

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Τομέας Μαθηματικών

Ασκήσεις στη Μαθηματική Ανάλυση

Φύλλο 1.

1. Να εξετάσετε αν είναι αριθμήσιμα τα σύνολα:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: x = 2n^2 + 1, \forall n \in \mathbb{N}\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}: x = \sqrt[3]{n + \pi}, \forall n \in \mathbb{N}\},$$

$$\Gamma = \left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\sqrt{y+\pi}}{y^2}, \forall y \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}\right\}.$$

2. Δίνονται οι ρητοί αριθμοί

2.4444, 2.4444... .

Να γραφούν ως λόγοι δύο ακεραίων.

3. Να εξετάσετε αν είναι αληθείς ή ψευδείς οι παρακάτω προτάσεις:

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}, \quad \mathbb{R} \cap \mathbb{N} \subset \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad \mathbb{R} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}, \quad \mathbb{R} = \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}.$$

4. Να εξετάσετε αν τα σύνολα

$$A_1 = \{x \in \mathbb{R}: |2x + 5| = 0\}, \quad A_2 = \{x \in \mathbb{Z}: |2x + 5| = 0\}$$

$$B_1 = \{x \in \mathbb{R}: (2x + 5) < 0\}, \quad B_2 = \{x \in \mathbb{Z}: (2x + 5) < 0\}$$

$$\Gamma_1 = \{x \in \mathbb{R}: |2x + 5| \geq 0\}, \quad \Gamma_2 = \{x \in \mathbb{N}: |2x + 5| \geq 0\}$$

είναι άνω ή κάτω φραγμένα και σε κάθε περίπτωση που υπάρχει άνω (ή κάτω) φράγμα, να γράψετε το σύνολο των άνω (κάτω) φραγμάτων.

5. Να εξετάσετε ποια από τα σύνολα της προηγούμενης άσκησης έχουν supremum ή infimum.

6. Να εξετάσετε ποια από τα σύνολα της άσκησης 4 έχουν μέγιστο ή ελάχιστο.