



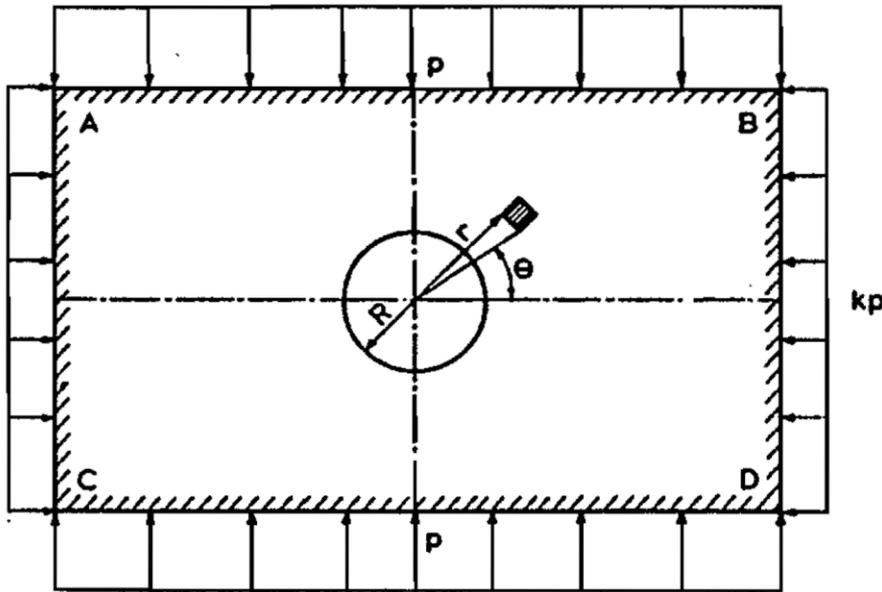
Σχεδιασμός Υπογείων Έργων

Αντώνης Ζερβός

Διαφάνειες βασισμένες σε διδακτικό υλικό του Καθηγ. Β. Παπαδόπουλου

ΣΗΡΑΓΓΕΣ: ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ (2)

Επενδεδυμένη σήραγγα



Poulos and Davis, 1974

$$\sigma_r = \frac{1}{2}p \left\{ (1+k) \left[1 - a_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] - (1-k) \left[1 - 3a_2 \left(\frac{R}{r} \right)^4 - 4a_3 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}p \left\{ (1+k) \left[1 + a_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] + (1-k) \left[1 - 3a_2 \left(\frac{R}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2}p(1-k) \left[1 + 3a_2 \left(\frac{R}{r} \right)^4 + 2a_3 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \sin 2\theta$$

Πλήρης συνάφεια (NS) Ελεύθερη ολίσθηση (FS)

$$a_1 = \frac{(1-2\nu)(C-1)}{(1-2\nu)C+1}$$

$$a_2 = \frac{(1-2\nu)(1-C)F - \frac{1}{2}(1-2\nu)^2 C + 2}{[(3-2\nu)+(1-2\nu)C]F + (\frac{5}{2} - 8\nu + 6\nu^2)C + 6 - 8\nu}$$

$$a_3 = \frac{[1+(1-2\nu)C]F - \frac{1}{2}(1-2\nu)C - 2}{[(3-2\nu)+(1-2\nu)C]F + (\frac{5}{2} - 8\nu + 6\nu^2)C + 6 - 8\nu}$$

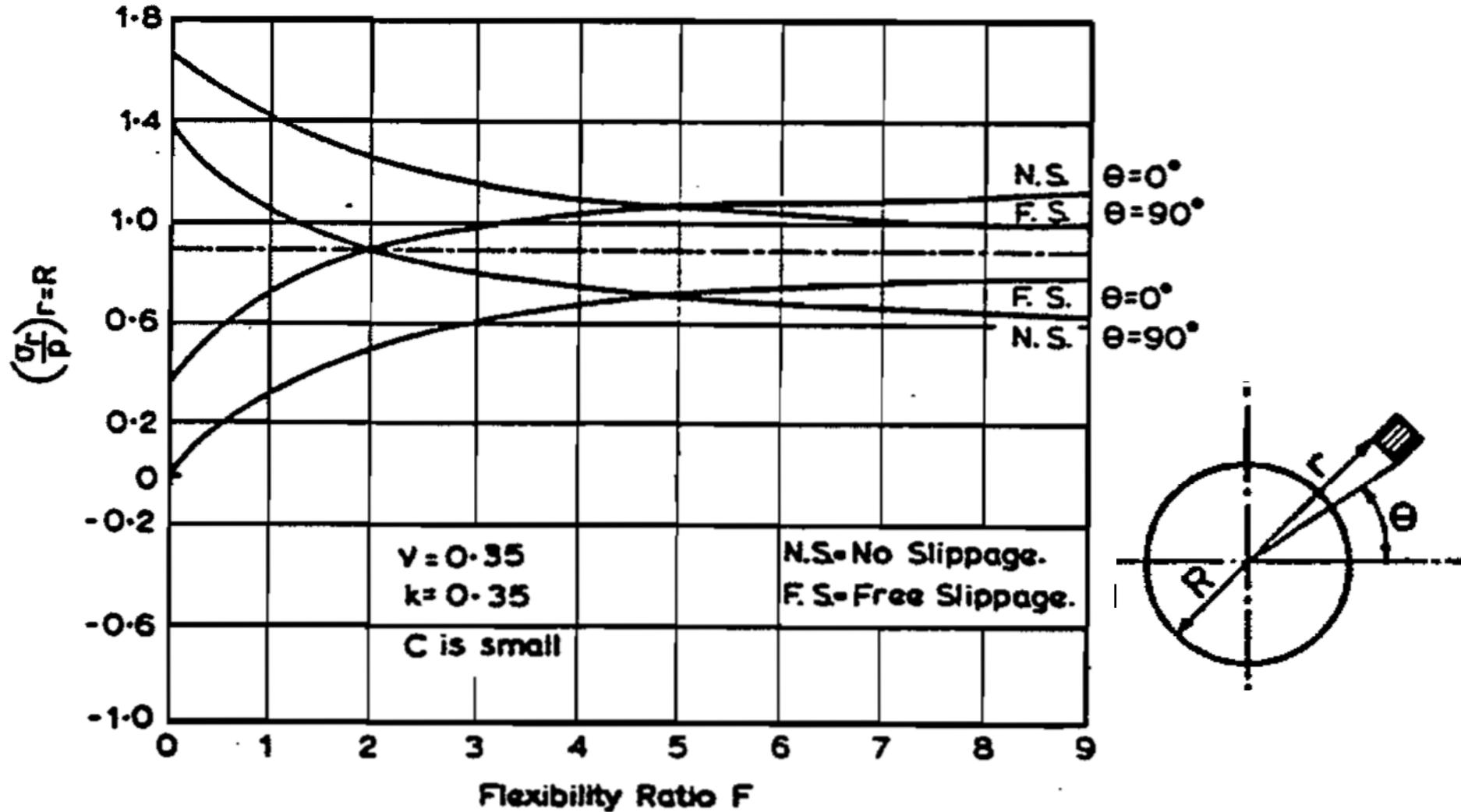
$$a_1 = \frac{(1-2\nu)(C-1)}{(1-2\nu)C+1}$$

$$a_2 = \frac{2F+1-2\nu}{2F+5-6\nu}$$

$$a_3 = \frac{2F-1}{2F+5-6\nu}$$

- D : διάμετρος της σήραγγας.
- t, E_c, ν_c : πάχος και ελαστικές σταθερές επένδυσης
- Μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης: $M = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$
- Λόγος συμπίεστότητας: $C = \frac{1}{2} \frac{(1-\nu_c^2)}{(1-\nu)} \frac{M}{E_c} \left(\frac{D}{t}\right)$
- Λόγος ευκαμψίας: $F = \frac{1}{4} \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} (1-\nu_c^2) \frac{M}{E_c} \left(\frac{D}{t}\right)^3$

Ακτινική τάση επαφής ως συνάρτηση της ευκαμψίας



Στερεή (απαραμόρφωτη) επένδυση: $C=F=0$

Τι γίνεται στα όρια; Για $K = 1$ και $r = a$:

$$\sigma_r = p(1 - a_1)$$

$$\sigma_\theta = p(1 + a_1)$$

$$a_1 = \frac{(1 - 2\nu)(C - 1)}{(1 - 2\nu)C + 1}$$

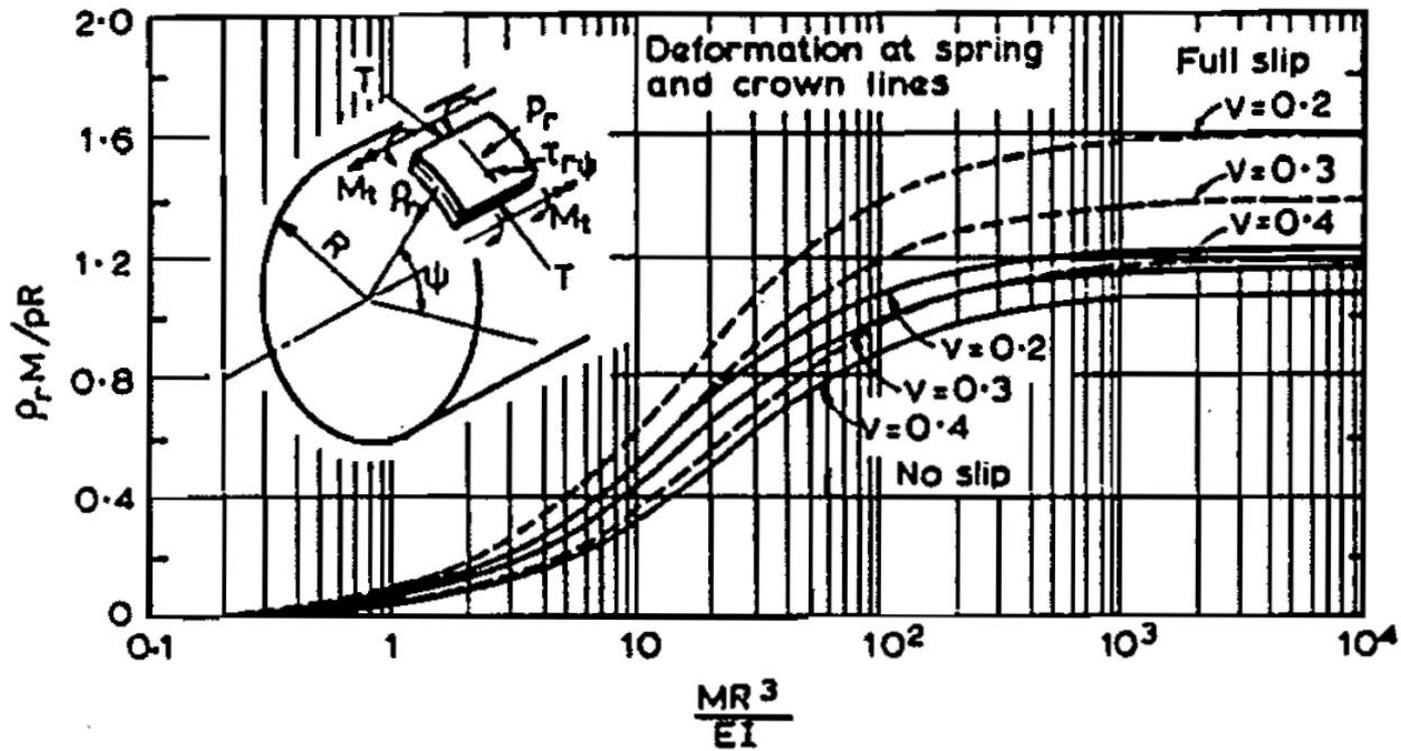
- Για στερεή (απαραμόρφωτη) επένδυση:

$$C = 0 \Rightarrow \sigma_r = 2p(1 - \nu), \sigma_\theta = 2p\nu$$

- Για (πάρα πολύ) εύκαμπτη επένδυση:

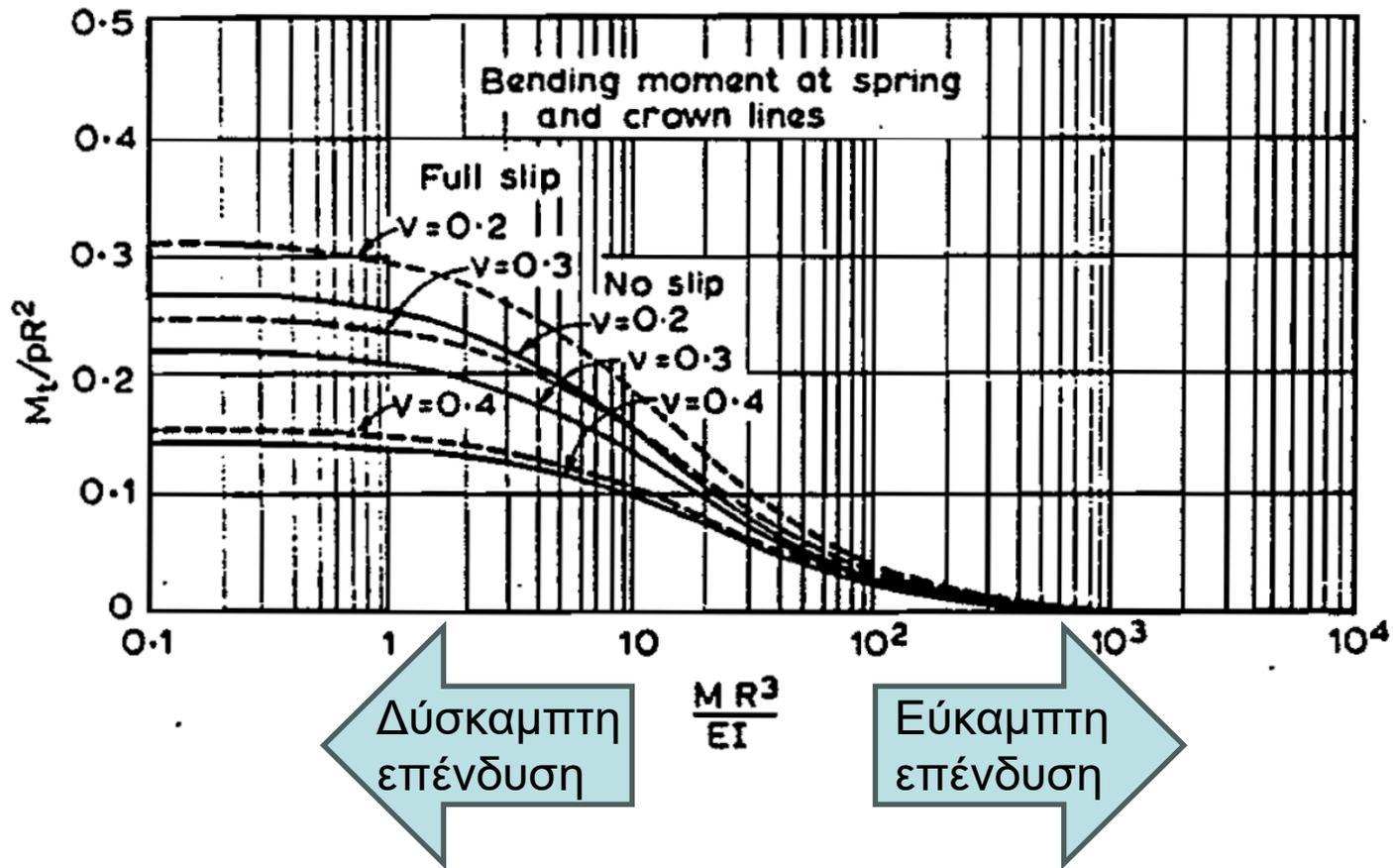
$$C \rightarrow \infty \Rightarrow \sigma_r \rightarrow 0, \sigma_\theta \rightarrow 2p$$

Παραμόρφωση ως συνάρτηση της ευκαμψίας ($K=0$)



Kay and Krizek, 1970
(Poulos and Davis, 1974)

Ροπή κάμψης ως συνάρτηση της ευκαμψίας ($K=0$)



Kay and Krizek, 1970
(Poulos and Davis, 1974)

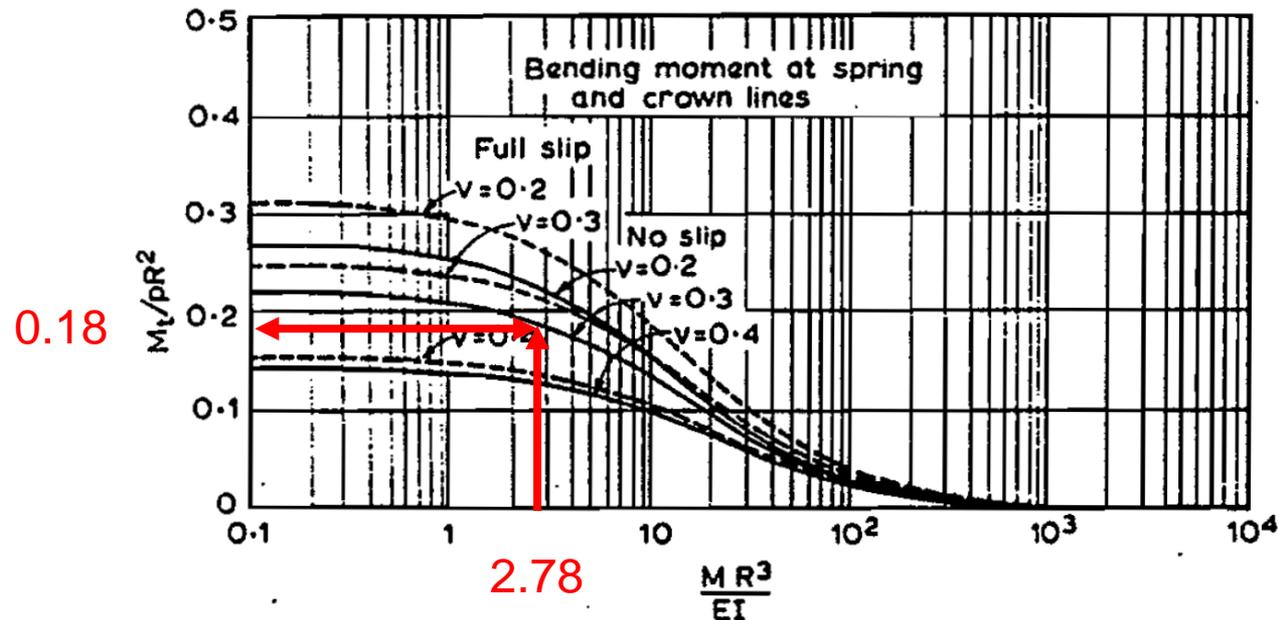
Εφαρμογή

Θεωρήστε σήραγγα διαμέτρου $D=10\text{m}$, κατακόρυφη τάση $p_0=200\text{kPa}$ και $K=0.35$.

- Για δύσκαμπτη επένδυση (π.χ. σε έδαφος)

$$M_1=10\text{MPa}, t_1=0.60\text{m} \rightarrow I_1=0.018\text{m}^4/\text{m}, MR^3/(EI)=2.78$$

$$M_{\max}/(p_0R^2)=0.18 \rightarrow M_{\max}=900\text{kNm}/\text{m}$$



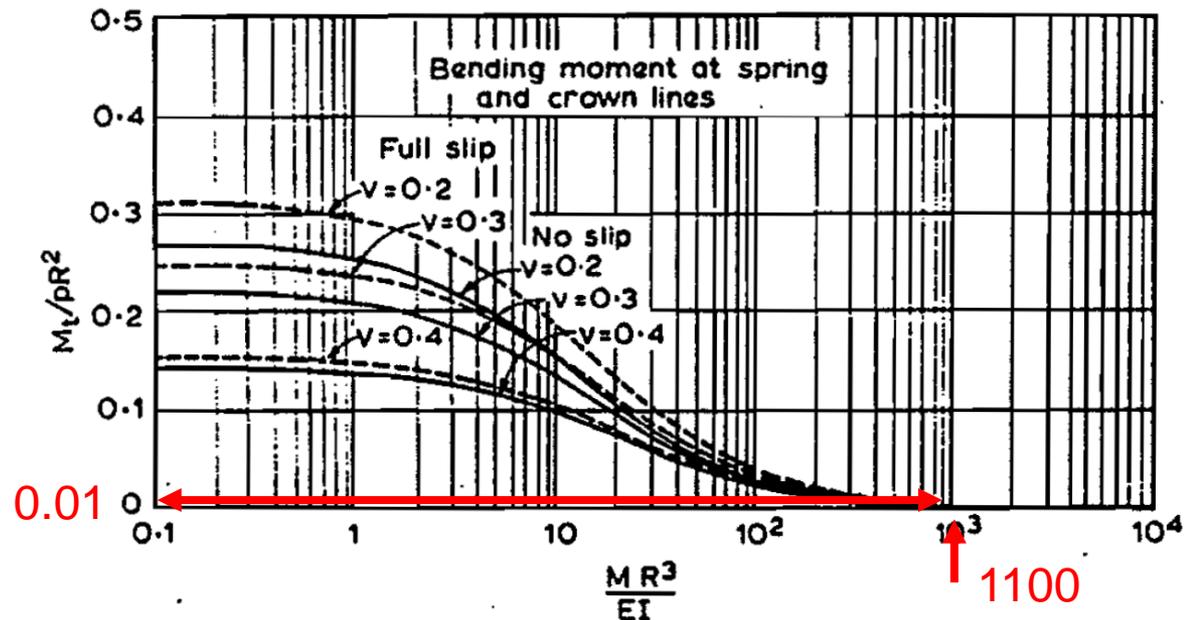
Εφαρμογή

Θεωρήστε σήραγγα διαμέτρου $D=10\text{m}$, κατακόρυφη τάση $p_0=200\text{kPa}$ και $K=0.35$.

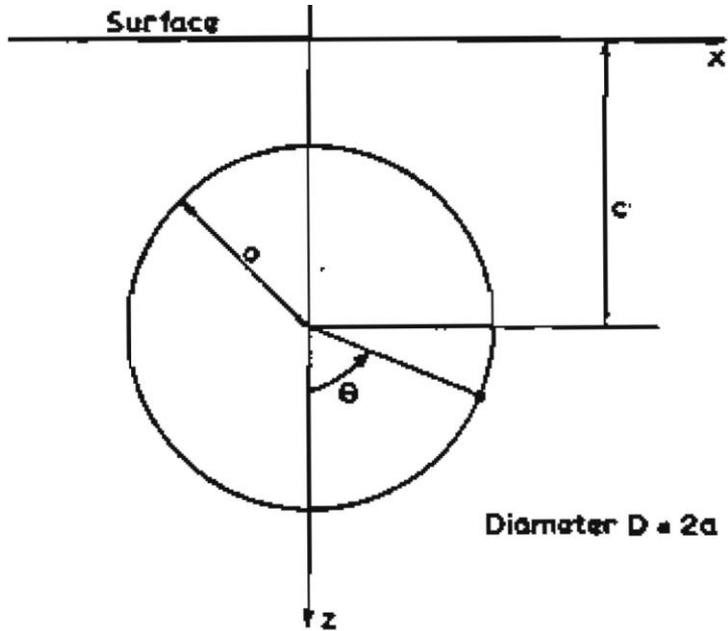
- Για εύκαμπτη επένδυση (π.χ. σε βράχο)

$$M_2=500\text{MPa}, t_2=0.30\text{m} \rightarrow I_2=2.25 \cdot 10^{-3}\text{m}^4/\text{m}, MR^3/(EI)=1100$$

$$M_{\max}/(p_0 R^2) \leq 0.01 \rightarrow M_{\max} < 50\text{kNm}/\text{m}$$



Αβαθής σήραγγα



Mindlin, 1940
(Poulos and Davis, 1974)

$$c/a = \cosh a_1$$

- Περίπτωση-I

$$p_z = \gamma z, K = 1, p_h = p_z$$

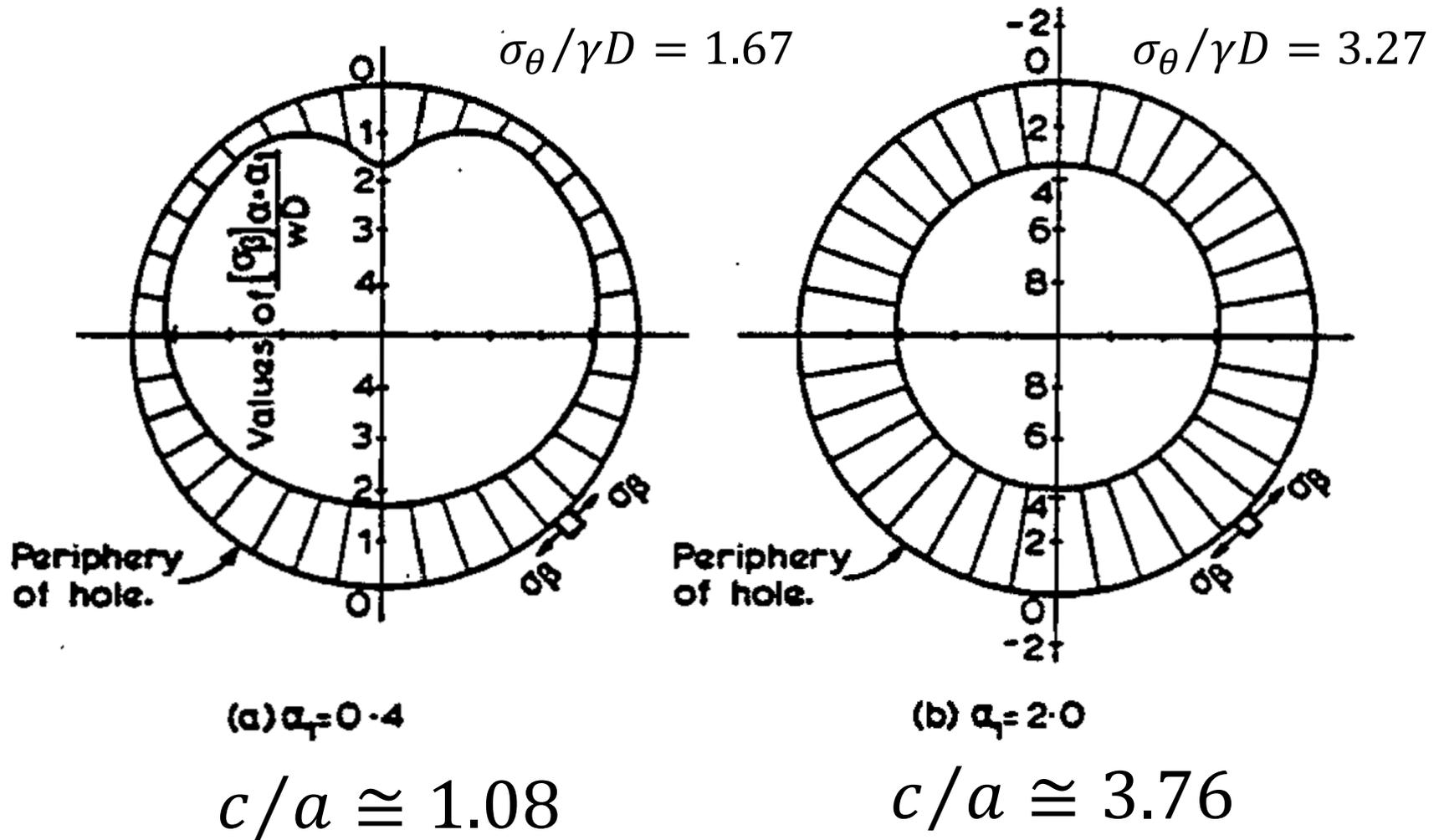
- Περίπτωση-II

$$p_z = \gamma z, K = \frac{\nu}{1-\nu}, p_h = K p_z$$

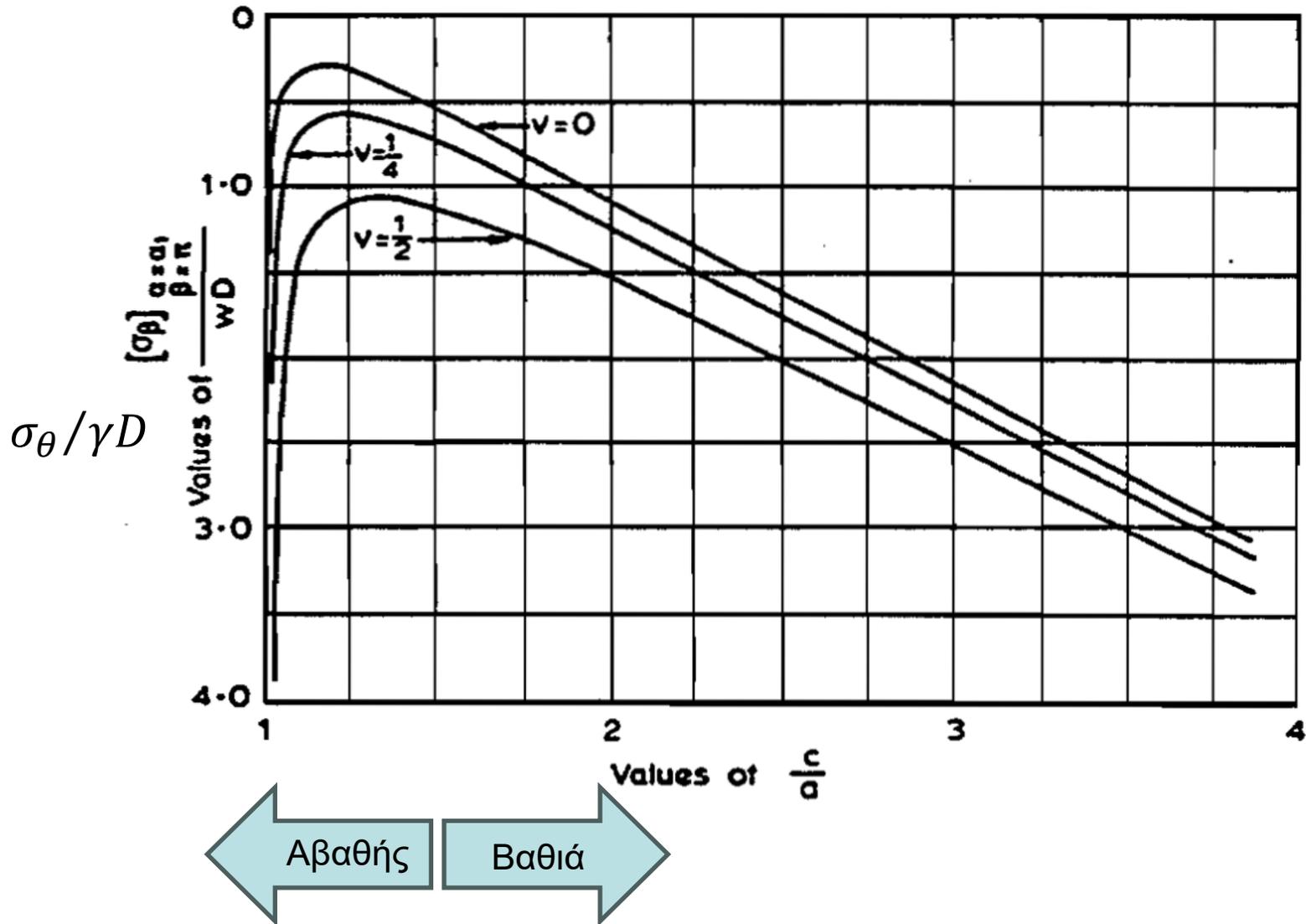
- Περίπτωση-III

$$p_z = \gamma z, K = 0, p_h = 0$$

Περίπτωση-Ι, $K = 1, \nu = 0.5$



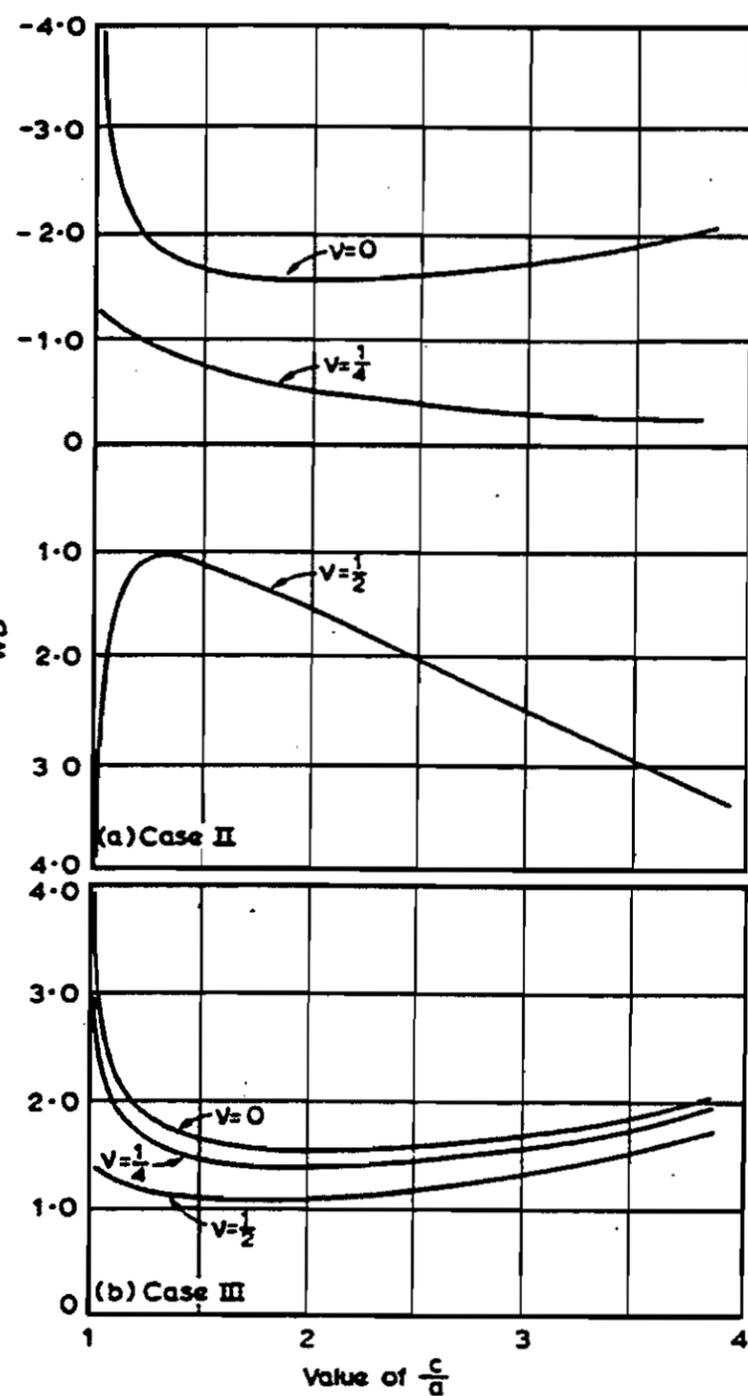
Εφαπτομενικές τάσεις στη στέψη, Περ.-I



Εφαπτομενικές τάσεις στη στέψη, Περ.-II, -III

$$\sigma_{\theta} / \gamma D$$

$$\text{Values of } \frac{[\sigma_{\theta}]_{\alpha=\alpha_1}}{\beta \pi} \frac{a}{wD}$$

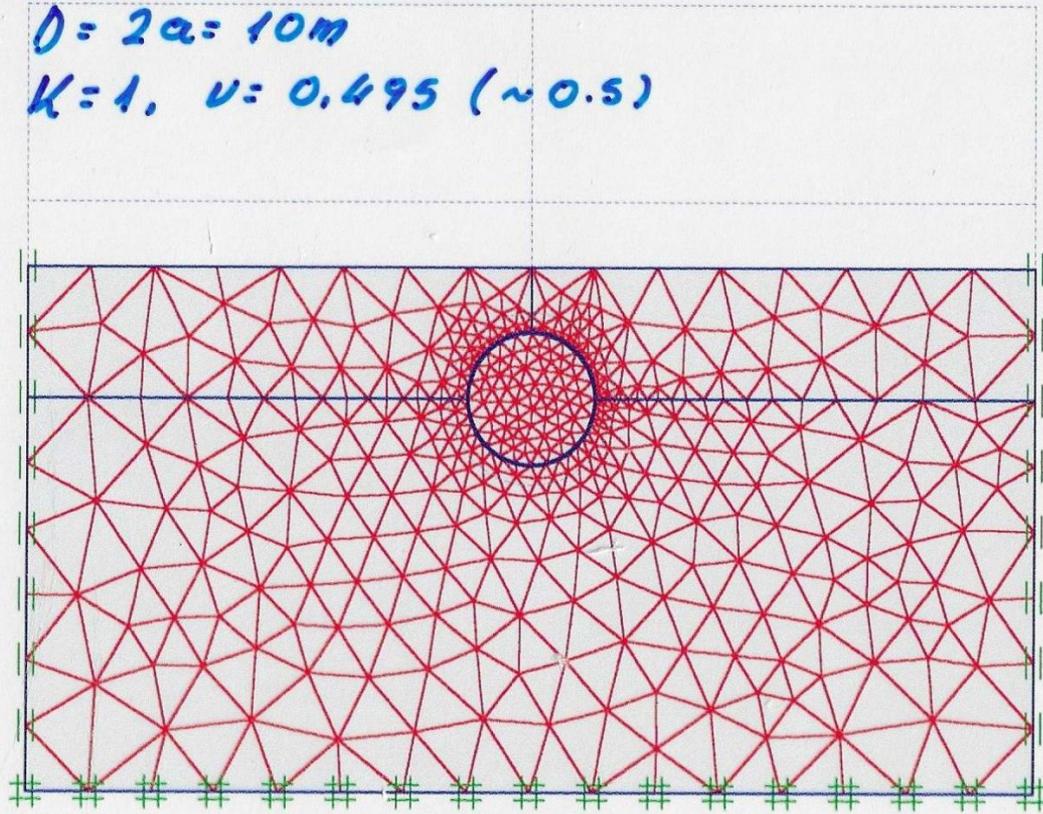


-20.00 -10.00 0.00 10.00 20.00 30.00 40.00 50.00 60.00 70.00 80.00 90.00 100.00

ΑΒΑΘΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑ

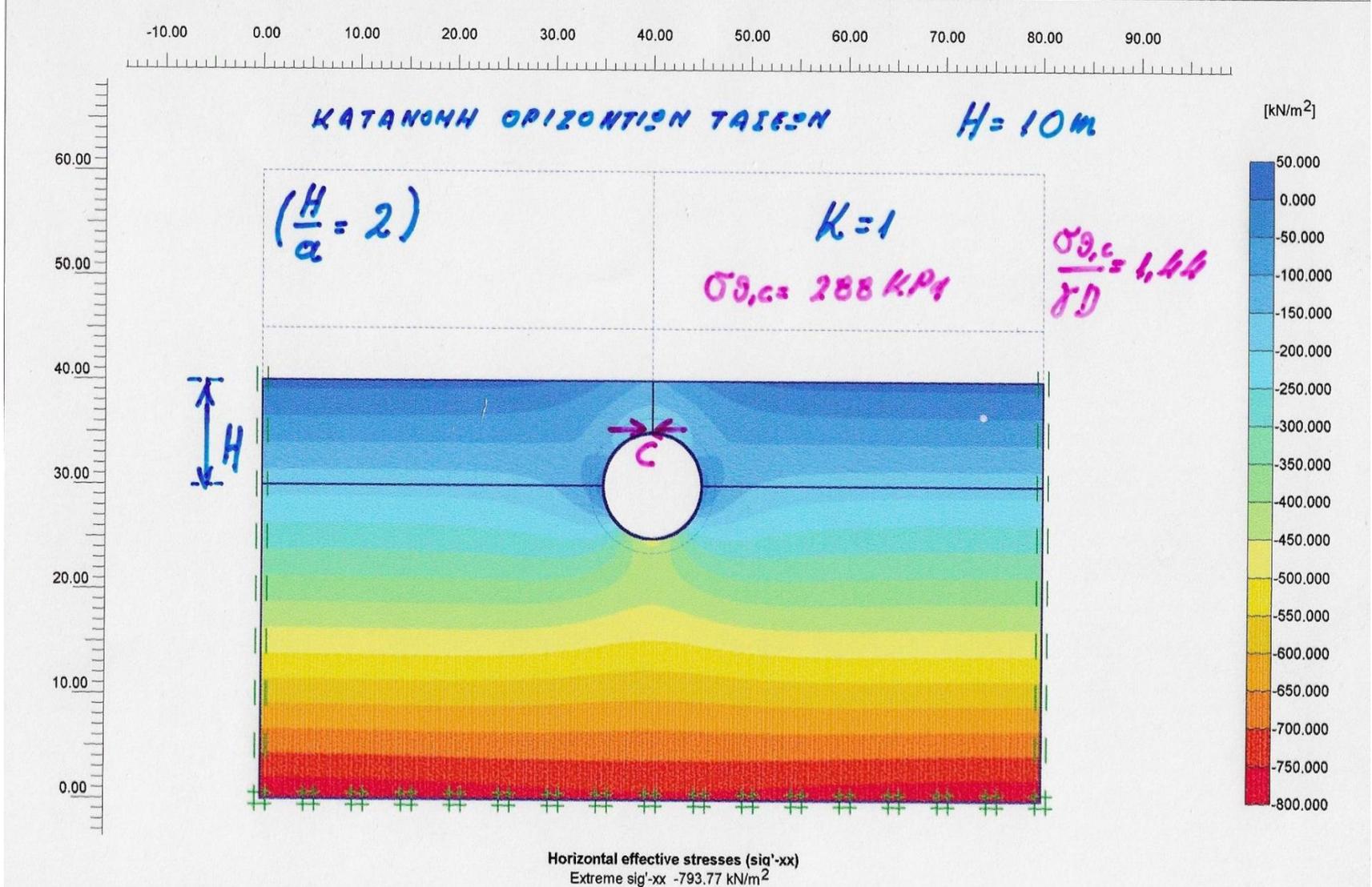
- $H = 10\text{m}$ (ΕΠΙΚΑΛΥΨΗ 5m ΜΟΝΟΝ)
- $D = 2a = 10\text{m}$
- $K = 1, \nu = 0.495 (\sim 0.5)$

60.00
50.00
40.00
30.00
20.00
10.00
0.00



Deformed Mesh
Extreme total displacement 0.00 m
(displacements scaled up 0.00 times)

(Από σημειώσεις Β. Παπαδόπουλου)



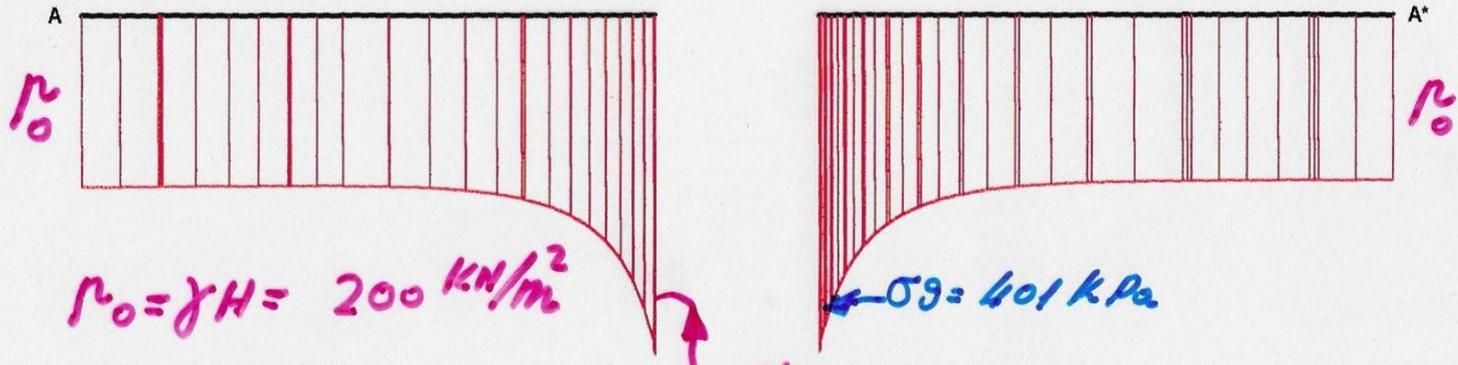
(Από σημειώσεις Β. Παπαδόπουλου)

0.00 5.00 10.00 15.00 20.00 25.00 30.00 35.00 40.00 45.00 50.00 55.00 60.00 65.00 70.00 75.00 80.00 85.00

ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΑΜΕΤΡΟ
(ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΙΣ)

$K=1$
($\nu=0.495$)

[kN/m²]



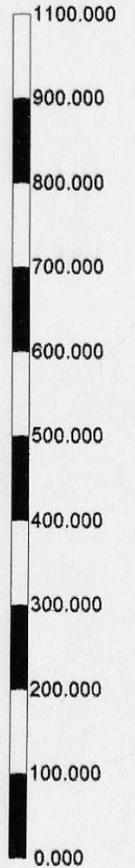
$\sigma_0 = \gamma H = 200 \text{ kN/m}^2$

$H = 10 \text{ m}$

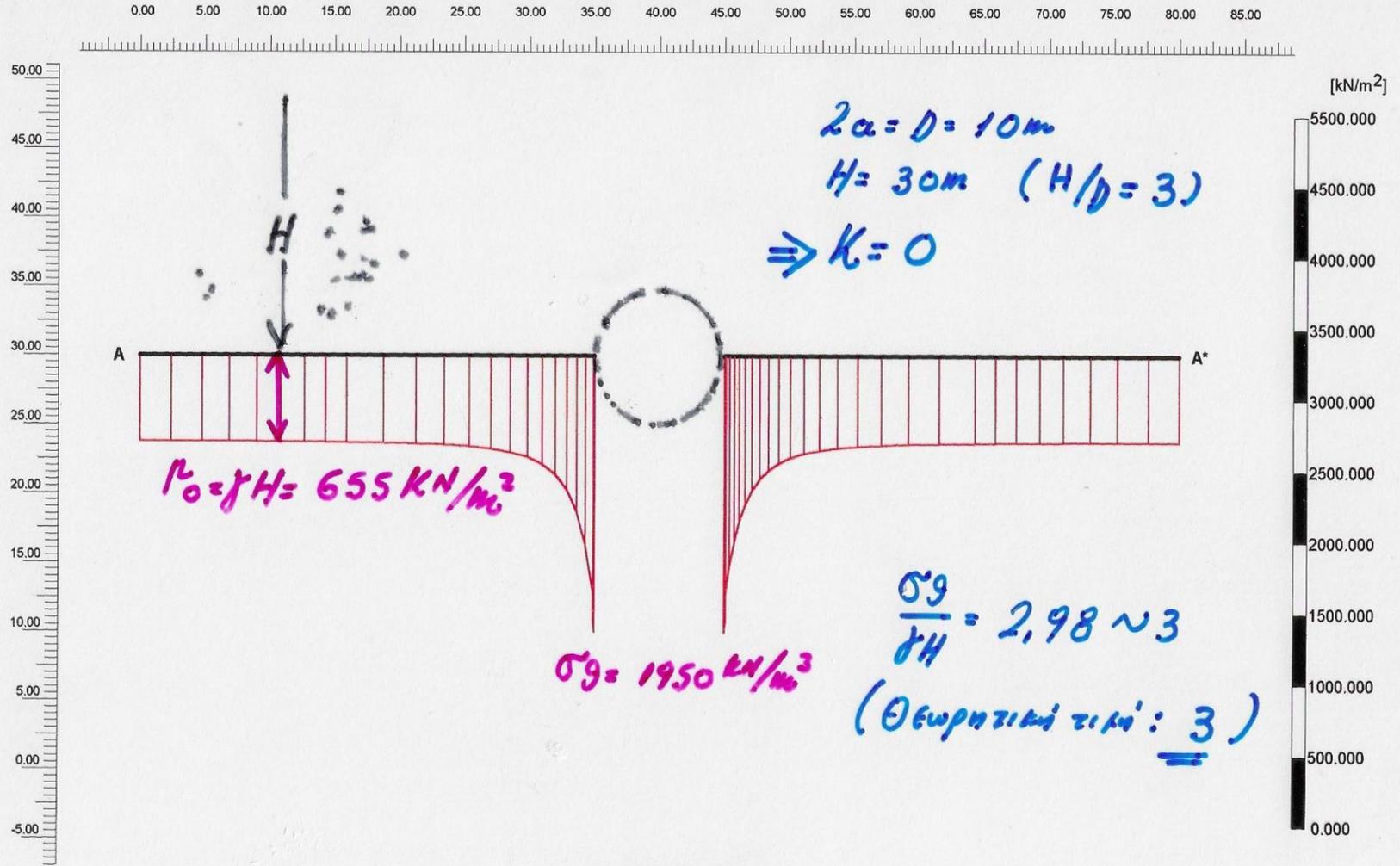
$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

$\sigma_0 = 401 \text{ kPa}$

$\frac{\sigma_0}{\gamma H} \approx 2 (!)$



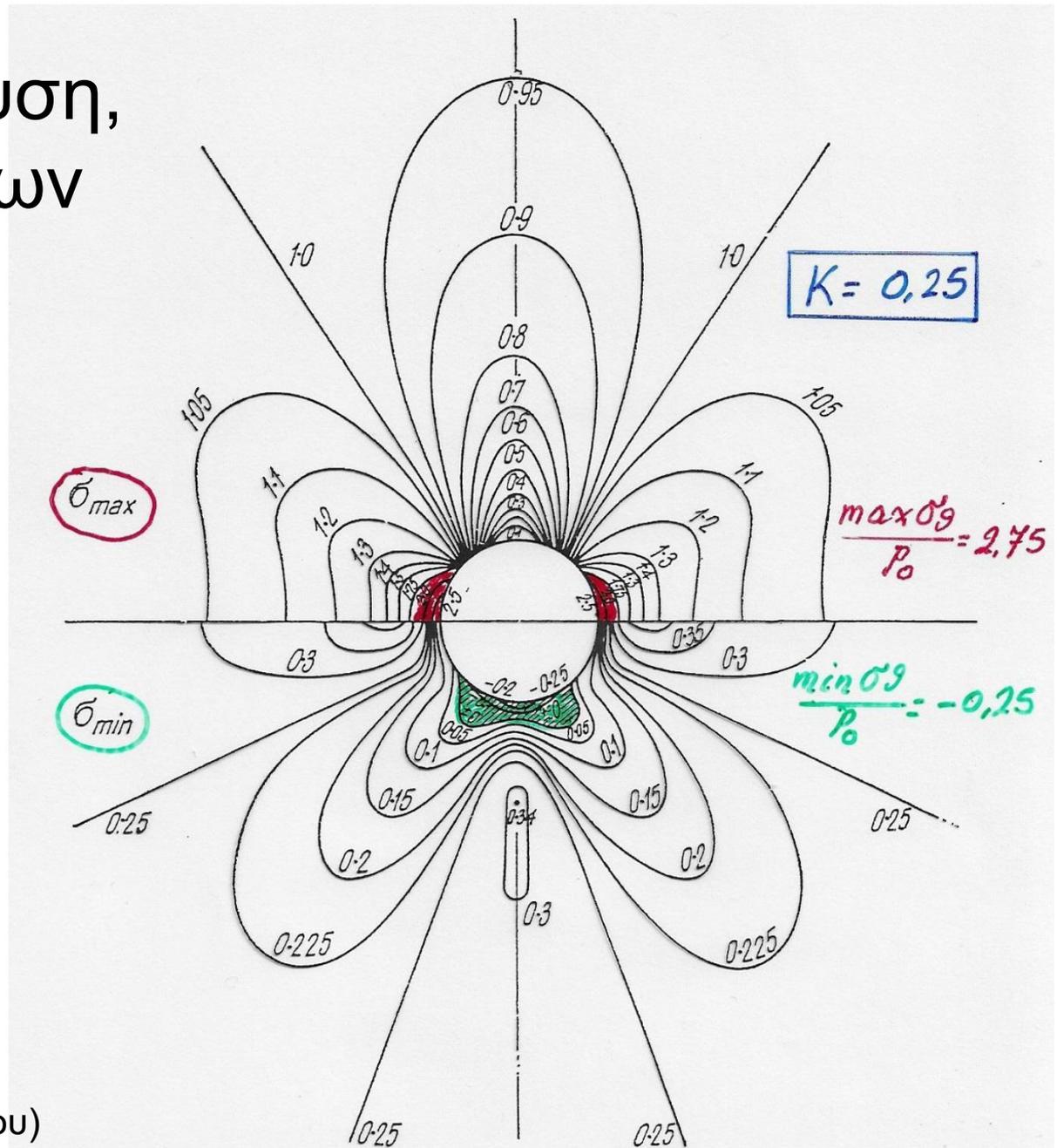
Vertical effective stresses (Sig'-yy)
Extreme Sig'-yy -400.97 kN/m²



(Από σημειώσεις Β. Παπαδόπουλου)

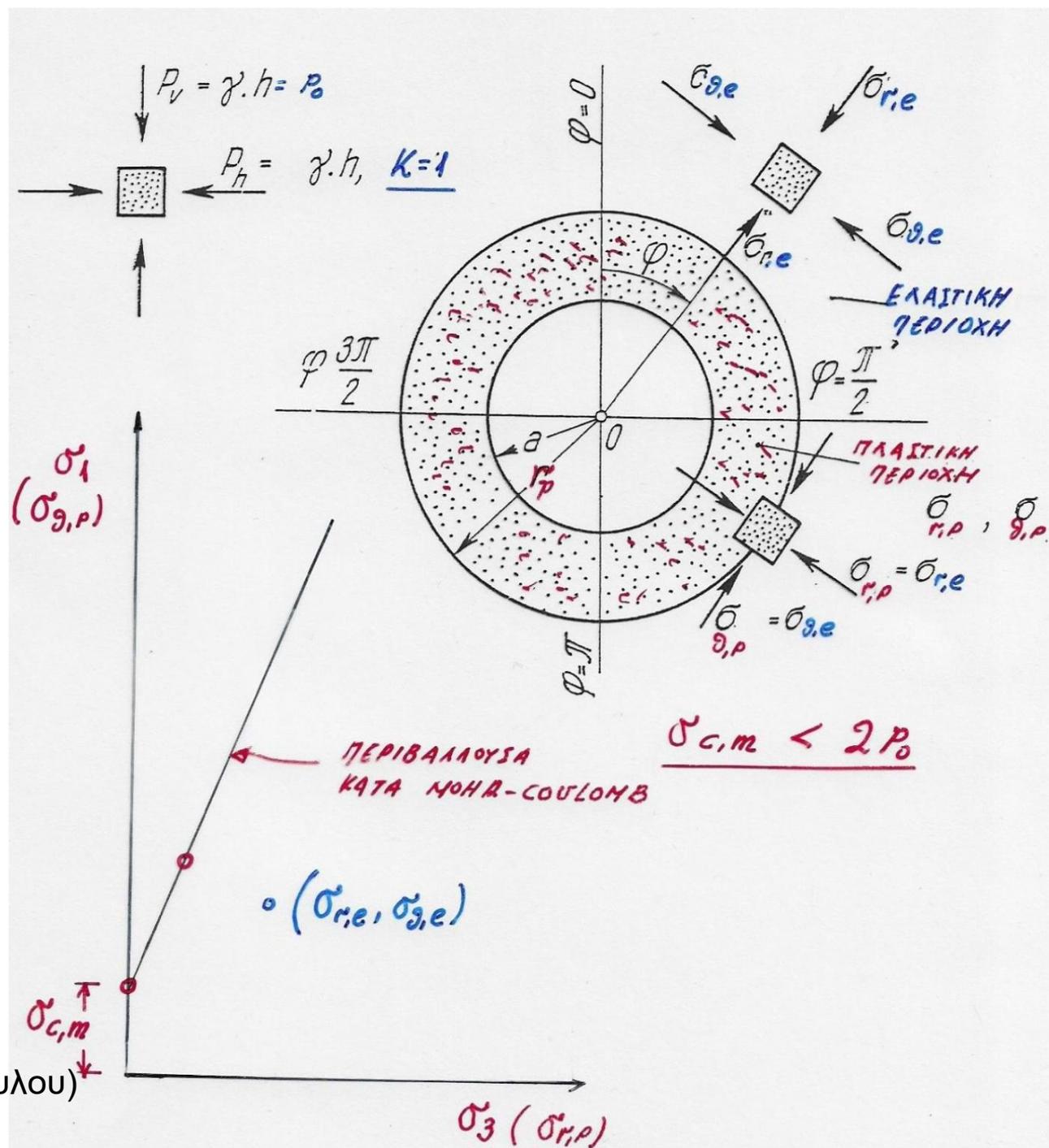
ΣΥΝΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

Ελαστική επίλυση, κατανομή κυρίων τάσεων.



(Από σημειώσεις Β. Παπαδόπουλου)

Θεωρία Kastner



(Από σημειώσεις Β. Παπαδόπουλου)

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta,p}, \sigma_3 = \sigma_{r,p}$$

(1) Περιβάλλουσα αστοχίας:

$$\sigma_{\theta,p} - \sigma_{r,p} \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} - \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_{\theta,p} = \sigma_{cm} + K_p \sigma_{r,p} = 0$$

(2) Διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας.

(3) Συνοριακή συνθήκη $\sigma_{r,p}(r = a) = 0$

(1), (2), (3) \rightarrow επίλυση διαφορικής εξίσωσης.

Λύση για $a \leq r \leq r_p$:

$$\sigma_{r,p} = \frac{\sigma_{cm}}{K_p - 1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{K_p - 1} - 1 \right]$$

$$\sigma_{\theta,p} = \frac{\sigma_{cm}}{K_p - 1} \left[K_p \left(\frac{r}{a} \right)^{K_p - 1} - 1 \right]$$

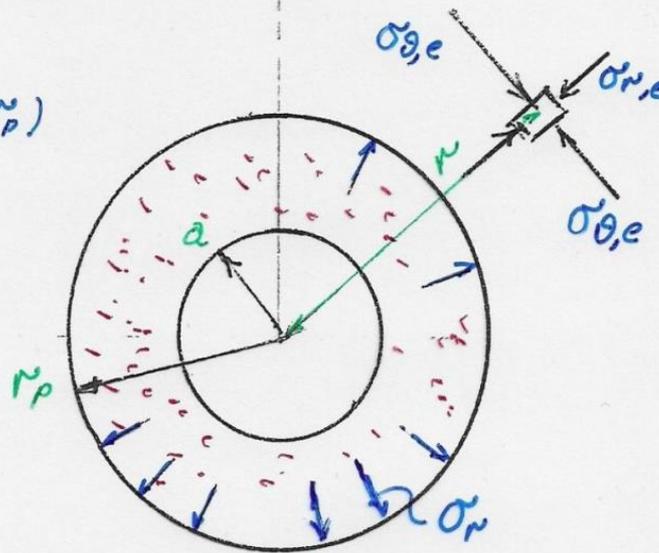
$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

$$\sigma_{cm} = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

ΣΤΟ ΟΡΙΟ ($r = r_p$)

$$\sigma_{r,p} = \sigma_{r,e} = \sigma_r$$

$$\sigma_{\theta,p} = \sigma_{\theta,e} = \sigma_{\theta}$$



ΣΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ($r \geq r_p$)

Ακτινική τάση $\sigma_{r,e} = p_0 \cdot (1 - \frac{r_p^2}{r^2}) + \sigma_r \cdot \frac{r_p^2}{r^2}$

Εφαπτομενική τάση $\sigma_{\theta,e} = p_0 \cdot (1 + \frac{r_p^2}{r^2}) - \sigma_r \cdot \frac{r_p^2}{r^2}$ *

Για $r = r_p$ (όριο πλαστικής ρώνης):

$$\sigma_r + \sigma_{\theta} = 2p_0 \text{ , όρα:}$$

$$\underline{\sigma_{r,p} + \sigma_{\theta,p} = 2p_0}$$

(Συνθήκη υποχρέωσης της αντίστοιχης όεξης $r = r_p$)

* ΘΕΩΡΗΣΗ ΙΔΕΑΤΗΣ ΣΗΡΑΓΓΑΣ ΑΚΤΙΝΑΣ r_p (όχι a)
ΜΕ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ $p_0 = \sigma_r$

Το όριο r_p της πλαστικής ζώνης προκύπτει:

$$r_p = a \left[\frac{2}{K_p + 1} \frac{\sigma_{cm} + p_0(K_p - 1)}{\sigma_{cm}} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}}$$

Για $r = r_p$ ισχύει

$$\sigma_{\theta,p} = \sigma_{cm} + K_p \sigma_{r,p}$$

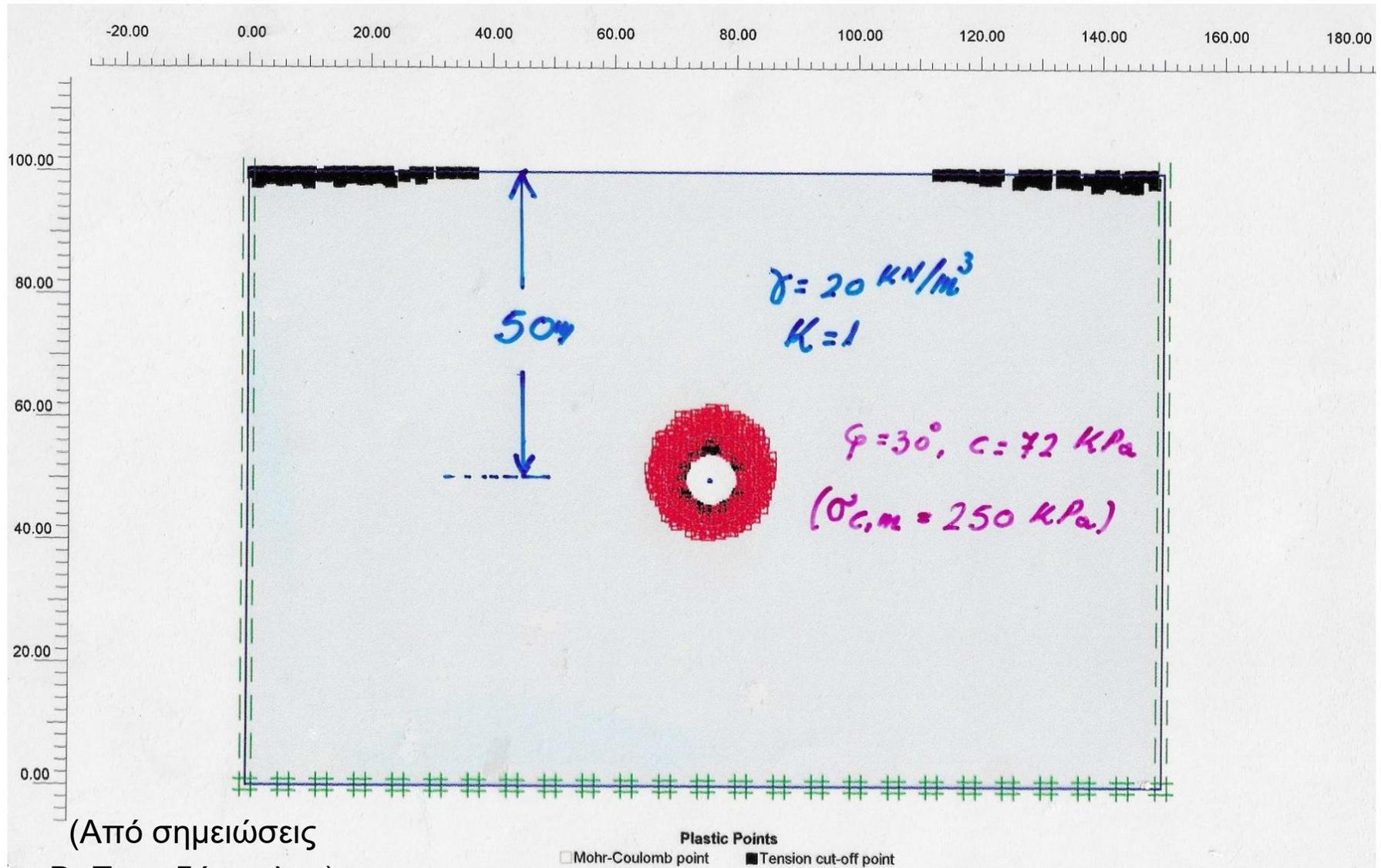
$$\sigma_{\theta,p} + \sigma_{r,p} = 2p_0$$

$$\sigma_{r,p} = \sigma_{r,e} = \sigma_r = \frac{2p_0 - \sigma_{cm}}{K_p + 1}$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad \sigma_{cm} = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}.$$

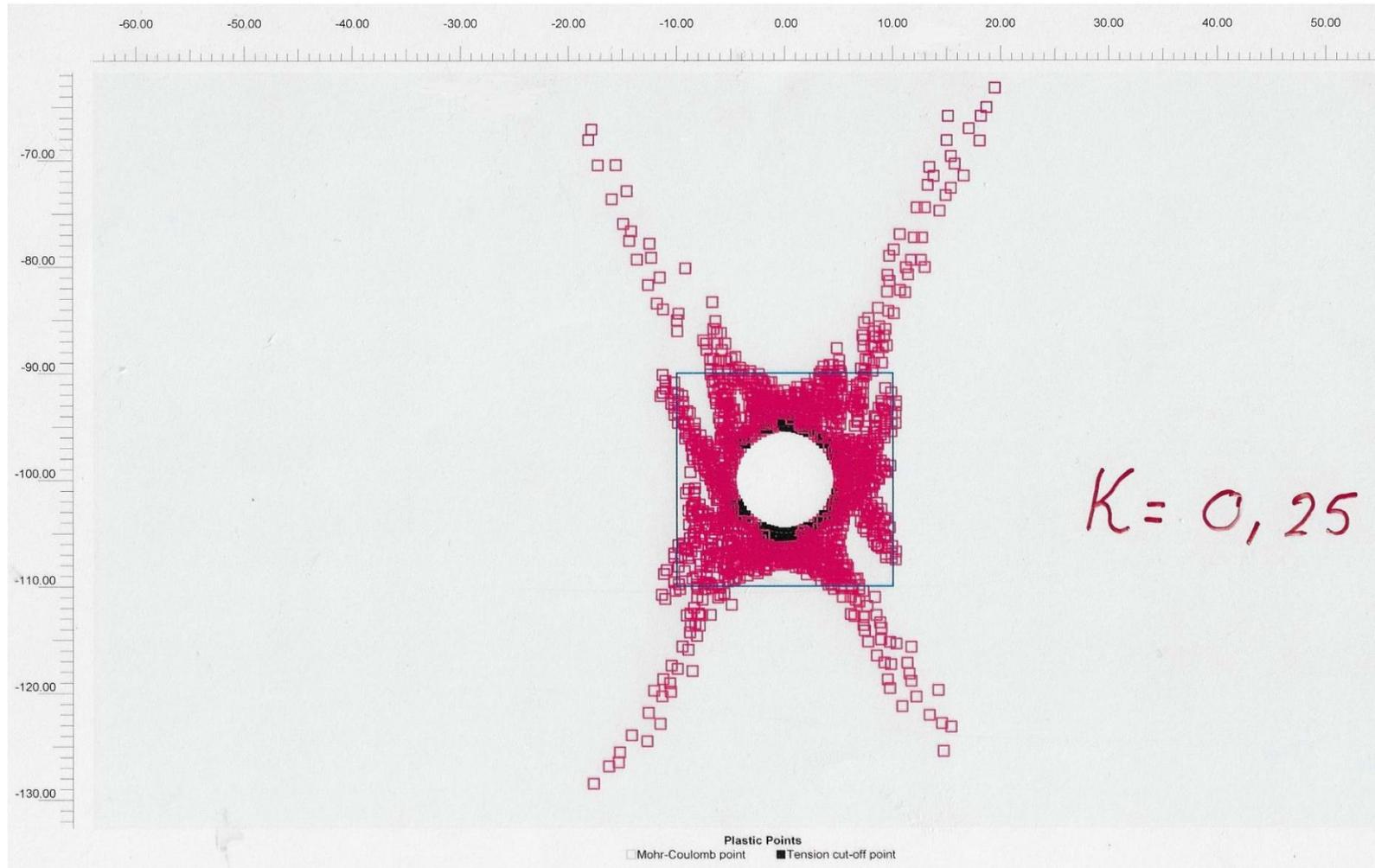
Υποθέσαμε $K=1$. Για άλλες τιμές η μορφή της ζώνης διαφέρει.

Παράδειγμα υπολογισμού με Πεπ. Στοιχεία.



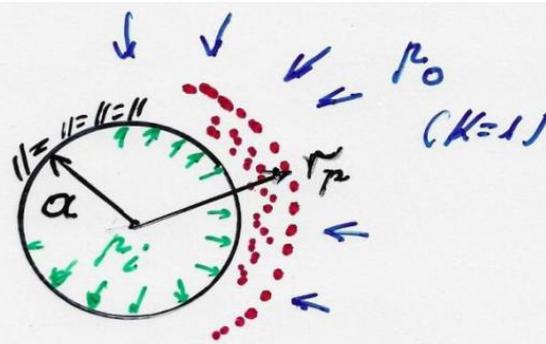
(Από σημειώσεις
Β. Παπαδόπουλου)

Παράδειγμα υπολογισμού με Πεπ. Στοιχεία.



(Από σημειώσεις
Β. Παπαδόπουλου)

Πλαστική ζώνη με εσωτερική πίεση.



$$\kappa_r \equiv \lambda_r \equiv \epsilon \gamma^2 (1 + \nu/2)$$

$$\left(\frac{r_p}{a}\right)^{\kappa_r-1} = \frac{2}{\kappa_r+1} \frac{p_0 + \frac{2c\sqrt{\kappa_r}}{\kappa_r-1}}{p_i + \frac{2c\sqrt{\kappa_r}}{\kappa_r-1}}$$

$$\sqrt[n]{\left(\frac{r_p}{a}\right)^{\kappa_r-1}} = \frac{2}{\kappa_r+1} \frac{\sigma_{c,m} + p_0(\kappa_r-1)}{\sigma_{c,m} + p_i(\kappa_r-1)}$$

$$\sqrt[n]{r_p} = a \left[\frac{2}{\kappa_r+1} \cdot \frac{\sigma_{c,m} + p_0(\kappa_r-1)}{\sigma_{c,m} + p_i(\kappa_r-1)} \right]^{\frac{1}{\kappa_r-1}}$$

Τάσεις στην πλαστική περιοχή

$$\sigma_{r,p} = \left[p_i + \frac{\sigma_{c,m}}{\kappa_r-1} \right] \left(\frac{r}{a}\right)^{\kappa_r-1} - \frac{\sigma_{c,m}}{\kappa_r-1}$$

$$\sigma_{\theta,p} = \sigma_{r,p} \cdot \kappa_r + \sigma_{c,m}$$

(Από σημειώσεις
Β. Παπαδόπουλου)