1. Δείξτε ότι οι παρακάτω αναδρομικά ορισμένες ακολουθίες συγκλίνουν και υπολογίστε τα αντίστοιχα όρια.
(α). $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 2}$, $n \in \mathbb{N}$. $x_1 = 0$.
(β). $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 2} - 1$, $n \in \mathbb{N}$. $x_1 = 0$.
2. Υπολογίστε τα όρια
(α). $\lim_{n\to\infty}(n3^n + n^2 7^n + 8^n)^{1/n}$.
(β). $\lim_{n\to\infty}(4n^3 - 2n^2 - n - 1)^{2/n}$.
(γ). $\lim_{n\to\infty} \frac{(3^n+5^n+n^2)^{1/n}}{(n+2^n)^{1/n}+7n}$.
(δ). $\lim_{n\to\infty} \frac{3^n+5^n+7^n}{3^n-5^n-7^n}$.
3. Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές.
(α). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+1}$.
(β). $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{n+1}$.
(γ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n}$.
(δ). $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+4} \frac{2^n}{3^{n+1}}$.
(ε). $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n-2}}$.
(στ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$.
(ζ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+4n-3}$.
(η). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin(n^3)|}{n^2}$.
(ϑ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\sin(n^2)}{3^n}$.
(ι). $\sum_{n=1}^{\infty}(n^{1/n} - 1)$.
4. Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές.
(α). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-\sqrt{n}}{n^2+n}$.
(β). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}$.
(γ). $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n-1}}$.
(δ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt{n}}{(n+1)^3-1}$.
(ε). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{2n^4+n+4}$.
(στ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^5+n^2-100}{n^7+n^4+n}$.
(ζ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2n^2+n}}{(1+7n^{11})^{1/4}}$.
(η). $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin 1/n$.
(ι). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{n+3}$.
(κ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^2}$.
5. Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές.
(α). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^{n+1}}$.
(β). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n}$.
(γ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.
(δ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$.
(ε). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$.
(στ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}}$.

(ζ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n^n}$.
(η). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.
(ι). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{e^{n^2}}$.
(κ). $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$.
(λ). $\sum_{n=1}^{\infty} (n^{1/n}-1)^n$.
(μ). $\sum_{n=1}^{\infty} (1+\frac{1}{n})^{-n^2}$.
(ν). $\sum_{n=1}^{\infty} \theta^{\sqrt{n}}$, $\theta \geq 0$.
6. Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές. Είναι η σύγκλιση απόλυτη ;
(α). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{2n+1}$.
(β). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+5}$.
(γ). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{ne^n+1}$.
(δ). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n+4)}{n+2}$.
(ε). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n)}{n^2}$.
(στ). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n^2}$.
7. Βρείτε για ποιά $\theta \in \mathbb{R}$ συγκλίνουν οι παρακάρω σειρές.
(α). $\sum_{n=1}^{\infty} n^p \theta^n$, όπου $p \geq 0$.
(β). $\sum_{n=1}^{\infty} \theta^n \frac{(2n)!}{n!}$.
(γ). $\sum_{n=1}^{\infty} \theta^n \frac{(2n)!}{(n!)^2}$.
(δ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^n}{(2n)!}$.
(ε). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^n}{n}$.
(στ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^n}{3n+5}$.
(ζ). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^{2n}}{n+1}$.
(η). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2\theta+1)^{3n}}{5n+7}$.