Εισαγωγή στα ΣΗΕ

Δημέας Άρης Διάλεξη #3

09/10/2024

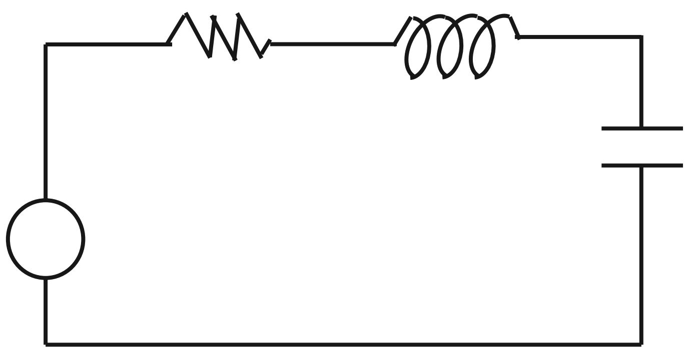
Βασισμένο στο βιβλίο

Εισαγωγή στα ΣΗΕ (Βουρνά και Κονταξή)

Περιεχόμενα

- Ασκήσεις στο Κεφάλαιο 2-Τριφασικά συστήματα

Παράδειγμα 2.3.4



- Να υπολογιστεί η καταναλισκόμενη ισχύς συνολικά, και σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος
- Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:
- Z=3+j8-j4=3+4j=5Ω$\angle 53.1^{o}$
- Το ρεύμα δίδεται από την σχέση
- $\hat{I} = \frac{\hat{V}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{100\text{V}\angle 0^{o}}{5\Omega\angle 53.1^{o}}$=20A$\angle -53.1^{o}$
- Η μιγαδική ισχύς που απορροφάται είναι
- **S**= $\hat{V}\hat{I}^{*}$= $100\text{V}\angle 0^{o}$* 20A$\angle 53.1^{o}$= 2000VA$\angle 53.1^{o}$ = 1200W+j1600Var

Παράδειγμα 2.3.4

- Η μιγαδική ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση R είναι:

$$\boldsymbol{S}_R = \widehat{V_R}\hat{I}^* = R\hat{I}\mathrm{I} = \mathrm{R}I^2 = 1200W + j0$$

- Η μιγαδική ισχύς που καταναλώνει το πηνίο είναι:

$$\boldsymbol{S}_L = \widehat{V_L}\hat{I}^* = jX_L\hat{I}\hat{I}^* = jX_L I^2 = \text{j3200Var}$$

- Η μιγαδική ισχύς που καταναλώνει ο πυκνωτής είναι:

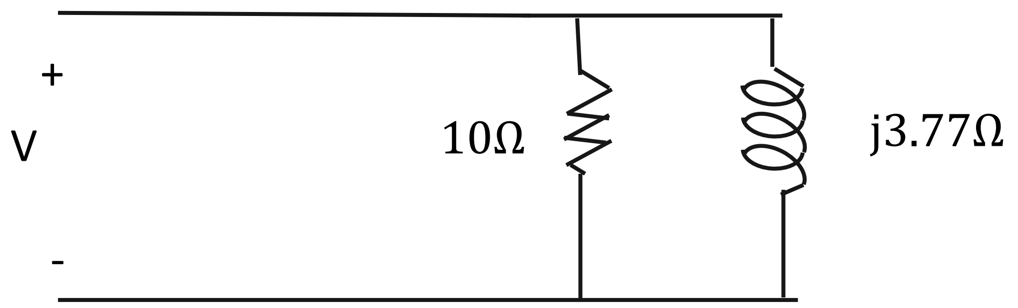
$$\boldsymbol{S}_C = \widehat{V_C}\hat{I}^* = jX_C\hat{I}\hat{I}^* = jX_C I^2 = \text{-j1600Var}$$

- Προφανώς

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{S}_R + \boldsymbol{S}_L + \boldsymbol{S}_C$$

Στιγμιαία πραγματική και άεργος ισχύς

- Μία τάση 141.4cosωt εφαρμόζεται σε ένα ωμικό φορτίο 10Ω και σε μία αυτεπαγωγή $X_L = \omega L = 3.77\Omega$. Να υπολογιστεί η στιγμιαία ισχύς που απορροφά η αντίσταση και η αυτεπαγωγή. Επίσης να υπολογιστεί η ενεργός και άεργος ισχύς καθώς και ο ΣΙ.



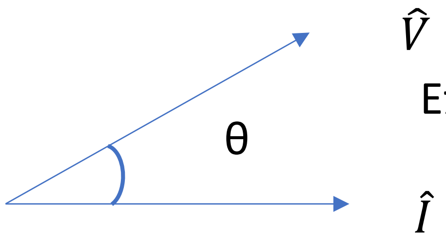
Επίλυση

- Η τάση που εφαρμόζουμε είναι $\mathrm{V} = \frac{141.4}{\sqrt{2}}$ =$100\angle 0^{o}$
- Το ρεύμα στην αντίσταση $\mathrm{I_R} = \frac{V}{R} = \frac{100}{10}\angle 0^{o}$
- Το ρεύμα στην αυτεπαγωγή είναι $\mathrm{I_L} = \frac{V}{j\mathrm{X_L}} = \frac{100}{j3.77}\angle 0^{o}$ =$26.53\angle -90^{o}$
- Το συνολικό ρεύμα είναι I= $\mathrm{I_R}$+ $\mathrm{I_L}$= $\frac{100}{10}\angle 0^{o}$+ $26.53\angle -90^{o}$=$28.35\angle -69.34^{o}$
- Η στιγμιαία ισχύς που απορροφά η αντίσταση είναι $\mathrm{p_R} = (100)10(1 + \cos(2\omega t) = 1000\cos(2\omega t)$W
- Η στιγμιαία ισχύς που απορροφά η αυτεπαγωγή είναι $\mathrm{p_L} = (100)26.53\sin(\omega t) = 2653\sin(\omega t)$W

$p(t) = vi = 2VIcos(\omega t)cos(\omega t + \theta) = VIcos\theta$+ $VIcos(2\omega t + \theta) =$
$VIcos\theta(1 + cos2\omega t)$- $VIsin\theta\ sin2\omega t$ =P $(1 + cos2\omega t)$- Q $sin2\omega t$

Επίλυση

- Η ενεργός ισχύς είναι P=VIcosθ=
- Εναλλακτικά P= $\frac{V^2}{R}$ =$\frac{100^2}{10}$ $= 1000W$
- Αντίστοιχα η άεργος ισχύς Q=VIsinθ=
- Εναλλακτικά P= $\frac{V^2}{\mathrm{X_L}}$ =2653VAr



Επαγωγικός

$\mathrm{V} = 100\angle 0^o$

I= $28.35\angle -69.34^o$

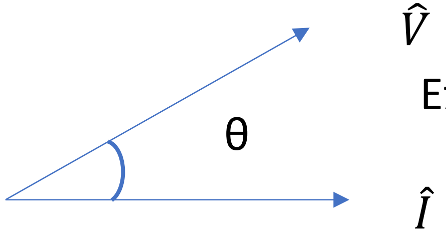
$\hat{I} = I \angle 0^o$ $\hat{\mathrm{V}} = \mathrm{V} \angle \theta$

P=Re{**S**}=VIcosθ (2.27)

Q=Im{**S**}=VIsinθ (2.28)

Επίλυση

- Η ενεργός ισχύς είναι P=VIcosθ=100*28.53cos(-(-69.34^{o})=1000W
- Εναλλακτικά P= $\frac{V^2}{R}$ =$\frac{100^2}{10}$ $= 1000W$
- Αντίστοιχα η άεργος ισχύς Q=VIsinθ=100*28.53sin(-(-69.34^{o})=2653VAr
- Εναλλακτικά P= $\frac{V^2}{\mathrm{X_L}}$ =2653VAr



Επαγωγικός

$\hat{I} = I \angle 0^{o}$ $\widehat{\mathrm{V}} = \mathrm{V} \angle \theta$

P=Re{**S**}=VIcosθ (2.27)

Q=Im{**S**}=VIsinθ (2.28)

Ανάλυση ανά φάση (βιβλίο)

- Μια συμμετρική τριφασική πηγή σταθερής τάσης 2400 V τροφοδοτεί μέσω τριφασικής γραμμής με σύνθετη αντίσταση $\mathbf{Z}_{\alpha}$ =0.5+j3Ω ανά φάση φορτίο αποτελούμενο από τρεις ίσες σύνθετες αντιστάσεις $\mathbf{Z}_{\Delta}$=24+j12 Ω συνδεδεμένες κατά τρίγωνο. Να υπολογιστούν:

    α) Η πολική τάση στο φορτίο

    β) Η ενεργός και άεργος ισχύς που καταναλώνει το φορτίο.

    γ) Η ισχύς που παράγει η πηγή και ο συντελεστής ισχύος.

    δ) Οι απώλειες στη γραμμή μεταφοράς ως ποσοστό της ενεργού ισχύος του φορτίου.

Μετατροπή φορτίου από αστέρα σε τρίγωνο

- Εφόσον το σύστημα είναι συμμετρικό, θα προσπαθήσουμε να φτιάξουμε το ισοδύναμο μονοφασικό

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_{12}\mathbf{Z}_{31}}{\mathbf{Z}_{12} + \mathbf{Z}_{23} + \mathbf{Z}_{31}}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_{23}\mathbf{Z}_{12}}{\mathbf{Z}_{12} + \mathbf{Z}_{23} + \mathbf{Z}_{31}} \qquad (2.66)$$

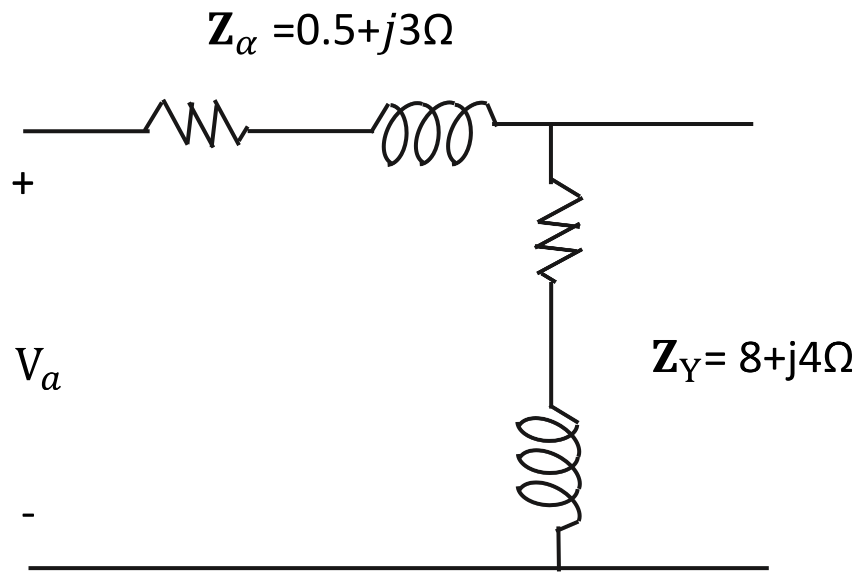
$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_{31}\mathbf{Z}_{23}}{\mathbf{Z}_{12} + \mathbf{Z}_{23} + \mathbf{Z}_{31}}$$

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} \qquad (2.67)$$

Μετατροπή φορτίου από αστέρα σε τρίγωνο

- Οπότε από την 2.67 έχουμε
- $\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}} = \frac{\mathbf{Z}_{\Delta}}{3} = \frac{24+j12\ \Omega}{3}$=8+j4Ω

Σχεδιασμός μονοφασικού κυκλώματος



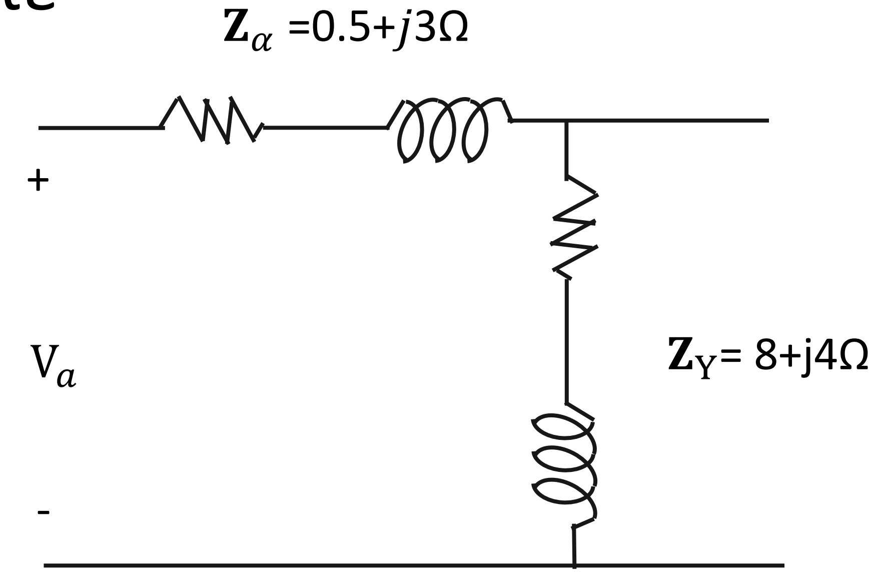
α) Η πολική τάση στο φορτίο

- Θα βασιστούμε στη σχέση $\hat{V}_\pi = \sqrt{3}\hat{V}_\varphi \angle +30^o$
- Η φασική τάση α είναι

$$V_\alpha = \frac{2400}{\sqrt{3}} = 1385.6\text{V}$$

- Αν την ορίσουμε σαν διάνυσμα αναφοράς τότε

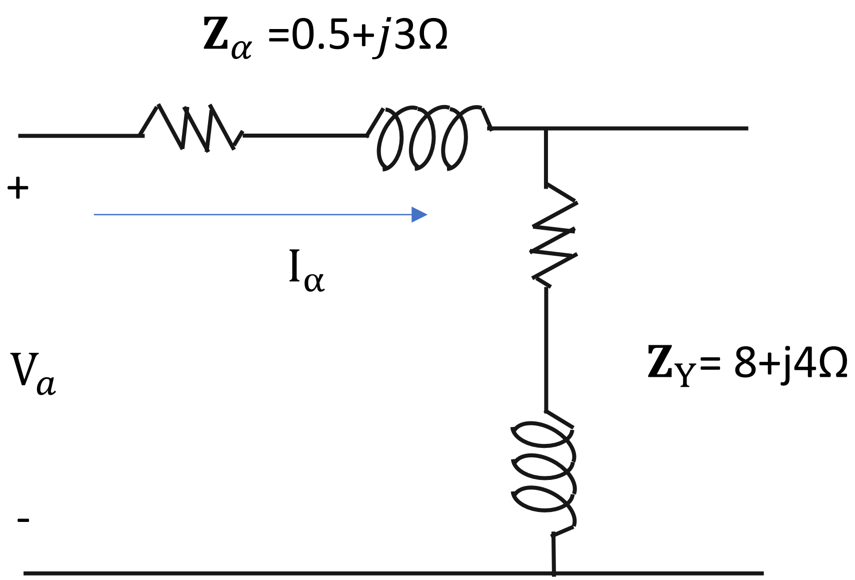
$$\hat{V}_\alpha = V_\alpha \angle 0^o$$



α) Η πολική τάση στο φορτίο

- Για το ρεύμα της γραμμής έχουμε
- $\hat{\mathrm{I}}_{\alpha} = \frac{\hat{V}_{\alpha}}{\mathbf{Z}_{\alpha}+\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}} = 124.8\text{A}\angle -39.5^{o}$
- Άρα η φασική τάσης στο φορτίο θα είναι
- $\hat{V}_{\mathrm{L}\alpha} = \mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}\,\hat{\mathrm{I}}_{\alpha}$=1125.5V$\angle -19.5^{o}$

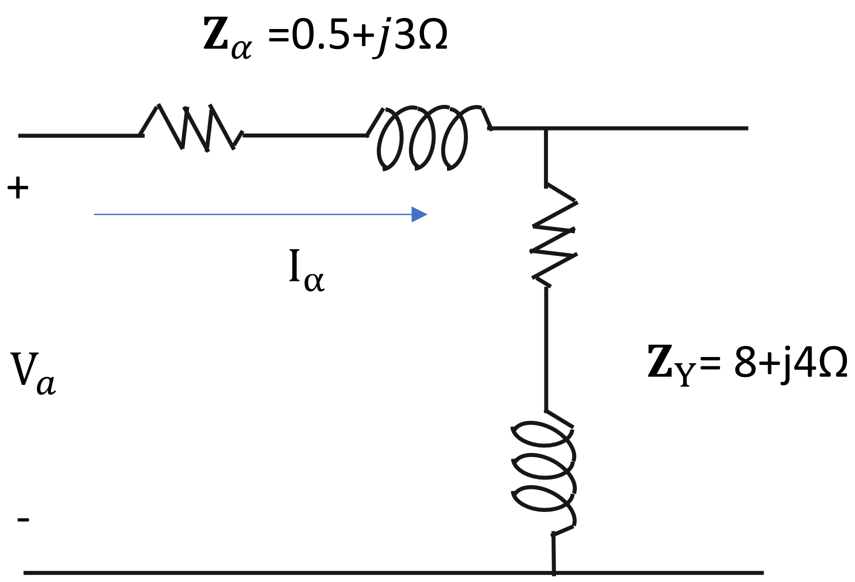
- Θα μπορούμε να φτάσουμε στην ίδια λύση θεωρώντας καταμερισμό τάσης
- $\hat{V}_{\mathrm{L}\alpha} = \frac{\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}}{\mathbf{Z}_{\alpha}+\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}}\,\hat{V}_{\alpha}$
- Συνεπώς η πολική τάση πάνω στο φορτίο
- V_{L}= $\sqrt{3}$ 1125.5V=1949.3V



β) Η ενεργός και άεργος ισχύς που καταναλώνει το φορτίο

- Για την μιγαδική ισχύ έχουμε **S**= $3\widehat{\mathrm{V}}_{\varphi}\widehat{I_L}^*$ οπότε
- $\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}$ = $3\hat{V}_{\mathrm{L}\alpha}\widehat{I_a}^*$=424.8kVA$\angle -26.6^o = 379.8kW + j190.2kVAr$

- Εναλλακτικά:
- $\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{V}_L^2}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{Y}}^*} = \frac{1949.3^2}{8-j4} = 379.8kW + j190.2kVAr$



γ) Η ισχύς που παράγει η πηγή και ο συντελεστής ισχύος.

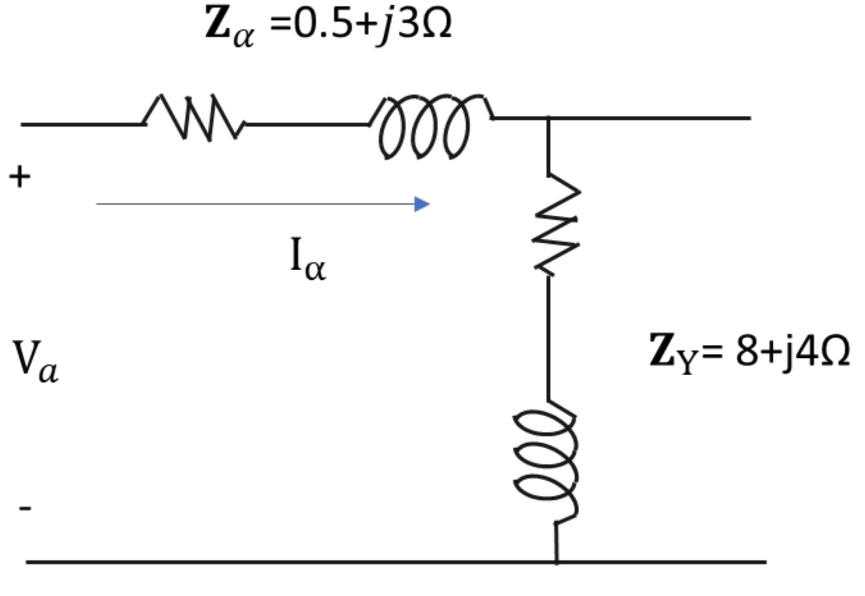
- Η μιγαδική ισχύς που παρέχει η πηγή είναι
- **S**= $3\widehat{\mathrm{V}}_{\alpha}\widehat{I_{\alpha}}^{*}$=522.9kVA$\angle 39.5^{o}$=403.5kW+j332.6kVAr

γ) Η ισχύς που παράγει η πηγή και ο συντελεστής ισχύος.

- Η μιγαδική ισχύς που παρέχει η πηγή είναι
- **S**= $3\widehat{\mathrm{V}}_{\alpha}\widehat{I_{\alpha}}^{*}$=522.9kVA$\angle 39.5^{o}$=403.5kW+j332.6kVAr
- Ο συντελεστής ισχύος είναι ΣΙ =cos (39.5^{o})=0.77 επαγωγικός

δ) Οι απώλειες στη γραμμή μεταφοράς ως ποσοστό της ενεργού ισχύος του φορτίου

- Υπολογισμός απωλειών
- A) $P_{\text{ΑΠ}} = P_{\text{πηγής}}$- $P_{φορτιου}$ = 403.5kW- $379.8kW$= $23.7kW$
- B) $P_{\text{ΑΠ}} = \ 3\mathrm{R}_{\alpha} I_{a}^{2} = 3 * 0.5 * 125.8^{2} = 23738W = 23.7kW$
- Ως ποσοστό της ενεργού ισχύος του φορτίου:
- $P_{\text{ΑΠ\%}} = \frac{23.7kW}{379.8kW}$=6.25%



Διόρθωση συντελεστή ισχύος

- Στο προηγούμενο παράδειγμα προσθέτουμε παράλληλα με το φορτίο μια συστοιχία τριών ίδιων πυκνωτών συνδεδεμένων κατ’αστέρα με σκοπό να βελτιώσουμε το συντελεστή ισχύος του φορτίου και να τον κάνουμε ίσο με τη μονάδα.

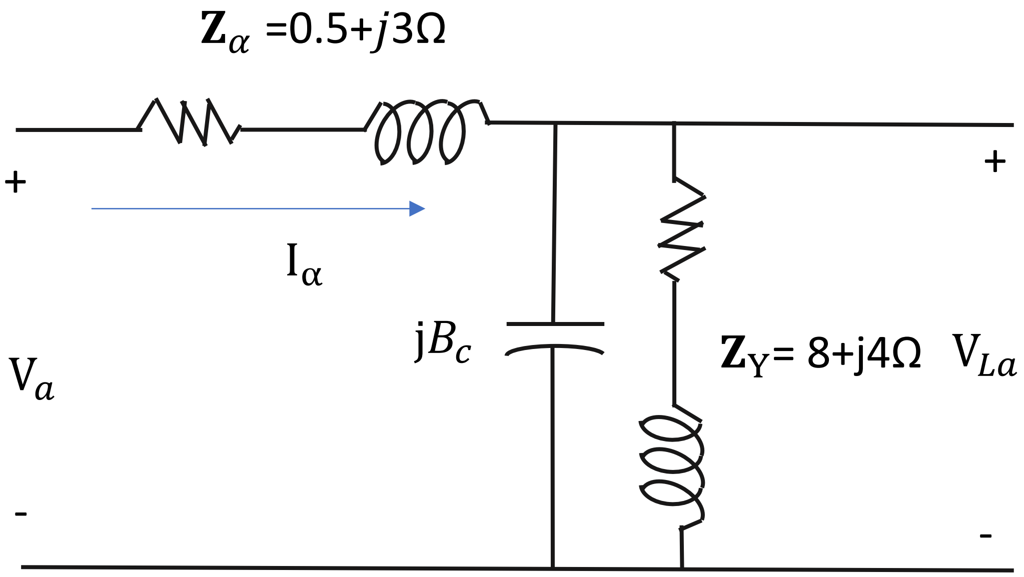
α) Η χωρητική αγωγιμότητα B_C του κάθε πυκνωτή.

β) Η τάση του φορτίου και η ισχύς που αυτό καταναλώνει.

γ) Η άεργος ισχύς που παράγει η συστοιχία των πυκνωτών.

δ) Οι απώλειες της γραμμής ως ποσοστό της ενεργού ισχύος του φορτίου.

Κύκλωμα φάσης α



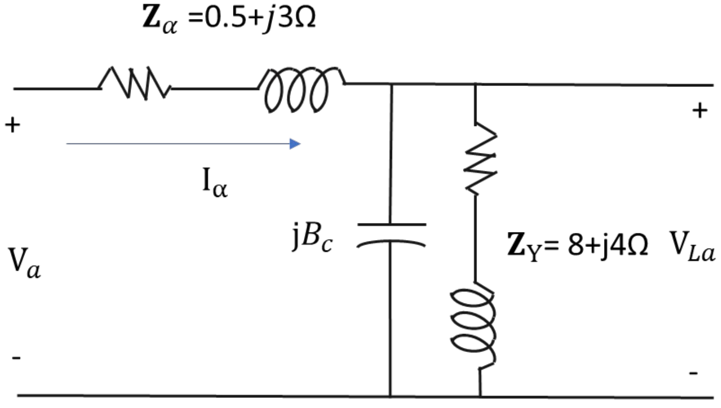
Η χωρητική αγωγιμότητα B_C του κάθε πυκνωτή.

- Η συνολική σύνθετη αγωγιμότητα που βλέπει η α φάση είναι

$$\mathrm{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}} + \mathrm{j}B_c = \frac{R_Y - j\mathrm{X}_Y}{R_Y^2 + X_Y^2} + \mathrm{j}B_c \Rightarrow$$

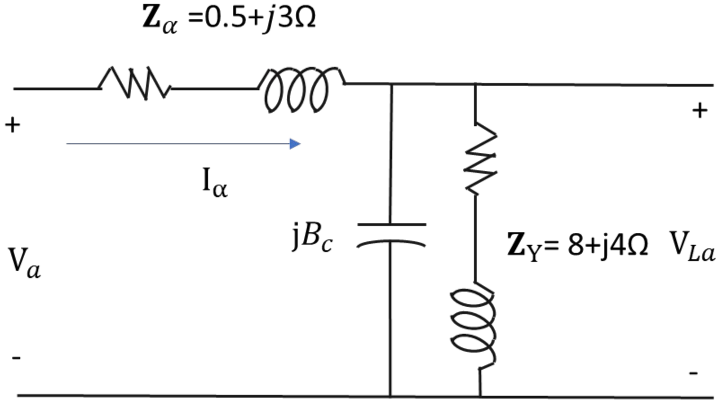
$$\frac{-j\mathrm{X}_Y}{R_Y^2 + X_Y^2} + \mathrm{j}B_c = 0$$

$$B_c = \frac{\mathrm{X}_Y}{R_Y^2 + X_Y^2} = \frac{4}{80} = 0.05\ \Omega^{-1}$$



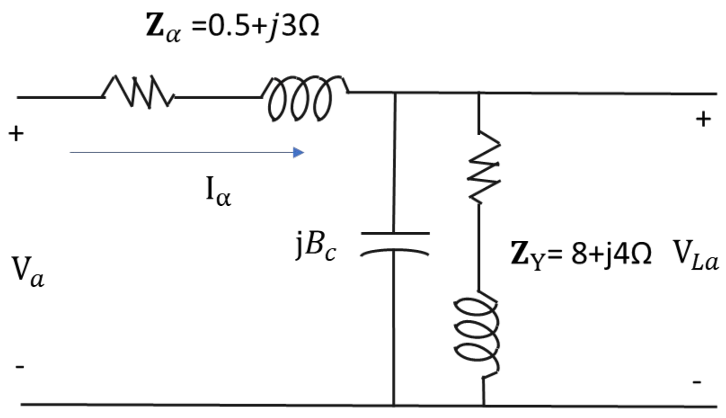
β) Η τάση του φορτίου και η ισχύς που αυτό καταναλώνει.

- Μετά τη διόρθωση του ΣΙ έχουμε
- $\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}_\mathrm{Y}} + \mathrm{j}B_c = \frac{R_Y - j\mathrm{X}_Y}{R_Y^2+X_Y^2} + \mathrm{j}\frac{\mathrm{X}_Y}{R_Y^2+X_Y^2}_C = \frac{R_Y}{R_Y^2+X_Y^2} = \frac{8}{80} = 0.1\Omega^{-1}$
- Οπότε η σύνθετη αντίσταση που βλέπει η πηγή
- $\mathbf{Z}_\mathrm{o} = \frac{1}{0.1} + (0.5+j3\Omega) = 10.5+\mathrm{j}3\Omega$
- Οπότε η φασική τάση είναι
- $\hat{V}_{\mathrm{L}\alpha} = \frac{\mathbf{Z}_\mathrm{Y}}{\mathbf{Z}_\alpha+\mathbf{Z}_\mathrm{Y}}\hat{V}_\alpha = \frac{10}{10.5+j3} = 1268.6\mathrm{V}\angle -15.95^o$
- Οπότε η πολική τάση
- $\mathrm{V}_\mathrm{L} = \sqrt{3}$ *1268.6V=2197.7V



β) Η τάση του φορτίου και η ισχύς που αυτό καταναλώνει.

- Για την ισχύ του φορτίου έχουμε
- $\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{V}_L^2}{\boldsymbol{Z}_Y^*} = \frac{2197.7^2}{8-j4} = 540\mathrm{kVA}/26.6^o = 483kW + j241.5kVAr$
- Η διόρθωση του συνημιτόνου αυξάνει την τάση όσο και την ισχύ που απορροφά (αφού εξαρτάται από την τάση)



$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{V}_L^2}{\boldsymbol{Z}_Y^*} = \frac{1949.3^2}{8-j4} = 379.8kW + j190.2kVAr$$

γ) Η άεργος ισχύς που παράγει η συστοιχία των πυκνωτών

- Για τριφασική ισχύ που καταναλώνουν οι πυκνωτές είναι
- $\boldsymbol{S}_{\mathrm{c}} = \mathrm{V}_L^2 \boldsymbol{Y}_c^* = (-\mathrm{j}B_c)\,\mathrm{V}_L^2$=> $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{c}} = 241.5kVAr$
- Προφανώς είναι ίση με τα άεργα το φορτίου προκείμενου να έχουμε ΣΙ=1

δ)Οι απώλειες της γραμμής ως ποσοστό της ενεργού ισχύος του φορτίου

- Το ρεύμα της γραμμής προκύπτει από την συνολική ισχύ που αποδίδεται από την γραμμή και την αντίστοιχη φασική τάση
- $\hat{I}_{\alpha} = \left(\frac{S_L + S_C}{3\hat{V}_{La}}\right)^* = \frac{483*10^3}{3*1268.6V\angle 15.95^o} = 126.9A\angle -15.95^o$
- Άρα οι απώλειες είναι
- $P_{\text{ΑΠ}} = 3\text{R}_{\alpha} I_a^2 = 3 * 0.5 * 126.9^2 = 24155W = 24.1kW$
- $P_{\text{ΑΠ}\%} = \frac{24.1kW}{483*10^3}$=5.0%
- Το ποσοστό των απωλειών μειώνεται με τη βελτίωση του συνημιτόνου

$P_{\text{ΑΠ}\%} = \frac{23.7kW}{379.8kW}$=6.25%

Χρήσιμες Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

- $\cos(a+b) = cosa \cdot cosb - sina \cdot sinb$
- $\sin(a+b) = sina \cdot cosb - sinb \cdot cosa$
- $cosa \cdot cosb = \frac{\cos(a-b)+\cos(a+b)}{2}$
- $cosa - cosb = 2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$

Μερικές χρήσιμες τριγωνομετρικές τιμές

Μοίρες	Rad	cos	sin
30	$\frac{\pi}{6}$	$\sqrt{3}/2$	0.5
45	$\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
60	$\frac{\pi}{3}$	0.5	$\sqrt{3}/2$
90	$\frac{\pi}{2}$	0	1
120	$\frac{2\pi}{3}$	-0.5	$\sqrt{3}/2$
150	$\frac{5\pi}{6}$	$-\sqrt{3}/2$	0.5
180	π	-1	0