

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Τομέας Μαθηματικών

Ασκήσεις στην Ανάλυση

Φύλλο 3. Σύγκλιση Σειρών

- Να γράψετε το γενικό όρο για τις ακόλουθες σειρές:
 - $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots$
 - $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$
 - $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$
- Να υπολογίσετε τα αθροίσματα της προηγούμενης άσκησης στην περίπτωση που συγκλίνουν.
- Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1000^n}$
- Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές με τη βοήθεια του κριτηρίου σύγκρισης
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n+\sqrt{n}}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin n)^2}{2^n}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(\ln n)}$
- Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω σειρές συγκλίνουν και ποιες αποκλίνουν
 - $\sum_{n=1}^{\infty} n! e^{-n}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{n!}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^n}{n^n}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{(n^n)^2}$
- Εξετάστε τις παρακάτω σειρές ως προς τη σύγκλιση
 - $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1+\sin n}{n} a_n$
 - $a_1 = \frac{1}{3}, a_{n+1} = \frac{3n-1}{2n+5} a_n$