ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II
Τμήμα Α-Λ

4. Οριακό φορτίου θεμελίου

μέχρι τώρα υπολογίζουμε **καθιζήσεις θεμελίων**… όχι αστοχία τους

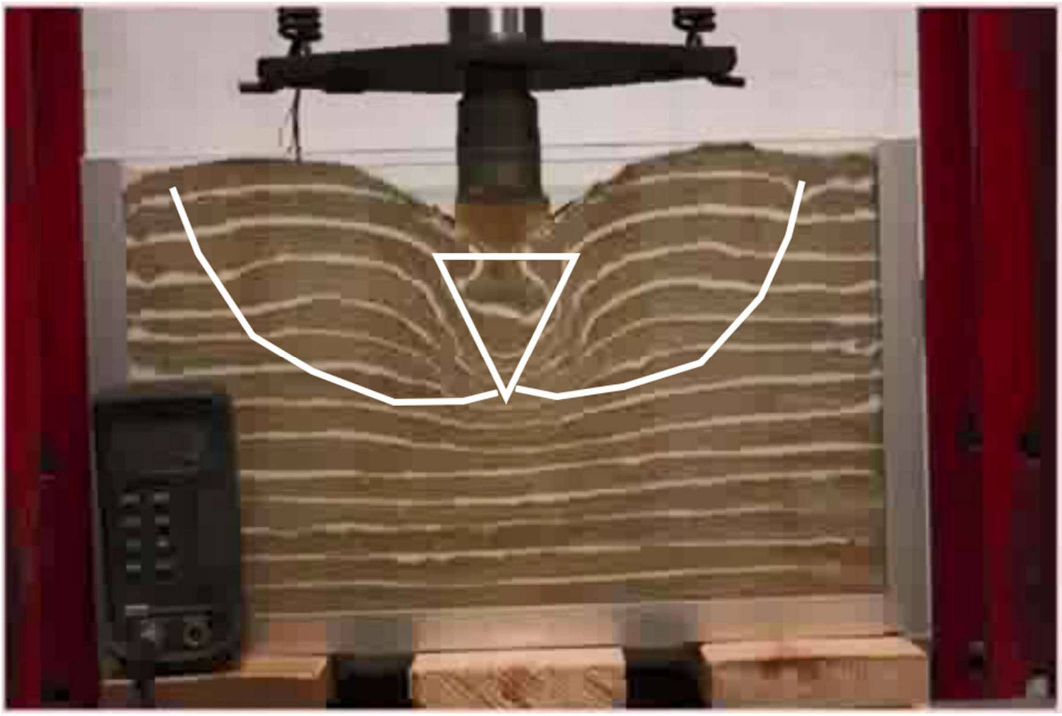
Μεγάλες καθιζήσεις…

… έως την αστοχία!

Τι συμβαίνει στο έδαφος κάτω από ένα θεμέλιο;

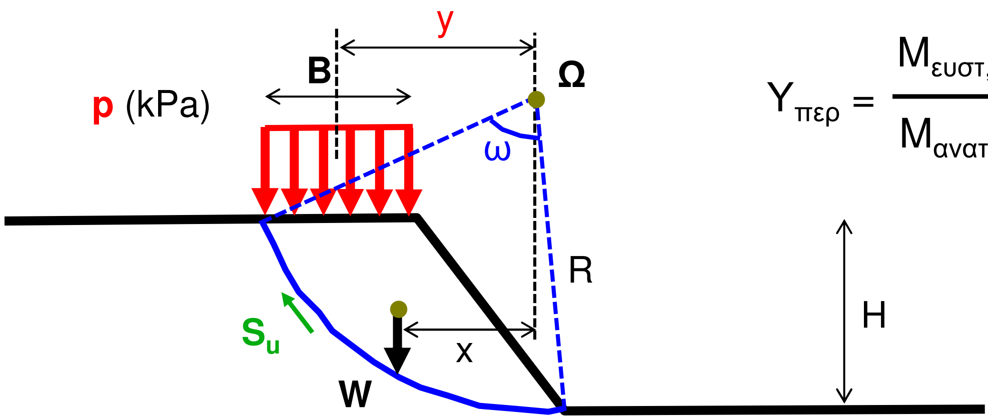
Με την αύξηση του φορτίου… αυξάνει η καθίζηση

Επηρεάζεται το έδαφος μέχρι κάποιο βάθος & μέχρι κάποια απόσταση



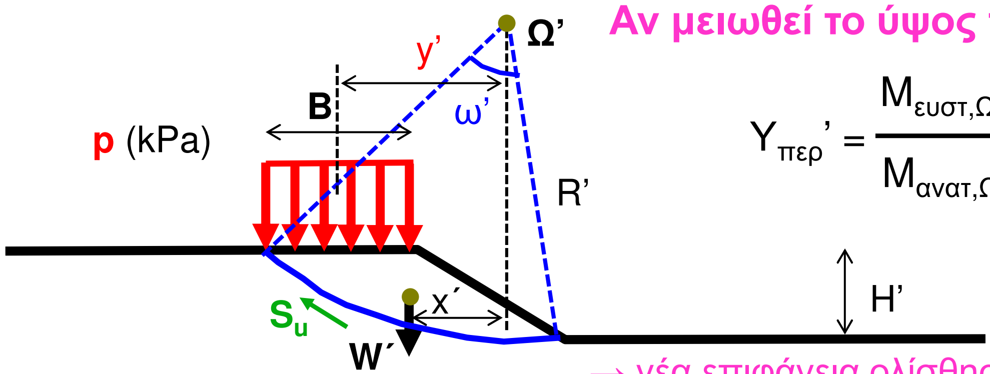
Έστω φορτισμένο πρανές ύψους Η…

κορεσμένης ομοιογενούς αργίλου σε αστράγγιστες συνθήκες, με αντοχή $\mathbf{S_u}$
με λωριδωτό φορτίο **p**, πλάτους **B**, στην άκρη του



$$Y_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{M_{\varepsilon\upsilon\sigma\tau,\Omega}}{M_{\alpha\nu\alpha\tau,\Omega}} = \frac{R\ \mathbf{S_u}\ (\omega R)}{\mathbf{W}x + \mathbf{pB}y}$$

Αν μειωθεί το ύψος πρανούς σε Η’ < Η



$$Y_{\pi\varepsilon\rho}' = \frac{M_{\varepsilon\upsilon\sigma\tau,\Omega}}{M_{\alpha\nu\alpha\tau,\Omega}} = \frac{R'\ \mathbf{S_u}\ (\omega' R')}{\mathbf{W}'x' + \mathbf{pB}y'}$$

$\mathbf{Y_{\pi\varepsilon\rho}' > Y_{\pi\varepsilon\rho}}$, λόγω μείωσης της $M_{\alpha\nu\alpha\tau,\Omega}$

→ νέα επιφάνεια ολίσθησης, **πιο ρηχή**

→ νέο Ω (Ω’), **οριζόντια πιο κοντά στο φορτίο**

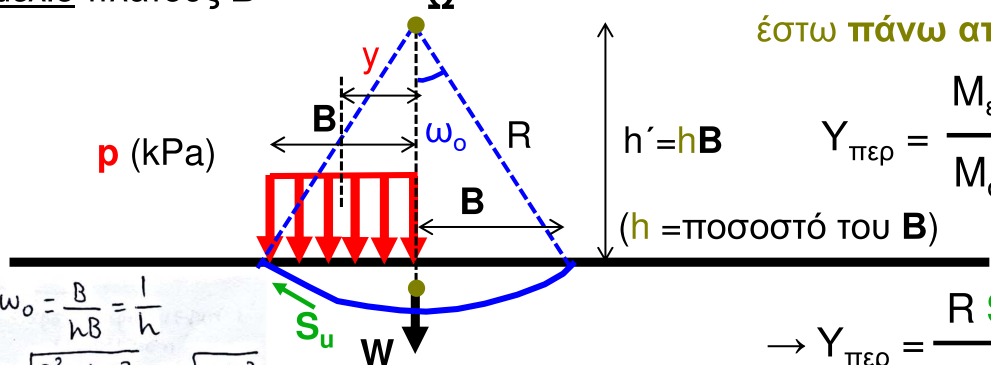
Αν H → 0, το έδαφος γίνεται οριζόντιο…

Έστω **p** αντιστοιχεί σε <u>θεμέλιο</u> πλάτους **B**

→ επιφάνεια ολίσθησης, **πολύ ρηχή**

→ **Ω, οριζόντια πολύ κοντά στο φορτίο…**

έστω **πάνω από την άκρη** → $\omega = 2\omega_o$



$$Y_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{M_{\varepsilon\upsilon\sigma\tau,\Omega}}{M_{\alpha\nu\alpha\tau,\Omega}} = \frac{R\,S_u\,(2\omega_o R)}{\cancel{Wx} + pBy}$$

$\tan\omega_o = \frac{B}{hB} = \frac{1}{h}$

$R = \sqrt{B^2 + h^2B^2} = B\sqrt{1+h^2}$

$$\rightarrow Y_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{R\,S_u\,(2\omega_o R)}{pB(B/2)}$$

<u>Θεμέλια</u>: ψάχνουμε τη <u>μέγιστη επιτρεπόμενη</u> τιμή του $p = p_{ult}$ που αντιστοιχεί σε $Y_{\pi\varepsilon\rho} = 1.0$

$p_{ult}B^2/2 = 2R^2S_u\omega_o$ → $p_{ult} = 4(R/B)^2S_u\omega_o$ → $\boxed{p_{ult} = 4(1+h^2)S_u\omega_o}$

π.χ. για $h=3/4$ → $\tan\omega_o = 4/3$ → $\omega_o = 0.93$rad → $p_{ult} = \ldots =$ **5.8** S_u

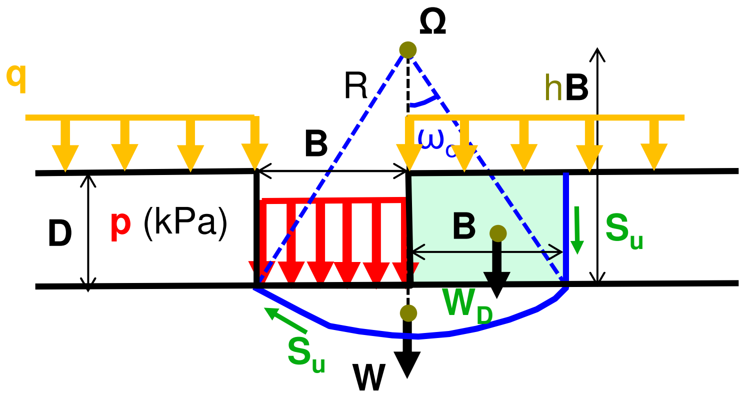
Κάνοντας δοκιμές για διάφορα h → ελάχιστο p_{ult} = **5.5** S_u (… για $h=0.43$)

[Από θεωρία πλαστικότητας Prandtl (όχι τόξο κύκλου) … $p_{ult} = (\pi+2)\,S_u$]

p_{ult} = **φέρουσα ικανότητα** του θεμελίου ανεξάρτητη του B, για ομοιογενή άργιλο

$$\boxed{FS = \frac{p_{ult}}{p\ (\lambda\varepsilon\iota\tau o\upsilon\rho\gamma\acute{\iota}\alpha\varsigma)} \geq 2 \text{ ή } 3}$$

Θεμέλιο σε βάθος D με επιφόρτιση q



Για να αστοχήσει… ολίσθηση μέχρι την επιφάνεια του εδάφους

επιπλέον αντίσταση S_uD

σταθεροποιητικό βάρος $W_D = \gamma BD$

Λόγω της επιφόρτισης q…

… σταθεροποιητικό φορτίο qB

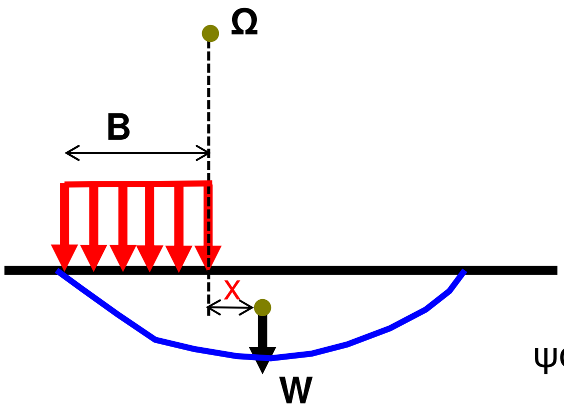
$$Y_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{R\,S_u\,(2\omega_o R) + (S_uD)B}{pB(B/2) - \gamma BD(B/2) - qB(B/2)}$$

<u>Θεμέλια</u>: ψάχνουμε τη <u>μέγιστη επιτρεπόμενη</u> τιμή του $p = p_{ult}$ που αντιστοιχεί σε $Y_{\pi\varepsilon\rho} = 1.0$

$$\rightarrow \boxed{p_{ult} = 4(1+h^2)S_u\omega_o + 2S_u(D/B) + (\gamma D + q)}$$

αντοχή υποκειμένου (βάρος υποκειμένου δεν επηρεάζει) | αντοχή υπερκειμένου | βάρος υπερκειμένου + επιφόρτιση

Πιο ρεαλιστικά…



Η επιφάνεια ολίσθησης ΔΕΝ είναι τόξο κύκλου

… το υποκείμενο έδαφος βάρους W αντιστέκεται στην ολίσθηση

<u>Θεμέλια</u>:
ψάχνουμε τη <u>μέγιστη επιτρεπόμενη</u> τιμή του $p = p_{ult}$ που αντιστοιχεί σε $\mathbf{Y_{\pi\varepsilon\rho} = 1.0}$

$$Y_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{M_{\varepsilon\upsilon\sigma\tau,\Omega}}{pB(B/2) - Wx}$$

$$\rightarrow \boxed{p_{ult} = \underbrace{(2/B^2)M_{\varepsilon\upsilon\sigma\tau,\Omega}}_{\text{αντοχή υποκειμένου}} + \underbrace{Wx(2/B^2)}_{\text{βάρος υποκειμένου}}}$$

δηλαδή **μεγαλύτερη** φέρουσα ικανότητα σε σχέση με ό,τι προβλέπεται με τόξο κύκλου

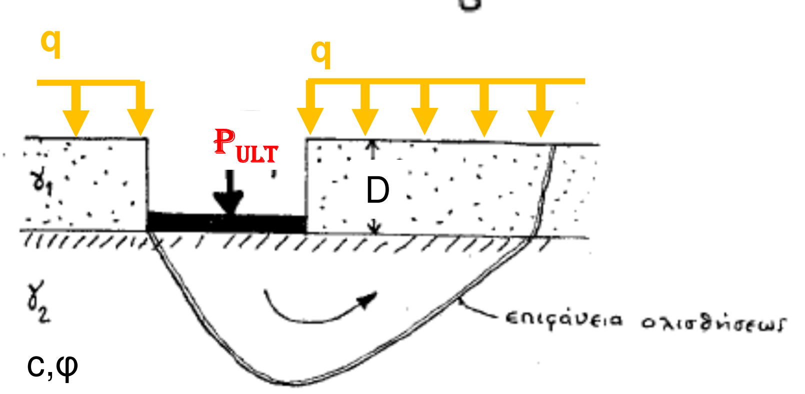
<u>ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ (6ου εξαμήνου)</u>: «τριώνυμο» φέρουσας ικανότητας θεμελίου

p_{ult} = **ΑΝΤΟΧΗ ΕΔΑΦΟΥΣ** + **ΒΑΡΟΣ ΥΠΕΡΚΕΙΜΕΝΟΥ** + **ΒΑΡΟΣ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΟΥ**
υποκειμένου (και υπερκείμενου) **+ ΕΠΙΦΟΡΤΙΣΗ**

<u>ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ (6ου εξαμήνου)</u>: «τριώνυμο» φέρουσας ικανότητας θεμελίου

p_{ult} = **ΑΝΤΟΧΗ ΕΔΑΦΟΥΣ** + **ΒΑΡΟΣ ΥΠΕΡΚΕΙΜΕΝΟΥ** + **ΒΑΡΟΣ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΟΥ**
υποκειμένου (και υπερκείμενου) **+ ΕΠΙΦΟΡΤΙΣΗ**

$$p_{ult}\,(\text{kPa}) = \frac{P_{ULT}}{B} = c\,\mathbf{N_c} + (\gamma_1 D + q)\,\mathbf{N_q} + 0.5\gamma_2 B\,\mathbf{N_\gamma}$$

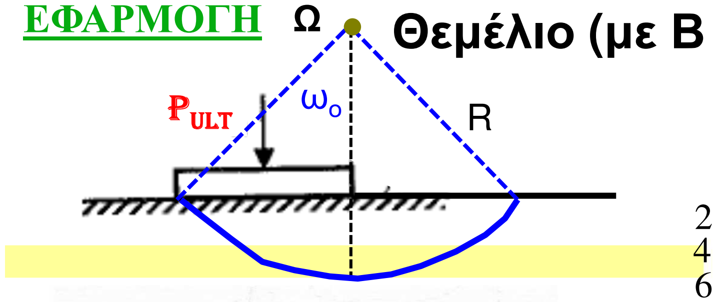


Οι αδιάστατοι συντελεστές N_c, N_q και N_γ δίδονται στόν Πίνακα συναρτήσει τής ϕ.

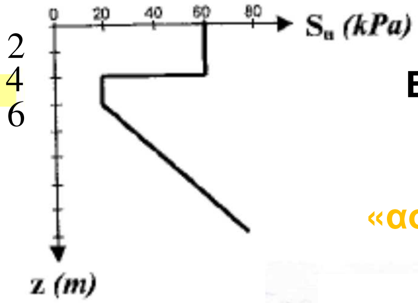
	ϕ^o	N_c	N_q	N_γ
άργιλοι ιλύες	0	5.14	1	0
	10	8.3	2.5	1.2
	20	14.8	6.4	5.4
άμμοι χάλικες	25	20.7	10.7	10.9
	30	30.1	18.4	22.4
	35	46.1	33.3	48.0
	40	75.6	64.2	109.4
	45	133.9	134.9	271.8

συνήθεις τιμές ϕ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ — Θεμέλιο (με B = 12m) σε <u>ανομοιογενή</u> άργιλο



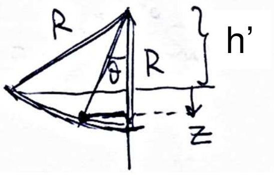
«Ασθενής» στρώση πάχους 2m (-4 έως -6m)



Εύλογη επιφάνεια ολίσθησης, <u>κατά μέγιστον</u> εντός **«ασθενούς» στρώσης**

$$\tan\omega_o = \frac{B}{h'} = \frac{12}{9} \rightarrow$$

$$\omega_o = 53.1^\circ \ (\hat{\omega}_o = 0{,}927\,\text{rad})$$



$$R^2 = B^2 + h'^2 \Longrightarrow$$

$$R^2 = B^2 + (R-6)^2 = B^2 + R^2 + 36 - 12R$$

$$\Rightarrow 12R = 36 + B^2 \xrightarrow{B=12m}$$

$$\Rightarrow R = 15m \ \& \ h' = 9m$$

Γεωμετρία επιφάνειας ολίσθησης

βάθος z από επιφάνεια:

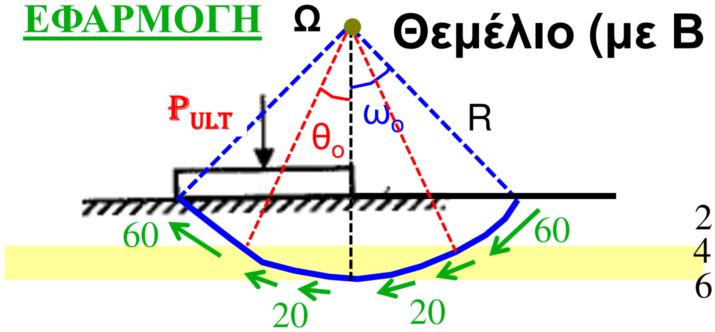
$$z = R\cos\theta - h' \rightarrow \theta = 0 \rightarrow z = R - h' = 15 - 9 = 6m$$

$$\theta = \omega_o \rightarrow z = R\cos\omega_o - h' = 15\cos\omega_o - 9 = 0$$

ποιά η τιμή του $\theta=\theta_o$ για $z = 4m$? $4 = 15\cos\theta_o - 9 \Rightarrow$

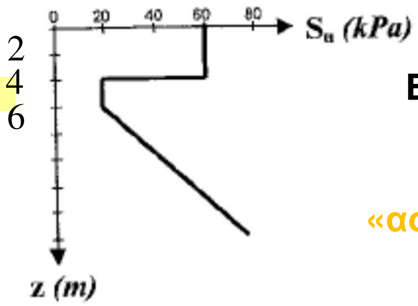
$$\Rightarrow \cos\theta_o = \frac{13}{15} \Rightarrow \theta_o = 29.93^\circ \ (= 0{,}522\,\text{rad})$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ — Θεμέλιο (με B = 12m) σε <u>ανομοιογενή</u> άργιλο



Γεωμετρία επιφάνειας ολίσθησης:
R = 15m, $\omega_o = 53.1^o$, $\theta_o = 29.9^o$

«Ασθενής» στρώση πάχους 2m (-4 έως -6m)



Εύλογη επιφάνεια ολίσθησης, <u>κατά μέγιστον</u> εντός **«ασθενούς» στρώσης**

$$P_{ult}\left(\frac{B}{2}\right) = 2\left[\int_0^{\theta_o} R(20\,R\,d\theta) + \int_{\theta_o}^{\omega_o} R(60\,R\,d\theta)\right] = 2R^2\left[20\theta_o + 60(\omega_o - \theta_o)\right]$$

$$\Rightarrow P_{ult} \times 6 = 2 \times 15^2\left[20 \times 0{,}522 + 60(\underbrace{0{,}927 - 0{,}522}_{0{,}405})\right] \Rightarrow \boxed{P_{ULT} : 2605{,}5\ \frac{kN}{m}}$$

σε όρους kPa $\quad p_{ult} = \frac{P_{ult}}{12} = 217{,}1\ kPa$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ με ομοιογενή άργιλο,
για ίδια επιφ. αστοχίας (h=h'/B=9/12=3/4)

$$P_{ULT} = p_{ult}\,B = 4B(1+h^2)S_u\omega_o$$

Αν $S_u = 60$ kPa (μη συντηρητικά)

$$P_{ULT} = 4173\ \frac{kN}{m}$$

Αν $S_u = 20$ kPa (υπερσυντηρητικά)

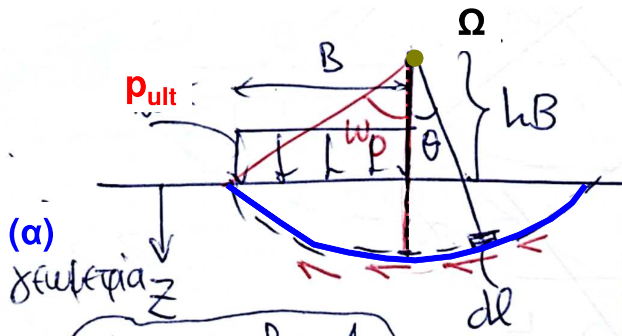
$$P_{ULT} \cong 1391\ kN/m$$

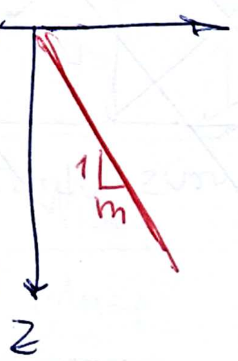
αν $\bar{S}_u = \left(\frac{2}{3}\right)60 + \left(\frac{1}{3}\right)20 = 46{,}67$ kPa

$$\rightarrow P_{ULT} = 3246\ \frac{kN}{m}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεμέλιο σε γραμμικώς ανομοιογενή άργιλο





π.χ. για γ=20kN/m³

$S_u = 0.25\sigma'_v = 2.5z$

$S_u = m \cdot z$

$\tan\omega_o = \frac{B}{hB} = \frac{1}{h}$

$R = B\sqrt{1+h^2}$

(γ) Έκφραση $S_u = f(\theta)$

$z = R\cos\theta - hB$

$\Rightarrow z = B\left(\sqrt{1+h^2}\cos\theta - h\right)$

$\Downarrow$

$\left(\begin{array}{l} \text{για } \theta=0: \; z = B\left(\sqrt{1+h^2} - h\right) \; \hookrightarrow \text{max } z \text{ κύκλου} \\ \theta = \hat{\omega}_o: \; z = 0 \end{array}\right)$

οπότε $\underline{S_u = mB\left(\sqrt{1+h^2}\cos\theta - h\right)}$

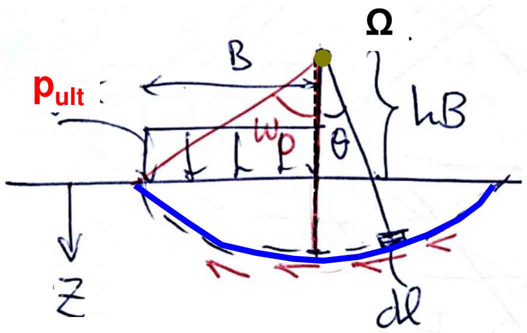
(β)

$$p_{ult} B\left(\frac{B}{2}\right) = 2\int_0^{\hat{\omega}_o} R\,(S_u \underbrace{R\,d\theta}_{dl})$$

$$\Rightarrow p_{ult}\frac{B^2}{2} = 2R^2\int_0^{\hat{\omega}_o} S_u\,d\theta$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεμέλιο σε γραμμικώς ανομοιογενή άργιλο



Γραφική παράσταση της σχέσης **(δ)**

(β) **(γ)**

$$\Rightarrow p_{ult}\frac{B^2}{2} = 2R^2\int_0^{\hat{\omega}_o} mB\left(\sqrt{1+h^2}\cos\theta - h\right)d\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_{ult} = 4\left(\frac{R}{B}\right)^2 mB\left[\sqrt{1+h^2}\left(\sin\hat{\omega}_o - 0\right) - h\left(\hat{\omega}_o - 0\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{p_{ult} = 4(1+h^2)\,mB\left(\sqrt{1+h^2}\sin\hat{\omega}_o - h\omega_o\right)} \quad \textbf{(δ)}$$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ με ομοιογενή άργιλο, για ίδια επιφ. αστοχίας, και ίδιο B (π.χ. για h=0.43 που δίνει minp_{ult} ομοιογ.)

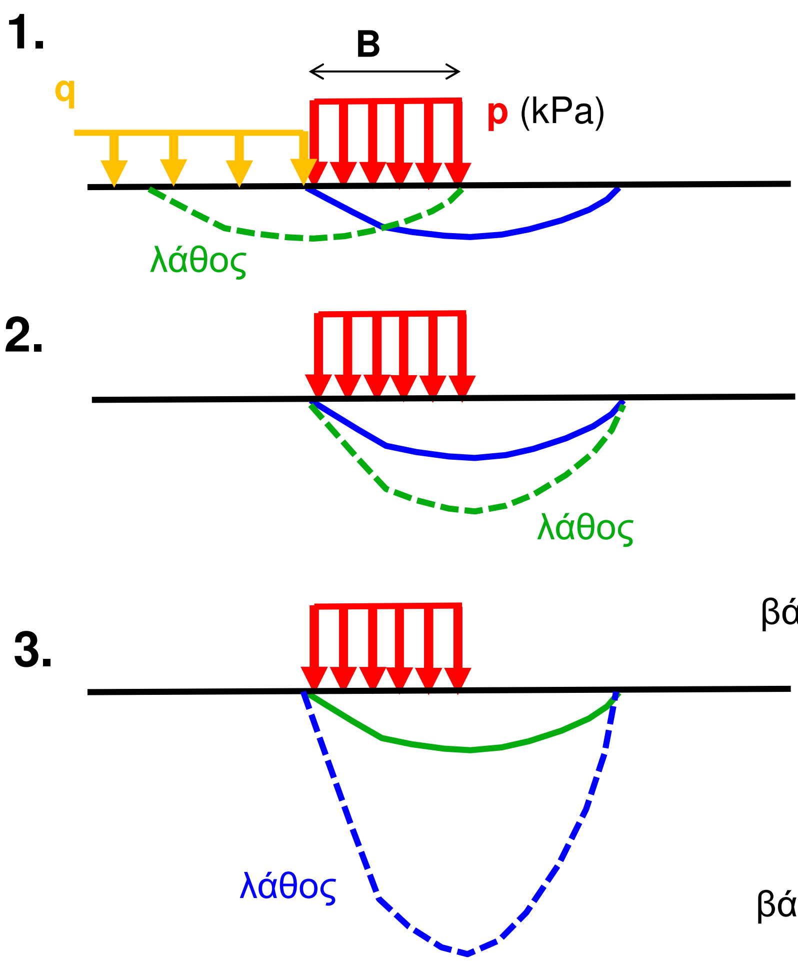
$p_{ult} = 4(1+h^2)S_u\omega_o = 5.5\,S_u$ — για ομοιογενή ανεξάρτητη του B

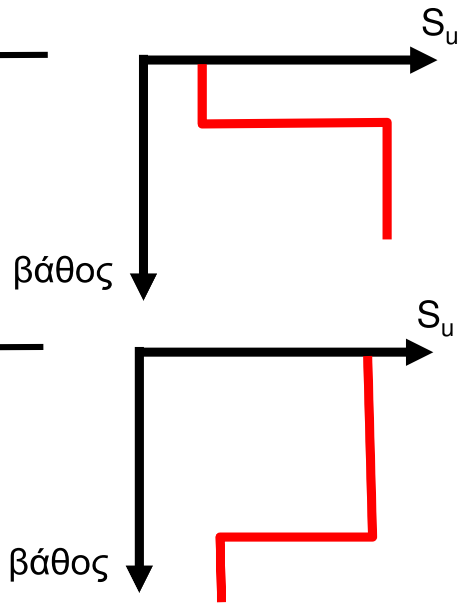
$p_{ult} = 2.37 \cdot 2.5\,B = 5.9\,B$ (π.χ. για $S_u = 2.5z$) — συνάρτηση του B για γραμμ. ανομοιογ.

Το *ε ύ λ ο γ ο ν* της επιφάνειας ολίσθησης…

Η ολίσθηση προκύπτει… με τον «ευκολότερο» τρόπο

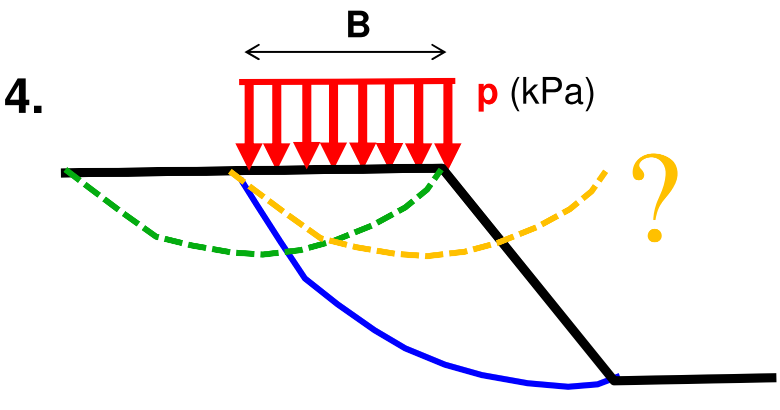
…. αρκεί η επιφάνεια ολίσθησης να είναι κινηματικά δυνατή!



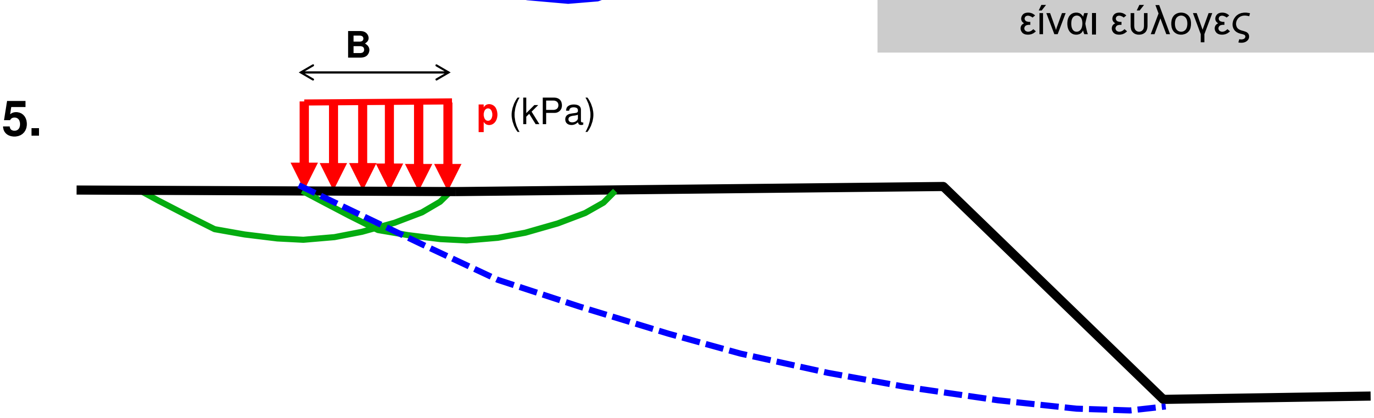


Το *ε ύ λ ο γ ο ν* της επιφάνειας ολίσθησης…

Η ολίσθηση προκύπτει… με τον «ευκολότερο» τρόπο



Όλες οι διακεκομμένες επιφάνειες αστοχίας δεν είναι εύλογες



…. Η αλληλεπίδραση θεμελίου-πρανούς υπάρχει μόνο όταν το θεμέλιο είναι… «κοντά» στο πρανές!