίδιος.

Αργότερα στο σπίτι του, πραγματοποίησε το ίδιο πείραμα με ένα εκκρεμές και ανακάλυψε ότι η διάρκεια της ταλάντωσης του, ανεξάρτητα από το εύρος, εξαρτιόταν αποκλειστικά από το μήκος του.

Μετά τον Γαλιλαίο πολλοί επιστήμονες ασχολήθηκαν με το φαινόμενο των ταλαντώσεων και τις διάφορες περιπτώσεις του καθώς αυτές έχουν τεράστιο εύρος εφαρμογής και διευκολύνουν την ανθρωπότητα.

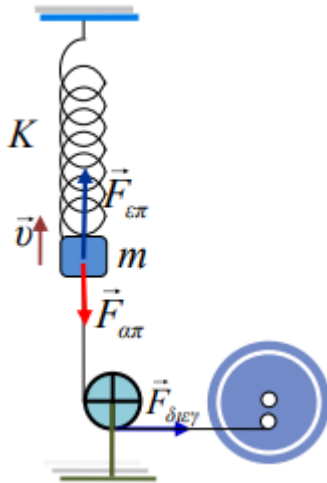
Θεωρητικό υπόβαθρο

Εξαναγκασμένη ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση που προκαλείται σε ένα σύστημα από μια περιοδική εξωτερική δύναμη. Η περιοδική αυτή δύναμη ονομάζεται **διεγείρουσα**, ενώ ο μηχανισμός που ασκεί αυτές τις δυνάμεις και προσφέρει ενέργεια στο σύστημα ονομάζεται **διεγέρτης**. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από την συχνότητα του διεγέρτη, αλλά και από την δύναμη που προσφέρει. Καθώς η συχνότητα του διεγέρτη πλησιάζει την ιδιοσυχνότητα (η οποία είναι η συχνότητα που πρέπει να αποκτήσει η ταλάντωση για να κάνει ελεύθερη ταλάντωση) τόσο μεγαλύτερο γίνεται το πλάτος της. Αυτό γίνεται γιατί η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή δηλώνει την συχνότητα που το σώμα λαμβάνει ενέργεια από τον διεγέρτη. Όταν η ιδιοσυχνότητα και η συχνότητα του διεγέρτη ταυτίζονται, τότε λέμε ότι το ταλαντωμένο σώμα δέχεται όλη την ενέργεια του διεγέρτη και έχουμε συντονισμό, οπότε έχουμε το μέγιστο πλάτος, ενώ θεωρητικά για μηδενικές απώλειες ενέργειας το πλάτος γίνεται άπειρο. Τέλος η περίοδος T της ταλάντωσης είναι ίση με του διεγέρτη.

- **Θεωρία:**

1) Εξισώσεις δυνάμεων:

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα ελατηρίου-σώματος στο οποίο ασκούμε μια εξωτερική διεγείρουσα δύναμη, το οποίο φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα.



Τότε στο σύστημα αυτό θα ασκούνται διάφορες δυνάμεις.

Αρχικά θα ασκούνται συντηρητικές δυνάμεις οι οποίες συνιστούν την δύναμη επαναφοράς $F_{\varepsilon\pi} = -Dx$ οι οποίες στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\ell}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα και το βάρος του σώματος $B = mg$. Για το παραπάνω παράδειγμα επειδή το ελατήριο είναι κατακόρυφο η σταθερά επαναφοράς D ισούται με την σταθερά K του ελατηρίου, ενώ αν στο σώμα ασκούσαν μόνο αυτές οι δυνάμεις τότε θα πραγματοποιούνταν αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ που αποτελεί ίδιο χαρακτηριστικό του ταλαντωτή και ονομάζεται κυκλική ιδιοσυχνότητα.

Όμως στο σχήμα ασκούνται και οι δυνάμεις απόσβεσης $F_{\alpha\pi} = -bu$ (όπου b ο συντελεστής απόσβεσης ο οποίος εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και από το μέγεθος και το σχήμα του αντικειμένου που κινείται), ενώ αν στο παράδειγμα ασκούσαν μόνο οι δυνάμεις $F_{\varepsilon\pi} = -Dx$ και $F_{\alpha\pi} = -bu$ τότε το σώμα θα έκανε ελεύθερη περιοδική ταλάντωση η οποία όμως θα ήταν φθίνουσα και το πλάτος της θα μειωνόταν εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με τον τύπο $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ αλλά επιπλέον η κυκλική συχνότητα της φθίνουσας ταλάντωσης ω' είναι σταθερή αλλά θα είναι μικρότερη από αυτήν της αμείωτης

$$\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - A^2} \quad \text{ή} \quad \omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad \text{ή} \quad \omega' = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

Τέλος στο παραπάνω σχήμα ασκείται η εξωτερική δύναμη F η οποία είναι αρμονική και έχει τύπο $F = F_0 \sin(\omega t)$.

2) Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

Η εξαναγκασμένη ταλάντωση έχει κυκλική συχνότητα, την κυκλική συχνότητα ω του διεγέρτη και όχι αυτή που θα είχε, αν εκτελούσε ελεύθερη και αμείωτη ταλάντωση δηλαδή την:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Η αυτή που θα είχε αν εκτελούσε την ελεύθερη αλλά φθίνουσα ταλάντωση :

$$\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \dots \omega_{\text{ταλαντωτή}} = \omega_{\text{διεγέρτη}} = \omega$$

Από τα παραπάνω μπορούμε να αντιληφθούμε ότι στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις η κυκλική συχνότητα εξαρτάται αποκλειστικά από την συχνότητα του διεγέρτη. Προφανώς η εξαναγκασμένη ταλάντωση θα έχει συχνότητα και περίοδο αυτή του διεγέρτη:

$$f_{\text{ταλαντωτή}} = f_{\text{διεγέρτη}} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{και} \quad T_{\text{ταλαντωτή}} = T_{\text{διεγέρτη}} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

3) Οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης :

Αν η δύναμη του διεγέρτη είναι $F_{\text{διεγ}} = F_0 \sin(\omega t)$, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στον ταλαντωτή είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\varepsilon\pi} + \vec{F}_{\alpha\pi} + \vec{F}_{\delta\iota\epsilon\gamma} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$-Dx - bv + F_0 \sin(\omega t) = ma \Rightarrow -Dx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \sin(\omega t) = m \frac{d^2 x}{dt^2} \Rightarrow$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + Dx = F_0 \sin(\omega t).$$

Η λύση της διαφορικής αυτής εξίσωσης δίνει την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης $x = A \eta \mu(\omega t - \varphi_0)$ και ταχύτητας

$v = \omega A \sigma \upsilon \nu(\omega t - \varphi_0)$ με πλάτος:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega^2}}$$

Και εφαπτομένη φ_0 :

$$\varepsilon \varphi \varphi_0 = \frac{m(\omega^2 - \omega_0^2)}{b\omega}.$$

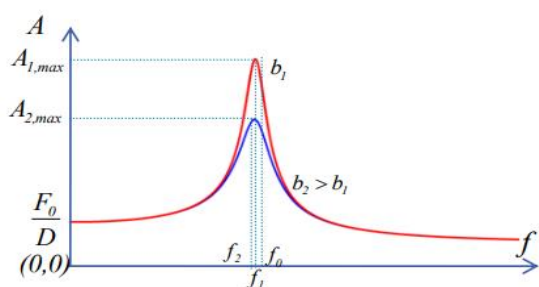
4) Το πλάτος στην εξαναγκασμένη ταλάντωση -Συντονισμός πλάτους:

Όπως είναι γνωστό, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από την συχνότητα f της εξωτερικής περιοδικής δύναμης που ασκείται στο σώμα ενώ για μια σταθερή τιμή της συχνότητας αυτής το πλάτος A είναι:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega^2}}.$$

Στο παρακάτω σχήμα μπορούμε να δούμε γραφικά την σχέση που έχει το πλάτος της ταλάντωσης με την συχνότητα του διεγέρτη. Είναι ολοφάνερο πως σε μια συγκεκριμένη τιμή της συχνότητας το πλάτος γίνεται μέγιστο και τότε η συχνότητα του διεγέρτη ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης και

τότε αναφερόμαστε στον συντονισμό του πλάτους. Επίσης παρατηρούμε για μικρότερες και για μεγαλύτερες τιμές συχνότητας του διεγέρτη το πλάτος μικραίνει. Ακόμη συμπερνάμε ότι και η σταθερά απόσβεσης b επηρεάζει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά b τόσο μικρότερο είναι το πλάτος ενώ αν σε μία ταλάντωση που δεν έχει καθόλου απόσβεση το πλάτος της θεωρητικά τείνει στο άπειρο.



5) Συντονισμός ταχύτητας ή συντονισμός ενέργειας:

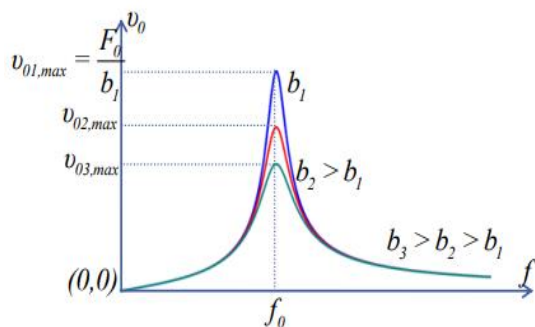
Από την παραπάνω σχέση του πλάτους και σε συνδυασμό με τους τύπους $x = A\eta\mu(\omega t - \varphi_0)$ και $v = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t - \varphi_0)$ ή

$v = v_0\sigma\upsilon\nu(\omega t - \varphi_0)$. Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι :

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2}} \quad \text{παίρνουμε} \quad v_0 = \frac{\omega F_0}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2}} \quad \text{ή}$$

$$v_0 = \frac{F_0}{\sqrt{\left[\frac{m}{\omega}(\omega^2 - \omega_0^2)\right]^2 + b^2}}.$$

Από την παραπάνω σχέση μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η μέγιστη τιμή ταχύτητας λαμβάνει μέρος όταν η κυκλική συχνότητα ισούται με την ιδιοσυχνότητα της αμείωτης ταλάντωσης, δηλαδή όταν $\omega = \omega_0$. Οπότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται και γίνεται: $v_{\max} = \frac{F_0}{b}$.



Όπως και πριν, παρατηρούμε ότι η ταχύτητα εξαρτάται από την συχνότητα του διεγέρτη, ενώ όσο μικρότερη είναι η σταθερά απόσβεσης τόσο μεγαλύτερη είναι η μέγιστη ταχύτητα.

6) Η δύναμη διεγέρτη και η δύναμη της απόσβεσης:

Η εξωτερική δύναμη του διεγέρτη δεν είναι πάντα αντίθετη της δύναμης απόσβεσης καθώς αυτό συμβαίνει μόνο στον συντονισμό ή όταν το σώμα περνάει από την θέση $x=0$.

Αυτό αποδεικνύεται από τον 1^ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow \underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}} + F_{\text{επ}}}_{\text{αλγεβρικά}} = ma \xrightarrow[F_{\text{επ}} = -Dx]{\alpha = -\omega^2 x} \underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}} - Dx}_{\text{αλγεβρικά}} = -m\omega^2 x \quad \text{ή}$$

$$\underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}}}_{\text{αλγεβρικά}} = Dx - m\omega^2 x \xrightarrow{D=m\omega_0^2} \underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}}}_{\text{αλγεβρικά}} = m\omega_0^2 x - m\omega^2 x \quad \text{ή}$$

$$\underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}}}_{\text{αλγεβρικά}} = m(\omega_0^2 - \omega^2)x \quad (1)$$

Οπότε από την σχέση (1) αντιλαμβανόμαστε ότι για να ισχύει

$$\underbrace{F_{\text{διεγ}} + F_{\text{απ}}}_{\text{αλγεβρικά}} = 0 \Rightarrow F_{\text{διεγ}} = -F_{\text{απ}}$$

πρέπει $m(\omega_0^2 - \omega^2)x = 0$ δηλαδή $\omega_0 = \omega$, οπότε να έχουμε συντονισμό ή όταν $x=0$.

8) Ενέργεια:

Όπως ξέρουμε, η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v= \omega A \sin(\omega t - \varphi_0)} K = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - \varphi_0) \Rightarrow K = K_{\max} \sin^2(\omega t - \varphi_0) \text{ και } K_{\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 .$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται μέσω του έργου όλων το δυνάμεων που ασκούνται στον ταλαντωτή:

$$\Delta K = W_{\text{ολ}} = W_{F, \text{επαναφοράς}} + W_{F, \text{απόσβεσης}} + W_{F, \text{διεγέρτη}}$$

Η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή αποδίδεται με την συντηρητική δύναμη επαναφοράς $F_{E\pi} = -Dx$ η οποία δίνεται από την σχέση $U = \frac{1}{2}Dx^2$ με $D = K = m\omega_0^2$ και

$$U = \frac{1}{2}Dx^2 \xrightarrow[x = A\eta\mu(\omega t - \varphi_0)]{D = m\omega_0^2} U = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \eta\mu^2(\omega t - \varphi_0) \Rightarrow$$

$$U = U_{\max} \eta\mu^2(\omega t - \varphi_0) \text{ με } U_{\max} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2$$

Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται μέσω του έργου μόνο της δύναμης επαναφοράς.

Η μηχανική ενέργεια του ταλαντωτή είναι το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας:

$$E_{\tau} = U + K \Rightarrow E_{\tau} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \eta\mu^2(\omega t - \varphi_0) + \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sigma\upsilon\nu^2(\omega t - \varphi_0)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια δεν είναι ίση με την μέγιστη δυναμική

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_{\max} = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2$$

Ενώ η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega A)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

Προφανώς ισχύει ότι η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι διαφορετική της μέγιστης κινητικής ενέργειας ενώ αν $\omega < \omega_0$ τότε

η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι μικρότερη της μέγιστης δυναμικής ενέργειας ενώ αν $\omega > \omega_0$ ισχύει το αντίθετο. Τέλος αν $\omega = \omega_0$ τότε είναι ίσες.

9) Η σχέση ταχύτητας και απομάκρυνσης στην εξαναγκασμένη ταλάντωση:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = A \eta \mu(\omega t - \varphi_0) \\ v = \omega A \sigma \upsilon \nu(\omega t - \varphi_0) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \eta \mu^2(\omega t - \varphi_0) = \left(\frac{x}{A} \right)^2 \\ \sigma \upsilon \nu^2(\omega t - \varphi_0) = \left(\frac{v}{\omega A} \right)^2 \end{array} \right\} (+) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{x}{A} \right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A} \right)^2 = 1 \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

Πρακτικές εφαρμογές των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων και του συντονισμού

- Ένα καλό παράδειγμα συντονισμού είναι η θέρμανση και το μαγείρεμα των φαγητών με αποτελεσματικότητα και ομοιομορφία στον φούρνο μικροκυμάτων. Τα κύματα που παράγονται σε αυτόν τον τύπο φούρνου έχουν μήκος κύματος 12 cm σε συχνότητα 3450 MHz. Σε αυτή τη συχνότητα, τα κύματα απορροφώνται λόγω του συντονισμού από μόρια λίπους στα τρόφιμα, θερμαίνοντάς τα και έτσι μαγειρεύοντας το φαγητό.
- Θεωρητικά ένα κτίριο, αν διεγερθεί, έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει ελεύθερη ταλάντωση, παρόμοια με αυτή του ελάσματος με ιδιοσυχνότητα f_0 . Στη διάρκεια ενός σεισμού, το έδαφος πάλλεται με συχνότητα f και τα κτίρια εξαναγκάζονται να εκτελέσουν ταλάντωση. Αν η συχνότητα f με την οποία πάλλεται το έδαφος (διεγέρτης) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του

κτιρίου θα γίνει μεγάλο, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευσή του.

- Αν μια ομάδα ανθρώπων κινηθεί με βηματισμό πάνω στη γέφυρα, η γέφυρα διεγείρεται και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν η συχνότητα βηματισμού είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της γέφυρας, έχουμε συντονισμό, η γέφυρα ταλαντώνεται με μεγάλο πλάτος και υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης. Ένα τέτοιο ατύχημα συνέβη στη Γαλλία το 1850. Μια γέφυρα κατέρρευσε και 226 στρατιώτες σκοτώθηκαν. Από τότε, όταν ένα τμήμα στρατού περνάει πάνω από γέφυρα, οι στρατιώτες προχωρούν με ελεύθερο βηματισμό.

Παρομοίως μία γέφυρα μπορεί να καταρρεύσει όταν η συχνότητα συντονισμού της γίνει ίση με την συχνότητα του κυματισμού του ανέμου, καθώς το πλάτος ταλάντωσης της γέφυρας αυξάνεται υπερβολικά. Μία τέτοια κατάρρευση συνέβη το 1940 στη γέφυρα Tacoma Narrows εξαιτίας των σφοδρών ανέμων που συντονίστηκαν με τη συχνότητα της γέφυρας.

- Κάθε ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε ορισμένη συχνότητα. Στην κεραία ενός ραδιοφώνου κάθε στιγμή φτάνουν πολλά ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με διαφορετικές συχνότητες. Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού. Όταν γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα ενός μεταβλητού πυκνωτή. Ο πυκνωτής αυτός είναι μέρος ενός κυκλώματος LC, το οποίο βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με την κεραία του ραδιοφώνου. Στην κεραία τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που φτάνουν αναγκάζουν τα ηλεκτρόνια της να εκτελέσουν ταλάντωση. Η κίνηση των ηλεκτρονίων στην κεραία δημιουργεί σ' αυτή ένα πολύ ασθενές μεταβαλλόμενο ρεύμα. Εξαιτίας της

επαγωγικής σύζευξης το κύκλωμα LC εξαναγκάζεται να εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Το πλάτος της ηλεκτρικής ταλάντωσης (πλάτος του ρεύματος) είναι ασήμαντο εκτός εάν έχουμε συντονισμό. Μεταβάλλοντας όμως τη χωρητικότητα του πυκνωτή στο κύκλωμα LC, μεταβάλλουμε την ιδιοσυχνότητα του. Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος συμπίπτει με κάποια από τις συχνότητες με τις οποίες ταλαντώνονται τα ηλεκτρόνια της κεραίας (δηλαδή με κάποια από τις συχνότητες των κυμάτων τα οποία φτάνουν στην κεραία), το κύκλωμα συντονίζεται και διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα μέγιστου πλάτους. Αυτό το σχετικά μεγάλο ρεύμα, περιέχει το ηλεκτρικό σήμα, το οποίο, ενισχυμένο, οδηγείται στο megάφωνο του ραδιοφώνου και το διεγείρει.

- Άλλο ένα παράδειγμα του συντονισμού είναι όταν σπρώχνουμε ένα παιδί σε μια κούνια. Η κούνια λειτουργεί όπως ένα εκκρεμές, έχει δηλαδή μια φυσική συχνότητα ταλάντωσης που εξαρτάται από το μήκος ℓ . Εάν ωθήσουμε το παιδί πάνω στην κούνια με τυχαία συχνότητα, η κούνια αναταράσσεται και δεν φτάνει σε κάποιο μεγάλο πλάτος. Αν όμως το ωθήσουμε με συχνότητα ίση με τη φυσική συχνότητά του τότε το πλάτος αυξάνεται σημαντικά.
- Ακόμα μια εφαρμογή του συντονισμού συναντάται όταν τα ηχητικά κύματα που εκπέμπονται από μία νότα ή μία φωνή δρουν σαν μία εξαναγκασμένη ταλάντωση πάνω σε ένα ποτήρι. Όταν η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων βρίσκεται σε συντονισμό με την συχνότητα του ποτηριού η ταλάντωση του γίνεται μέγιστη και το ποτήρι σπάει. Ένας μεγάλος τενόρος, ο Enrico Caruso, λέγεται ότι μπορούσε να σπάσει

ένα κρυστάλλινο ποτήρι τραγουδώντας μία νότα σε κατάλληλη συχνότητα και σε πλήρη ένταση της φωνής του.

- Οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις έχουν εφαρμογή και στην ιατρική. Υπάρχει μία τεχνική εξαναγκασμένης ταλάντωσης που ονομάζεται Forced Oscillation Technique (FOT) και στην ελληνική ορολογία ονομάζεται ταλαντωσιμετρία. Η τεχνική αυτή είναι μια μη επεμβατική μέθοδος που χρησιμοποιεί ταλαντώσεις πίεσης μικρού πλάτους που τοποθετούνται στην κανονική αναπνοή και δεν απαιτεί την εκτέλεση αναπνευστικών ελιγμών. Συγκεκριμένα, είναι μια αξιόπιστη μέθοδος για την αξιολόγηση της βρογχικής υπερευαισθησίας σε ενήλικες και παιδιά ενώ επίσης έχει αποδειχθεί ότι είναι τόσο ευαίσθητη όσο η σπιρομέτρηση στην ανίχνευση βλαβών της πνευμονικής λειτουργίας λόγω του καπνίσματος ή της έκθεσης σε επαγγελματικούς κινδύνους. Η ταλαντωσιμετρία χρησιμοποιείται στην φροντίδα και στην παρακολούθηση των ασθενών με COVID-19 καθώς οι αλλαγές στην λειτουργία των πνευμόνων που μετρήθηκαν με αυτή την τεχνική δείχνουν μια πρόιμη εκτίμηση για την φθορά των πνευμόνων.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Giancoli D. C., (2017) ΦΥΣΙΚΗ για ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΕΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ τόμος Α, 4^η έκδοση, μεταφρασμένη έκδοση από τις εκδόσεις Τζιόλα

[https://journal.chestnet.org/article/S0012-3692\(20\)32572-1/fulltext](https://journal.chestnet.org/article/S0012-3692(20)32572-1/fulltext)

<https://erj.ersjournals.com/content/22/6/1026>

<http://www.tmth.gr/sciencerelated/59-applications/774-tacoma-narrows-bridge>

<https://zhsimoy.sites.sch.gr/images/PDF/8.pdf>

<https://simerini.sigmalive.com/article/2016/4/6/oi-anakalupseis-tou-galilaiou/>

<https://ixek.gr/wp-content/uploads/2019/07/1301-04.pdf>

<https://physicsabout.com/resonance/>

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BE%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CE%BA%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B7_%CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7

<https://www.btsounis.gr/wp-content/uploads/2017/03/9.-%CE%95%CE%BE%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CE%BA%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B5%CF%82-%CF%84%CE%B1%CE%BB%CE%B1%CE%BD%CF%84%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82-....%CE%BC%CE%B9%CE%B1-%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%BB%CF%85%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE-%CE%BC%CE%B5%CE%BB%CE%AD%CF%84%CE%B7..pdf>