

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι**  
**ΕΝΟΤΗΤΑ 1 ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ –**  
**ΤΑΧΥΤΗΤΑ –ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ – ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΡΟΧΙΑΣ**

1. Εάν  $\mathbf{r} = \mathbf{a} \cos \omega t + \mathbf{b} \sin \omega t$ , όπου  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\omega$  είναι σταθερές ποσότητες, να ελέγξετε αν ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:
  - α)  $\mathbf{r} \times d\mathbf{r}/dt = 2 \omega \mathbf{a} \times \mathbf{b}$
  - β)  $d^2\mathbf{r}/dt^2 + \omega^2\mathbf{r} = 0$Ομοίως, εάν ισχύει ότι  $d\mathbf{a}/dt = \omega \times \mathbf{a}$  και  $d\mathbf{b}/dt = \omega \times \mathbf{b}$ , να ελέγξετε εάν ισχύει η σχέση:
  - γ)  $d/dt (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \omega \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$
  
2. Να υπολογίσετε τη γωνία με την οποία τέμνονται δύο εσωτερικές διαγώνιες ενός κύβου (δηλαδή αυτές που συνδέουν δύο κορυφές του και περνούν μέσα από το εσωτερικό του κύβου)
  
3. Το διάνυσμα θέσης ενός κινούμενου σωματιδίου είναι  $\mathbf{r} = bt \hat{x} - ct^2 \hat{y}$ , όπου  $t$  είναι ο χρόνος και  $b, c$  θετικές σταθερές. Να βρεθούν:
  - α) Η εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου.
  - β) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση, καθώς και τα μέτρα τους.
  - γ) Η γωνία μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης σε συνάρτηση του χρόνου.
  - δ) Η ολική απόσταση που διανύει το σωματίδιο μεταξύ  $t=0$  και  $t=b/2c$ .\*\*\* Δίνεται ότι:  $\int_0^1 \sqrt{1+z^2} dz = \sqrt{2} + \ln(1+\sqrt{2})$
  
4. Οι ακμές ενός παραλληλεπιπέδου που ξεκινούν από την αρχή των συντεταγμένων περιγράφονται από τα διανύσματα  $\hat{x} + \hat{y}$ ,  $4\hat{y}$  και  $\hat{y} + 3\hat{z}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του παραλληλεπιπέδου. Ποιες είναι οι γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ των διανυσμάτων αυτών;
  
5. Σωματίδιο κινείται επιβραδυνόμενο σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $R$ , έτσι ώστε κάθε στιγμή η επικαμπύλια και η κεντρομόλος επιτάχυνση να έχουν το ίδιο μέτρο. Για  $t=0$  sec η ταχύτητά του είναι  $v_0$ . Να υπολογισθεί:
  - α) Η ταχύτητα του σωματιδίου σε συνάρτηση του χρόνου και σε συνάρτηση του διαστήματος που διήνυσε και
  - β) Η ολική επιτάχυνση του σωματιδίου σε συνάρτηση του χρόνου και σε συνάρτηση του διαστήματος που διήνυσε.