

Θεμελιώδη Θέματα Επιστήμης Υπολογιστών

Ασκήσεις σε αυτόματα

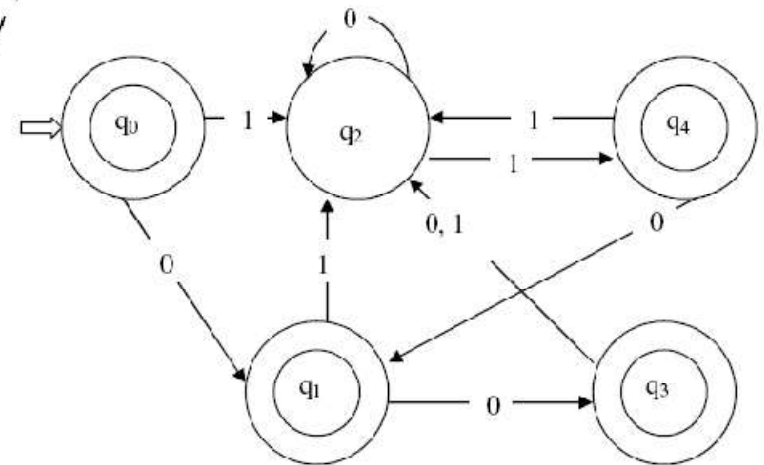
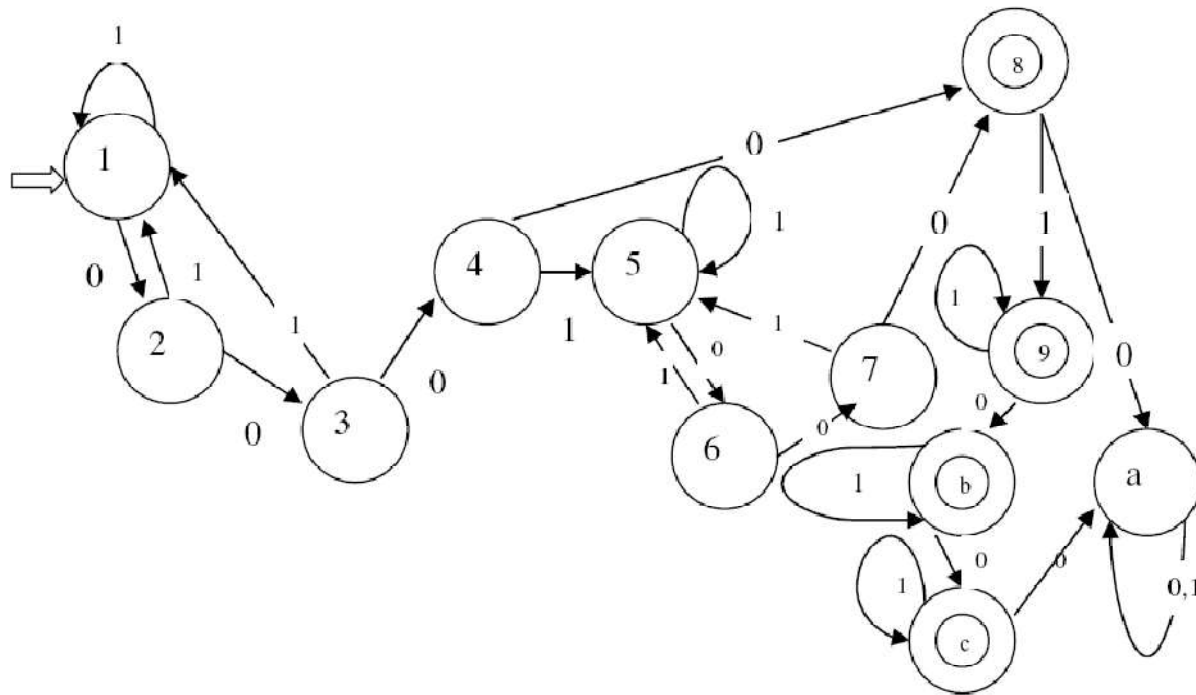
Άσκηση 1

Να κατασκευάσετε πεπερασμένα αυτόματα (όχι κατ' ανάγκη ντετερμινιστικά) για τις παρακάτω γλώσσες:

1. $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : \eta \ w \ \text{περιέχει ακριβώς δύο εμφανίσεις της συμβολοσειράς } 000\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : \eta \ w \ \text{έχει άρτιο αριθμό } 1 \ \text{και δεν τελειώνει σε } 000\}$

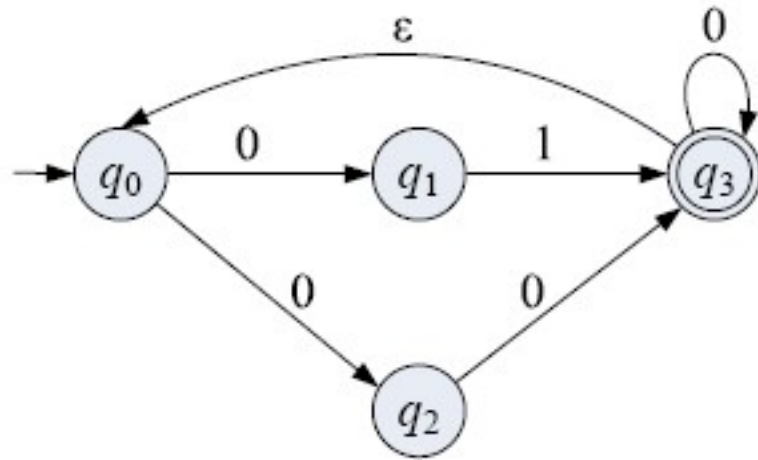
Να κατασκευάσετε πεπερασμένα αυτόματα (όχι κατ' ανάγκη ντετερμινιστικά) για τις παρακάτω γλώσσες:

1. $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{η } w \text{ περιέχει ακριβώς δύο εμφανίσεις της συμβολοσειράς } 000\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{η } w \text{ έχει άρτιο αριθμό 1 και δεν τελειώνει σε } 000\}$



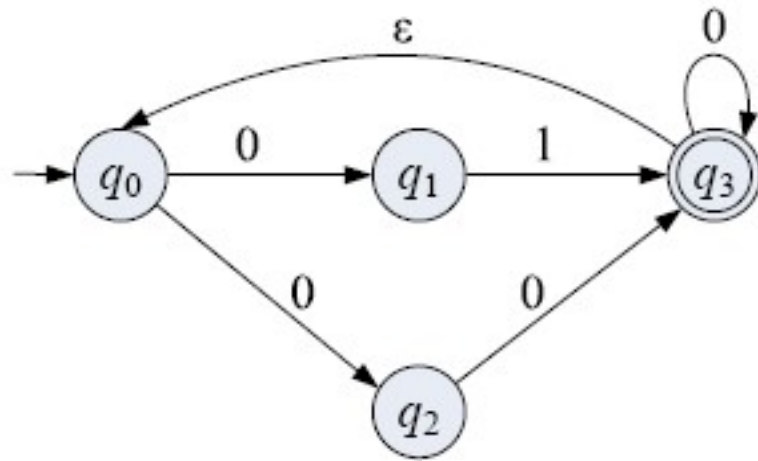
Άσκηση 2

Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



Άσκηση 2

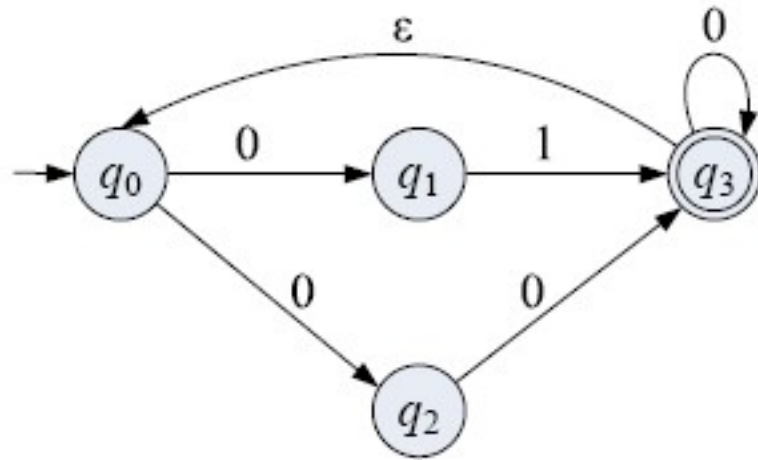
Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



q_0	0	q_1q_2
q_0	1	\emptyset
q_1q_2	0	q_3q_0
q_1q_2	1	q_3q_0
q_3q_0	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_3q_0	1	\emptyset
$q_0q_1q_2q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_2q_3$	1	q_0q_3

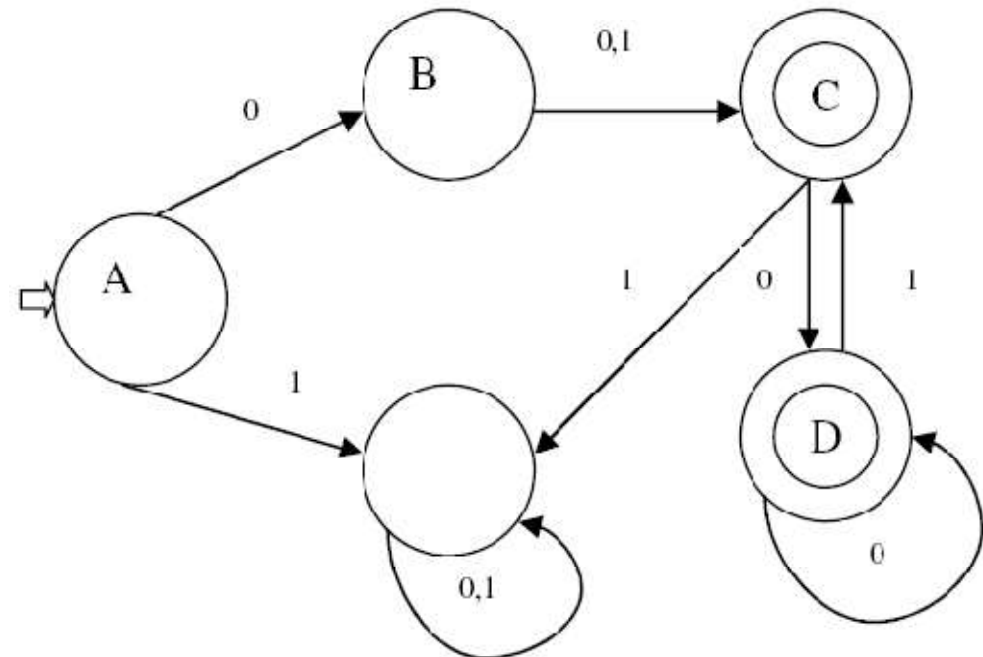
Άσκηση 2

Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



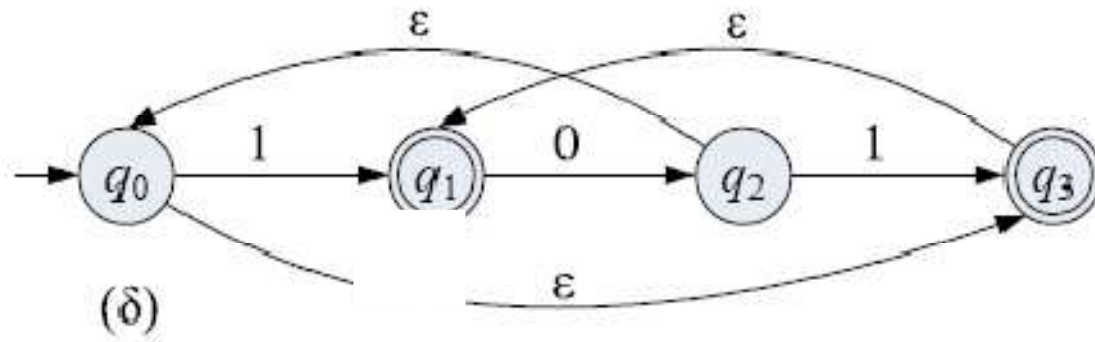
- A q_0
- B q_1q_2
- C q_0q_3
- D $q_0q_1q_2q_3$

q_0	0	q_1q_2
q_0	1	\emptyset
q_1q_2	0	q_3q_0
q_1q_2	1	q_3q_0
q_3q_0	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_3q_0	1	\emptyset
$q_0q_1q_2q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_2q_3$	1	q_0q_3



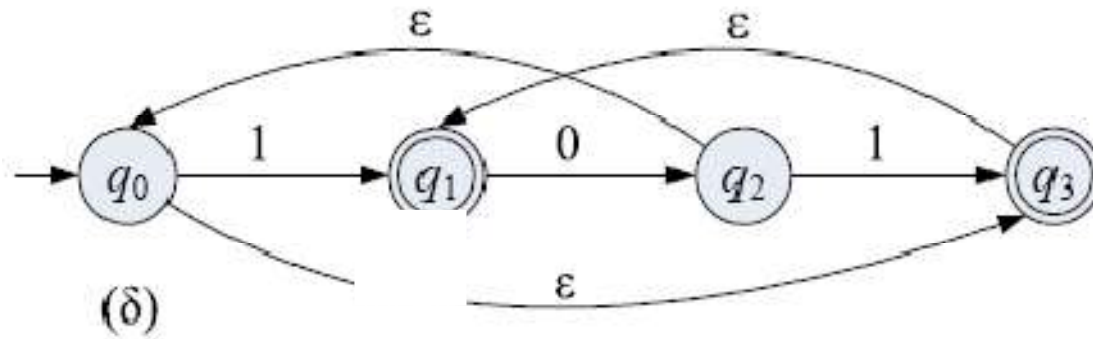
Άσκηση 3

Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



Άσκηση 3

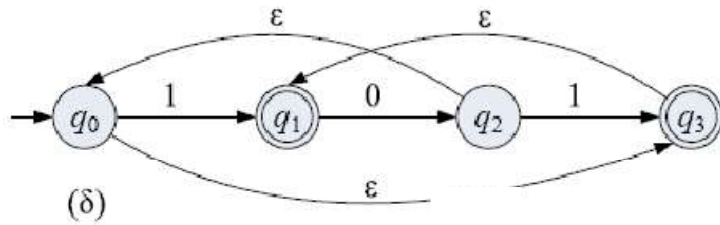
Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



$q_0q_1q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_3$	1	q_1
$q_0q_1q_2q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_2q_3$	1	q_1q_3
q_1	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_1	1	\emptyset
q_1q_3	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_1q_3	1	\emptyset

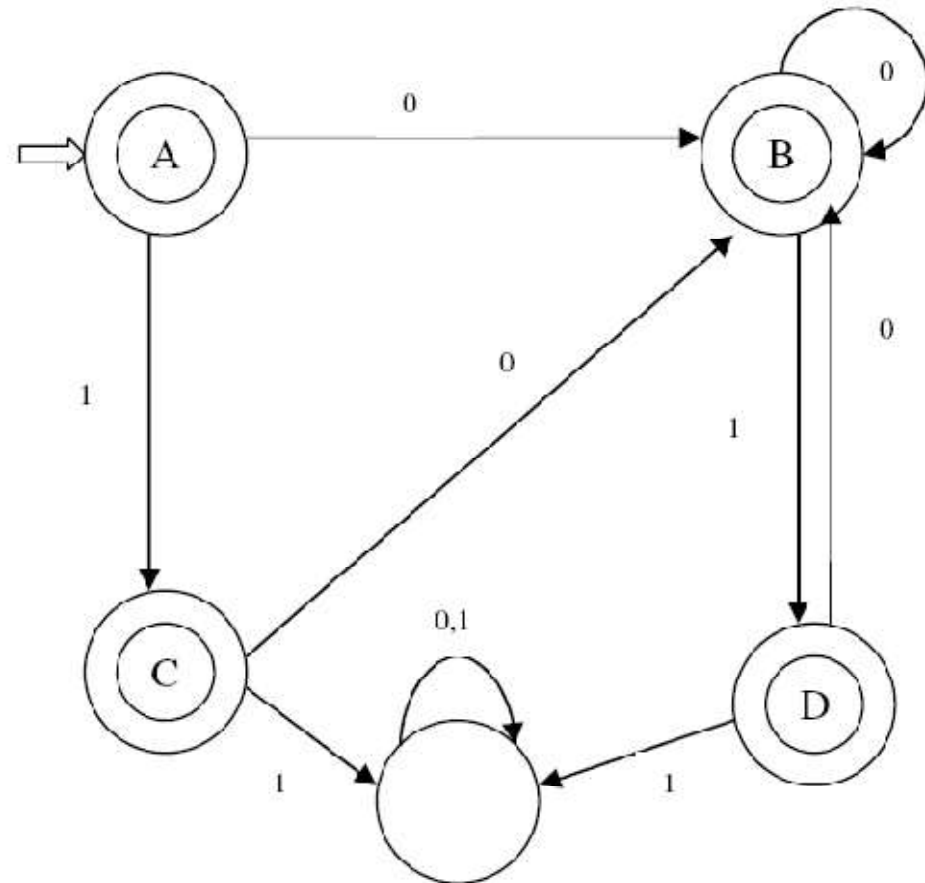
Άσκηση 3

Να μετατραπεί το μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο σε ντετερμινιστικό.



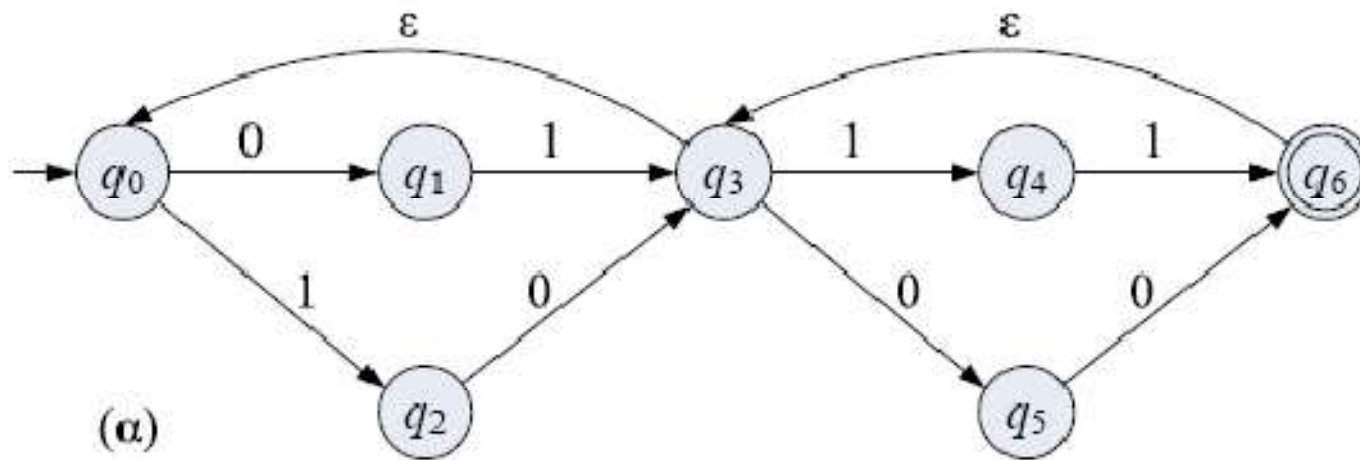
- A $q_0q_1q_3$
- B $q_0q_1q_2q_3$
- C q_1
- D q_1q_3

$q_0q_1q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_3$	1	q_1
$q_0q_1q_2q_3$	0	$q_0q_1q_2q_3$
$q_0q_1q_2q_3$	1	q_1q_3
q_1	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_1	1	\emptyset
q_1q_3	0	$q_0q_1q_2q_3$
q_1q_3	1	\emptyset



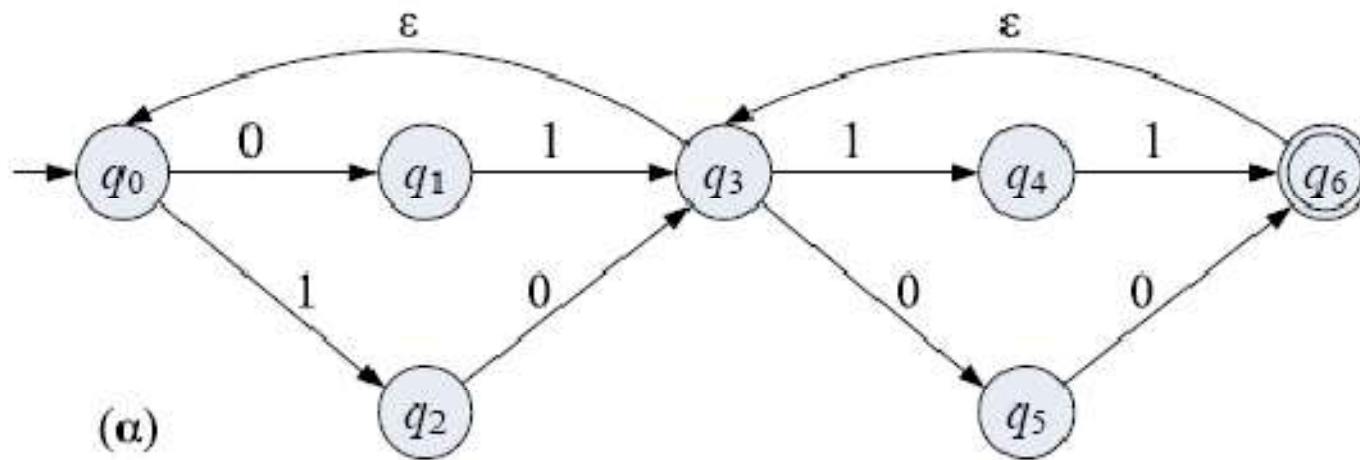
Άσκηση 4

Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



Άσκηση 4

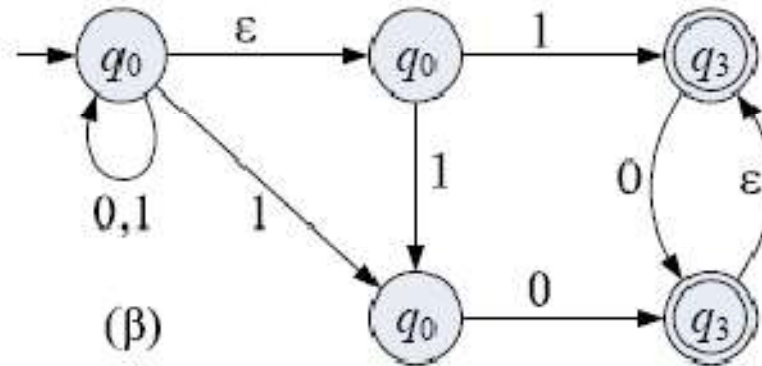
Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



$$((01 \cup 10)^+ (11 \cup 00)^+)^+$$

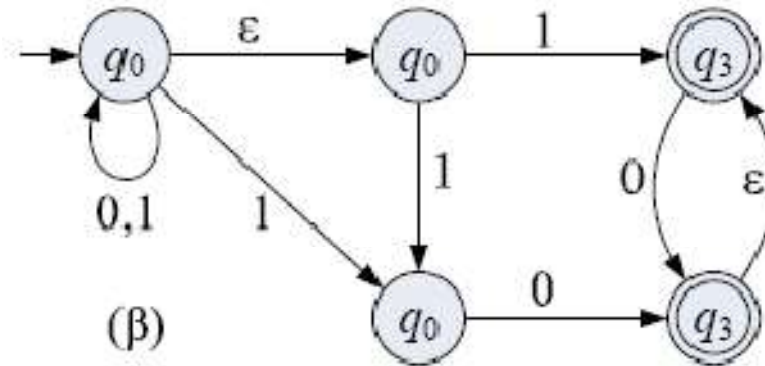
Άσκηση 5

Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



Άσκηση 5

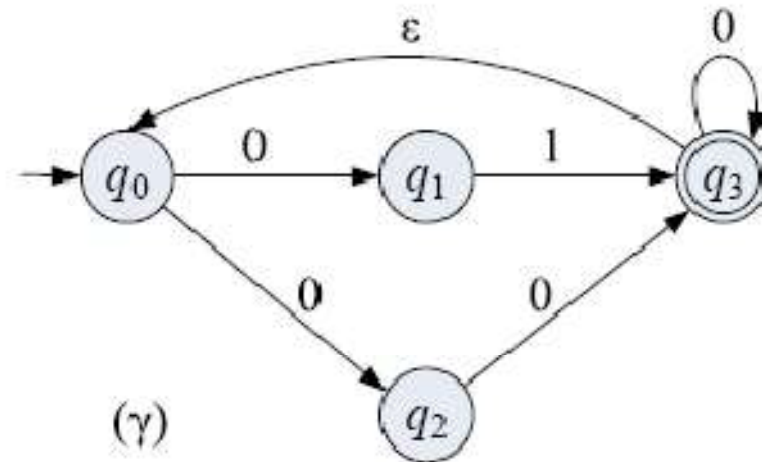
Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



$$(0 \cup 1)^* 10^*$$

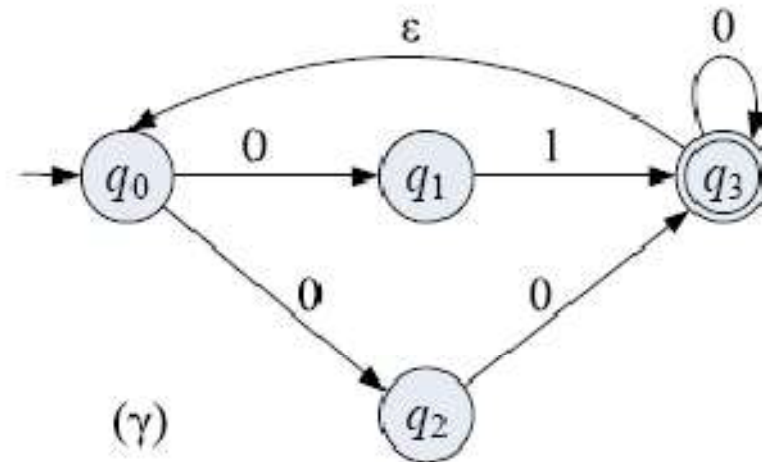
Άσκηση 6

Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



Άσκηση 6

Να γράψετε κανονική έκφραση για τη γλώσσα που αναγνωρίζεται από το πεπερασμένο αυτόματο



$$((01 \cup 00)0^*)^+$$

Άσκηση 7

Αποδείξτε ότι οι παρακάτω γλώσσες δεν είναι κανονικές χρησιμοποιώντας Pumping Lemma ή/και ιδιότητες κλειστότητας.

i. $L_2 = \{0^n 10^m 1 : n, m \in \mathbb{N} \text{ τέτοιοι ώστε } n = m \text{ ή } n + m \text{ περιττός}\}$

ii. $L_3 = \{0^n 10^m 1 : n, m \in \mathbb{N} \text{ τέτοιοι ώστε } n \neq m \text{ και } n + m \text{ άρτιος}\}$

i. $L_2 = \{0^n 10^m 1 : n, m \in \mathbb{N} \text{ τέτοιοι ώστε } n = m \text{ ή } n + m \text{ περιττός}\}$

Χρήση PL:

$\forall k$ επιλέγω $w = 0^k 10^k 1 \in L$ για κάθε xyz $x = 0^{l_1}$ και $y = 0^{l_2}$ με $l_1 + l_2 \leq k$
 $xy^3z = 0^{k+2l_2} 10^k 1 \notin L$

ii. $L_3 = \{0^n 10^m 1 : n, m \in \mathbb{N} \text{ τέτοιοι ώστε } n \neq m \text{ και } n + m \text{ άρτιος}\}$

Θα χρησιμοποιήσουμε ιδιότητες κλειστότητας κανονικών γλωσσών.

Οι κανονικές γλώσσες είναι κλειστές ως προς το συμπλήρωμα και την τομή.

Η τομή του συμπληρώματος της L_3 με την κανονική γλώσσα 0^+10^+1

είναι η γλώσσα $0^n 10^m 1$ όπου $n = m$ ή $n + m =$ περιττός δηλαδή η γλώσσα L_2 .

Όπως αποδείχθηκε η γλώσσα L_2 δεν είναι κανονική άρα και η $\overline{L_3}$ δεν είναι κανονική (εφόσον η τομή της με κανονική γλώσσα δίνει μη κανονική) και έτσι προκύπτει ότι η L_3 είναι μη κανονική.