

Άσκησης στο Θ. Stokes.

(1) Να υπολογίσετε τη ροή του $\text{rot } \vec{F}$ διαμέσου της επιφάνειας S , όπου $\vec{F} = (y, z, x)$ κ' S^* το μέρος του παραβολοειδούς $z = 1 - x^2 - y^2$ με $z > 0$.

(2) Με χρήση του Θ. Stokes να δείξετε ότι

$$\int_C (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz = 0,$$

όπου C η τομή του κυλίνδρου $x^2 + y^2 = 2y$ κ' του επιπέδου $y = z$.

(3) Με χρήση του Θ. Stokes, να δείξετε ότι

$$\int_C (y^2 + z^2) dx + (z^2 + x^2) dy + (x^2 + y^2) dz = 2\pi ab^2,$$

όπου C η τμήση του ημισφαιρίου

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2ax, \quad z \geq 0$$

της του κυλίνδρου

$$x^2 + y^2 = 2bx,$$

όπου $0 < b < a$.

Δίνεται ότι η C προσανατολίζεται αθνητικά ως προς το μέρος του κυλίνδρου που βρίσκεται μέσα στο ημισφαίριο.

(4) Να επαληθεύσετε το Θ. Stokes για το διαν. πεδίο

$$\vec{F} = (y, z, x) \text{ κ' το ημισφαίριο } x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0.$$


(5) Με χρήση του Θ. Stokes να υπολογίσετε τη ροή του $\text{rot } \vec{F}$

διαμέσου της επιφάνειας S , όπου

- $\vec{F} = (-y, x, z^2 + xy)$


- S^* το τμήμα της σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ που βρίσκεται μέσα στον κώνο $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(6) Να επαληθεύσετε το Θ. Stokes για το πεδίο \vec{F} κ' την

επιφάνεια S , όπου

• $\vec{F} = \frac{1}{2} (z^2, x^2, y^2)$

• $S^* : z = x^2 + y^2, \quad 1 \leq z \leq 4.$



(7) Με χρήση του Θ. Stokes να υπολογίσετε το επικαμπύλιο

ολοκλήρωμα $\int_C (yz dx + xz dy + xy dz)$, όπου C το τρίγωνο

οκλ, $O(0,0,0)$, $K(1,1,0)$, $\Lambda(1,1,1)$.

(8) Δίνεται το πεδίο $\vec{G} = (6y, 3z, 0)$.

(i) Να βρείτε πεδίο $\vec{F} = (P, Q, 0)$ με $\text{rot } \vec{F} = \vec{G}$.

(ii) Με χρήση του Θ. Stokes να υπολογίσετε τη ροή του \vec{G} διαμέσου της επιφάνειας $x^2 + y^2 = 1, 1 \leq z \leq 2$.

