



ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II

Τμήμα Α-Λ

1^η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΕΠΙΦΟΡΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

Επιμέλεια

Ταξιαρχούλα Λημναίου, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II

5^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

1η Σειρά Ασκήσεων (για ΕΞΑΣΚΗΣΗ στο μάθημα και στο σπίτι)

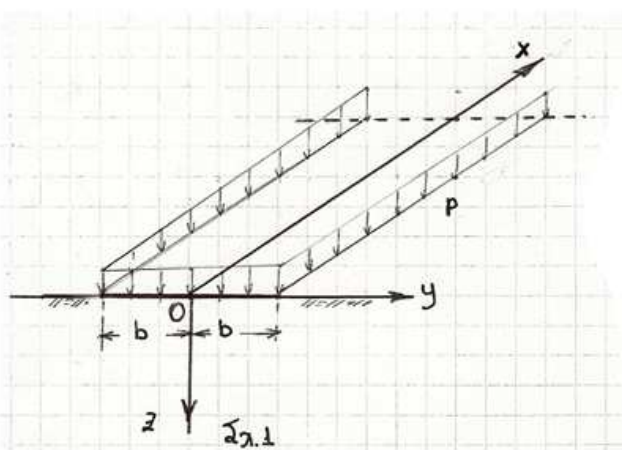
1.2 Στην επιφάνεια ομοιογενούς ημχώρου (E, ν) επιβάλλεται λωριδωτό φορτίο p επί πλάτους $2b$, κατά μήκος του άξονα x (Σχ.1). Ποιές από τις αναπτυσσόμενες τάσεις $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$, $\Delta\tau_{xy}$, $\Delta\tau_{yz}$, $\Delta\tau_{xz}$ μπορείτε να υπολογίσετε ή να εκτιμήσετε χονδροειδώς (τάξη μεγέθους) — χωρίς βεβαίως να θυμάστε τύπους — για τα ακόλουθα 3 σημεία Α, Β, Γ, που δίδονται με τις συντεταγμένες τους ?

Σημείο Α: $x_A=0$, $y_A=0$, $z_A=b/4$

Σημείο Β: $x_B=0$, $y_B=0$, $z_B=12b$

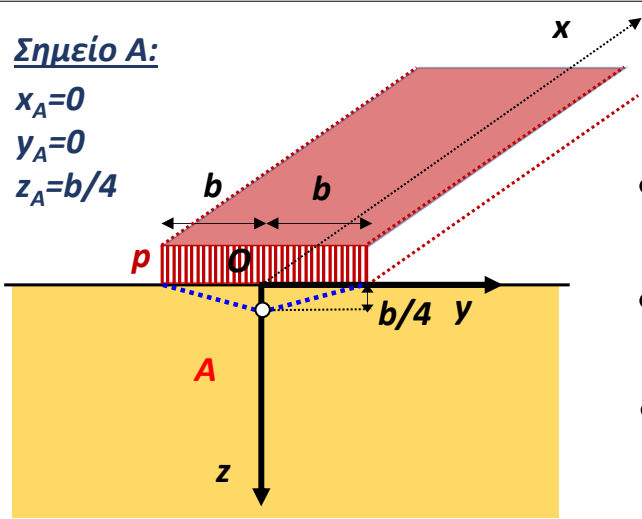
Σημείο Γ: $x_G=0$, $y_G=1,5b$, $z_G=0$

Σχεδιάστε τα 3 «στοιχεία» Α, Β, Γ, με τις αντίστοιχες τάσεις τους. Δώστε εξήγηση σε «μία γραμμή» για την κάθε τάση. Αρκεί ακρίβεια $\pm 25\%$.



Σημείο A:

$x_A=0$
 $y_A=0$
 $z_A=b/4$



- Το σημείο A βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας του φορτίου $p \rightarrow \Delta\tau_{yz} = 0 \text{ kPa}$

- Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης» $\rightarrow \Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0 \text{ kPa}$

- Το σημείο A, βρίσκεται πρακτικά κάτω από το φορτίο:

$$\frac{z}{2 \cdot b} = \frac{b/4}{2 \cdot b} = \frac{1}{8} \leq \frac{1}{4} \rightarrow \text{Συνθήκες 1-Δ συμπίεσης}$$

1-Δ συμπίεση

Επομένως, $\Delta\sigma_z = p$

και:

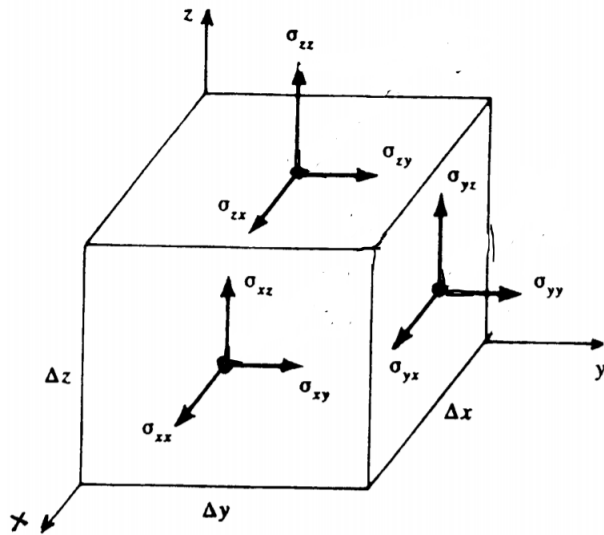
$$\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_x = k_o \cdot \Delta\sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \Delta\sigma_z$$

Σημείωση: Η ακριβής λύση δίνει

$\Delta\sigma_z = 0.99p$

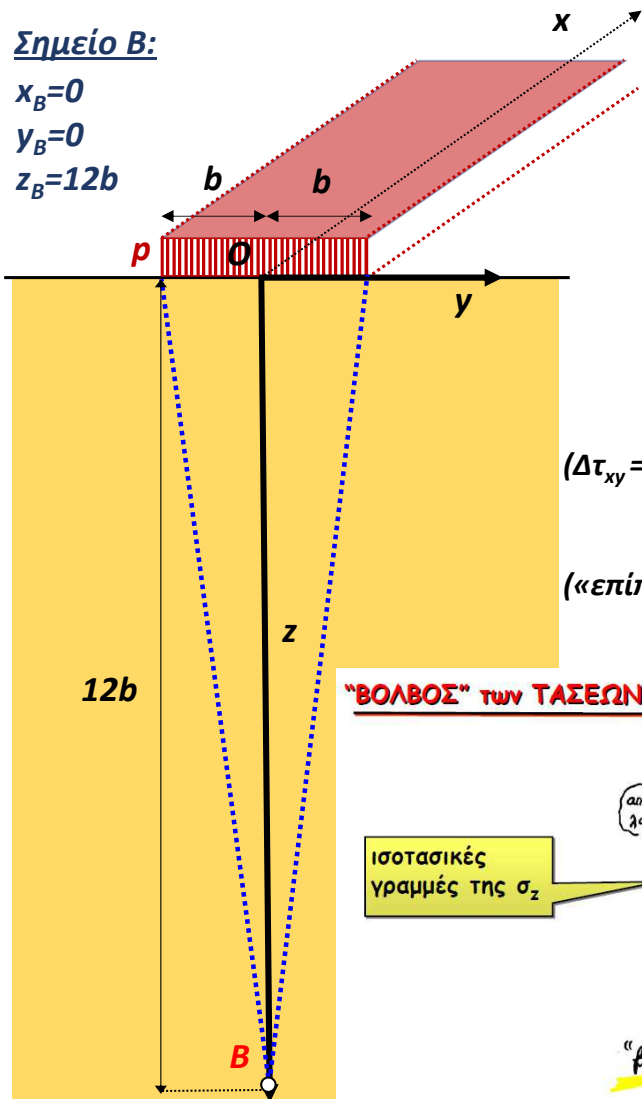
$\Delta\sigma_y = 0.69p$

$\Delta\sigma_x = \nu(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_y) = 0.56p$ (π.χ. για $\nu=1/3$)



Σημείο B:

$x_B=0$
 $y_B=0$
 $z_B=12b$



- Το σημείο B βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας του φορτίου $p \rightarrow \Delta\tau_{yz} = 0 \text{ kPa}$

- Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης» $\rightarrow \Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0 \text{ kPa}$

- Το σημείο B είναι σε βάθος z , όπου:

$$\frac{z}{b} = \frac{12 \cdot b}{b} = 12 \rightarrow \frac{\Delta\sigma_z}{p} \approx 0.1 \rightarrow \Delta\sigma_z \approx 0.1 \cdot p$$

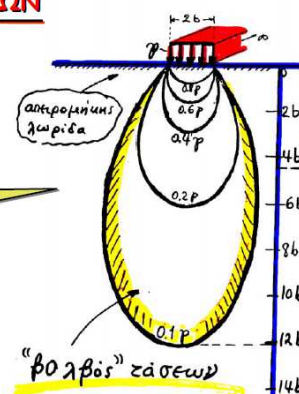
$(\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = \Delta\tau_{yz} = 0 \text{ kPa}) \rightarrow \Delta\sigma_z = \Delta\sigma_1, \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_3, \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_2$

$$\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_3 \approx 0$$

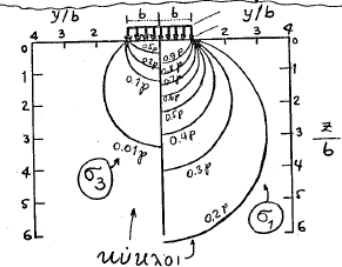
(«επίπεδη παραμόρφωση») $\rightarrow \Delta\sigma_x = \nu \cdot (\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z) = \nu \cdot 0.1 \cdot p$

“ΒΟΛΒΟΣ” ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

Ισοστασιές γραμμές της σ_z



Ισοστασιές τών σ_1 και σ_3



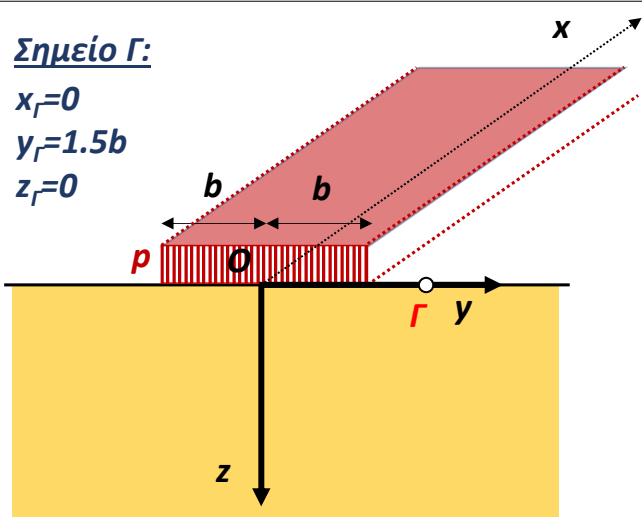
Σημείωση: Η ακριβής λύση δίνει

$\Delta\sigma_z = 0.11p, \Delta\sigma_y = 0.0002p$

$\Delta\sigma_x = \nu(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_y) = 0.03p$ (για $\nu=1/3$)

Σημείο Γ:

$x_r=0$
 $y_r=1.5b$
 $z_r=0$



- Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης»

$\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0 \text{ kPa}$

- Το σημείο Γ βρίσκεται ακριβώς στην «ελεύθερη» επιφάνεια \rightarrow

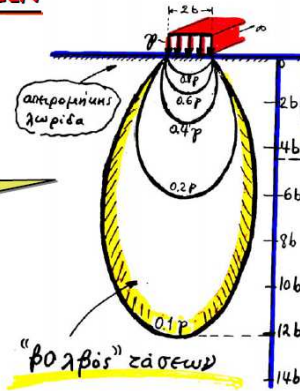
$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_x = 0$

- Άρα και: $\Delta\tau_{yz} = 0 \text{ kPa}$

Σημείωση: Η ακριβής λύση δίνει ... ακριβώς τα ίδια

“ΒΟΛΒΟΣ” των ΤΑΣΕΩΝ

ισοτασικές γραμμές της σ_z

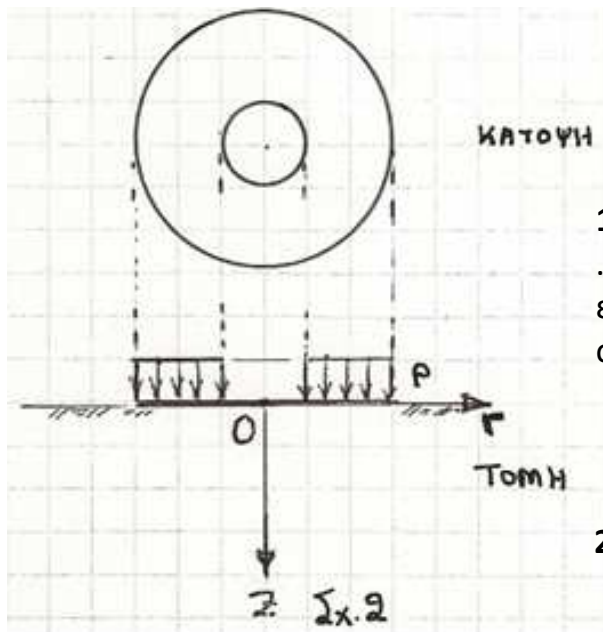


ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II

5^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

1η Σειρά Ασκήσεων (για ΕΞΑΣΚΗΣΗ στο μάθημα και στο σπίτι)

1.3 Να σχεδιασθεί με **ποιοτικήν ακρίβεια** το εξής διάγραμμα, σχετιζόμενο με την μετάδοση τάσεων σε ομοιογενή ελαστικόν ημίχωρο: κατανομή των κατακορύφων ορθών τάσεων $\Delta\sigma_z$ κατά μήκος του άξονα Oz λόγω επιβολής φορτίου $p=200 \text{ kPa}$ ομοιομόρφως κατανεμημένου σε **δακτυλιωτή επιφάνεια** εξωτερικής ακτίνας 9 m και εσωτερικής 3 m (Σχ.2).



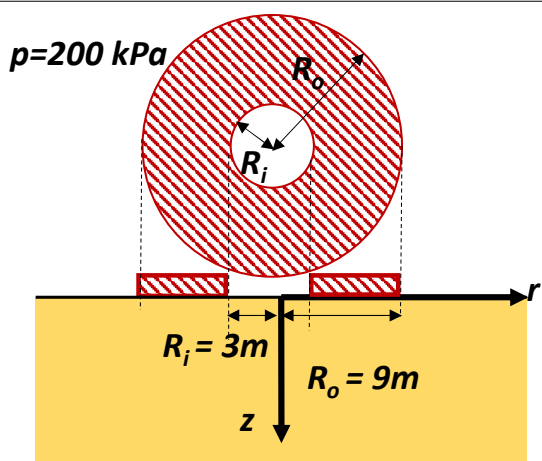
Επιφάνεια $A = \pi(9^2 - 3^2) = 226.2 \text{ m}^2$

Φορτίο $Q = pA = 200 \times 226.2 = 45240 \text{ kN}$

1. Αν η κατασκευή συνολικού βάρους Q είναι ... δεξαμενή ακτίνας 9 m, τότε περιέχει υγρό ειδικού βάρους $\gamma_{\text{υγρού}}$ και ύψους h, όπου $h = Q / [\gamma_{\text{υγρού}} \times (\pi 9^2)]$

Νερό: $\gamma_{\text{υγρού}} = 10 \text{ kN/m}^3$ και $h = 17.8 \text{ m}$
 LNG: $\gamma_{\text{υγρού}} = 5.9 \text{ kN/m}^3$ και $h = 30.2 \text{ m}$

2. Αν το θεμέλιο δεν ήταν κοίλο $\rightarrow A' = \pi 9^2$
 $\rightarrow A' = 254.5 \text{ m}^2$ και $p' = Q/A' = 178 \text{ kPa}$

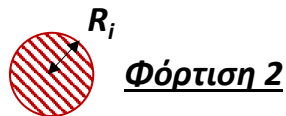
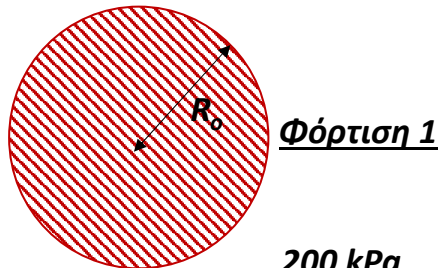
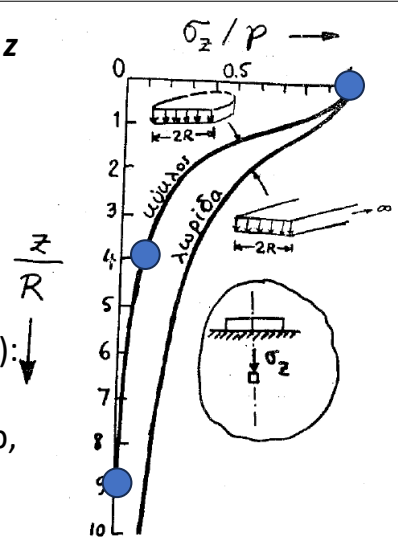


Κατά μήκος του άξονα z

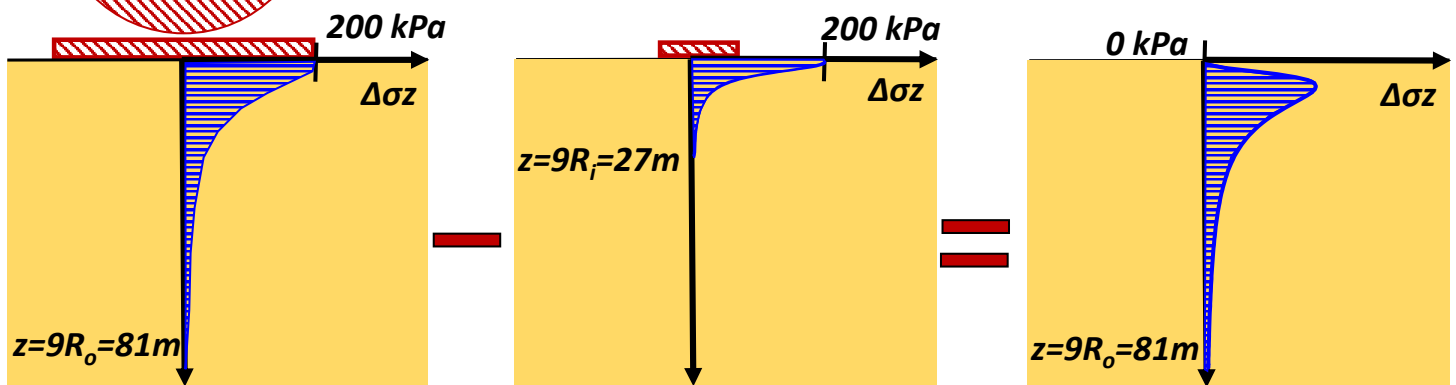
Ελαστικός Ημίχωρος

Επαλληλία τάσεων

Χρήσιμα σημεία (για κυκλικό θεμ.):
 $z=0, \Delta\sigma_z = p$
 $z=4R$ (βάθος επιρροής), $\Delta\sigma_z = 0.1p$,
 $z=9R, \Delta\sigma_z \approx 0$



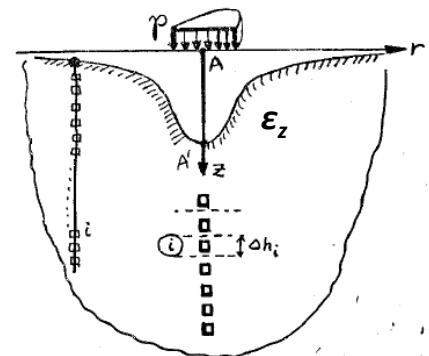
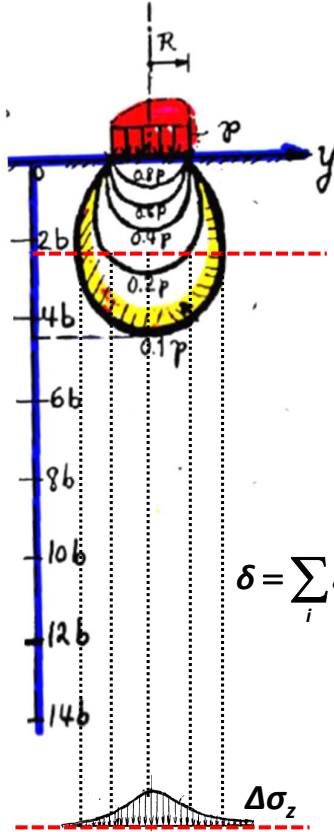
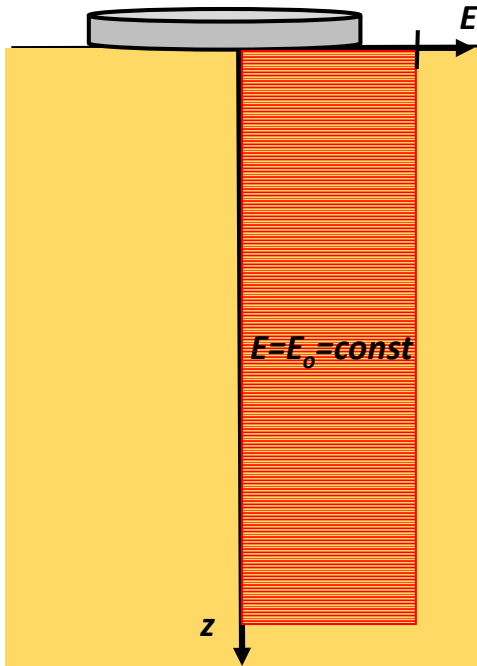
Συνισταμένη



1.4 Συγκρίνεται ο ομοιογενής ημίχωρος (σταθερό μέτρο Young E) και ο γραμμικώς ανομοιογενής ημίχωρος ($E=\xi \cdot z$, όπου z το βάθος από την επιφάνεια και ξ σταθερά). Σκιαγραφείστε τις διαφορές που προκαλούν αυτοί οι σχηματισμοί στην μορφή της καθίζησης της εδαφικής επιφάνειας λόγω επιβολής ομοιομόρφου φορτίου p σε κυκλική επιφάνεια.

(έχει επιλυθεί στο πλαίσιο της Θεωρίας του μαθήματος)

Ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος



$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_z - \nu \cdot \Delta\sigma_r - \nu \cdot \Delta\sigma_\theta)$$

$$\delta = \sum_i \epsilon_{z,i} \cdot \Delta h_i = \int_0^\infty \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_z - \nu \cdot \Delta\sigma_r - \nu \cdot \Delta\sigma_\theta) \cdot dz$$

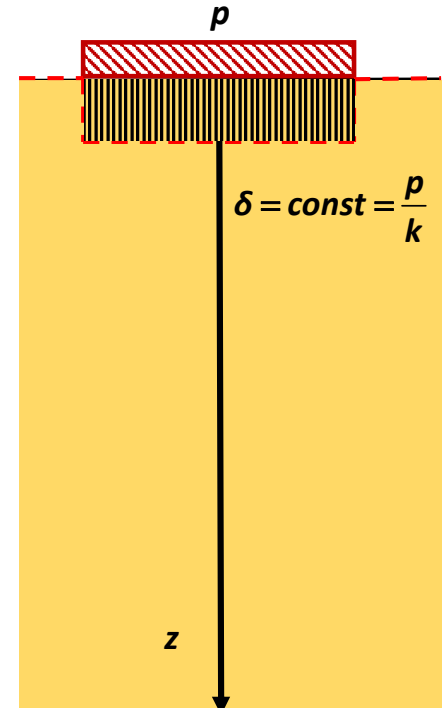
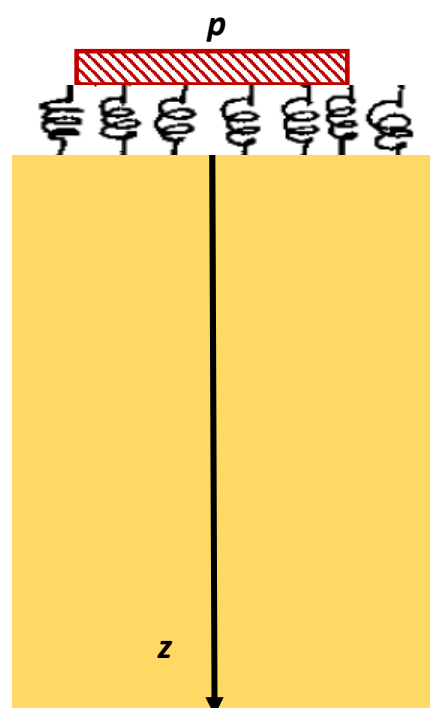
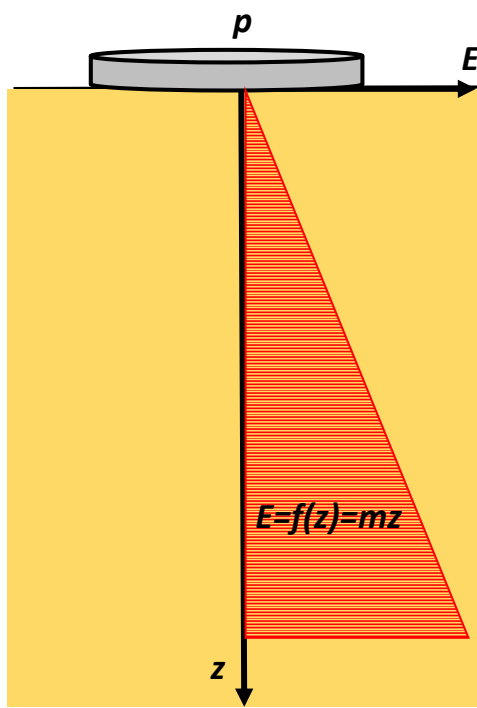
$$\Delta\sigma_z, \Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\theta = f(r)$$

$$\delta = f(r)$$

-
-
-

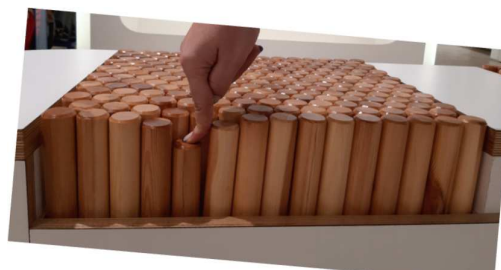
Η καθίζηση δ είναι διαφορετική σε κάθε θέση r...

Γραμμικώς Αν-ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος



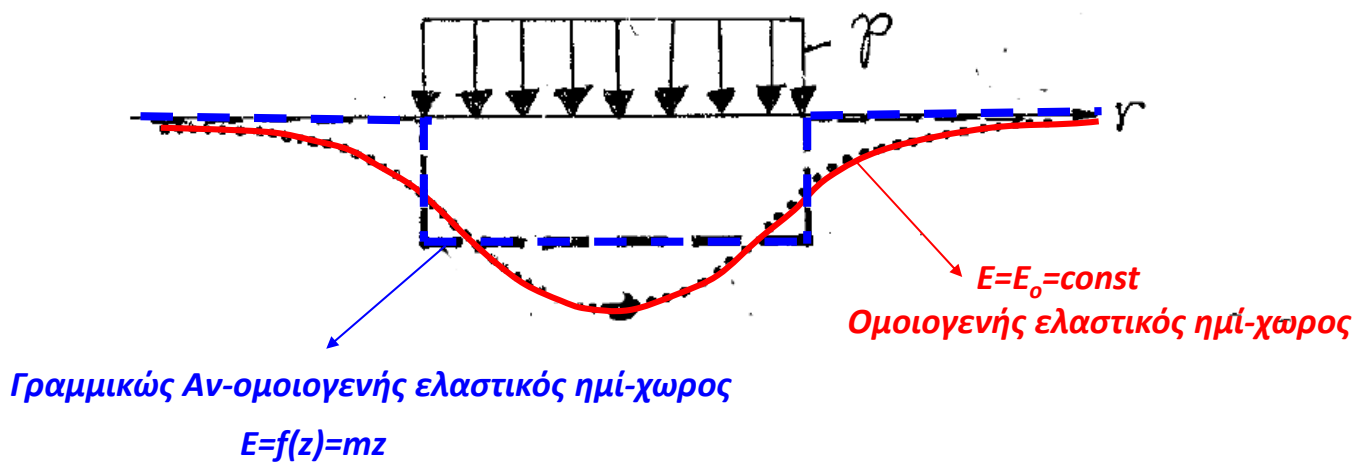
k : σταθερά ελατηρίου = $\frac{2}{3} \cdot m$

Ελατηριωτό έδαφος «Winkler»



Η καθίζηση δ είναι ίδια σε κάθε θέση r...

Σύγκριση....

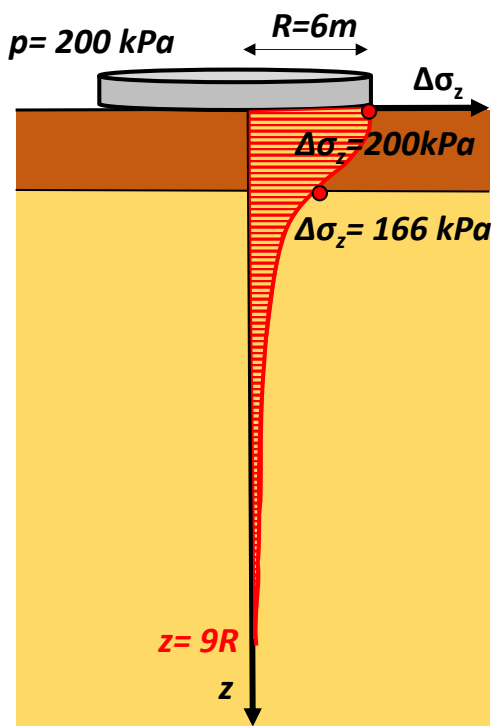


1.5 Κυκλικό φορτίο $p=200$ kPa ακτίνας $R=6$ m επιβάλλεται στην επιφάνεια **δίστρωτου ημιχώρου** (σταθερού όμως λόγου Poisson, $\nu=0,30$):

- Στρώμα 1: πάχος $H_1=4$ m, μέτρον ελαστικότητας $E_1=400$ MPa
- Στρώμα 2: πάχος H_2 =πολύ μεγάλο, μέτρον ελαστικότητας $E_2=20$ MPa

Να δοθεί κατά **αδρή** (αλλά επαρκώς αιτιολογημένη) προσέγγιση η κατανομή με το βάθος της αναπτυσσόμενης $\sigma_z=\sigma_z(z)$, κατά μήκος του κατακορύφου άξονα z ($r=0$). Δίδεται ότι για τον ομοιογενή ημίχωρο, φορτιζόμενο επιφανειακώς με κυκλικό φορτίο ισχύει με καλή προσέγγιση η σχέση:

$$\sigma_z/p \approx 1-[1+(R/z)^2]^{-3/2}$$

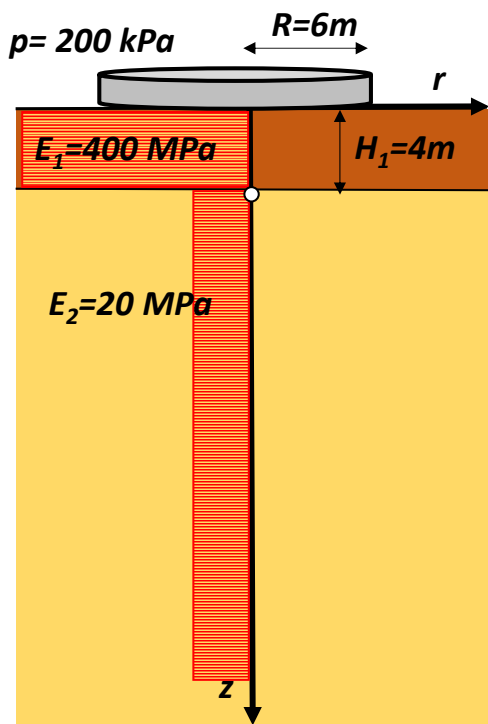


ΑΝ ο ημί - χωρος ήταν **ομοιογενής**:

Στη διεπιφάνεια των 2 στρώσεων, όπου $z = H_1$:

$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 1 - \left\{ 1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} = 1 - \left\{ 1 + \left(\frac{6}{4} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} = 0.83 \rightarrow$$

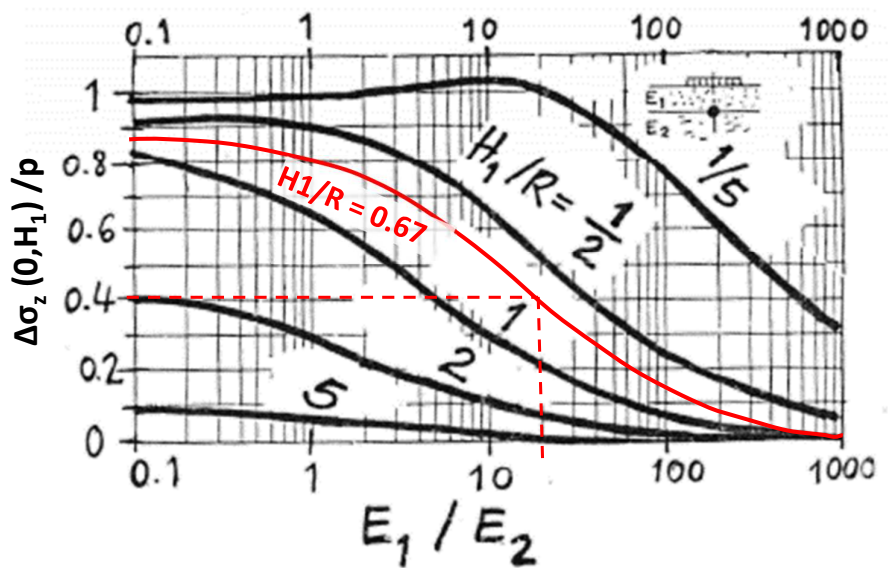
$$\Delta\sigma_z = 0.83 \cdot p = 0.83 \cdot 200 = 166 \text{ kPa}$$



Δίστρωτο έδαφος:

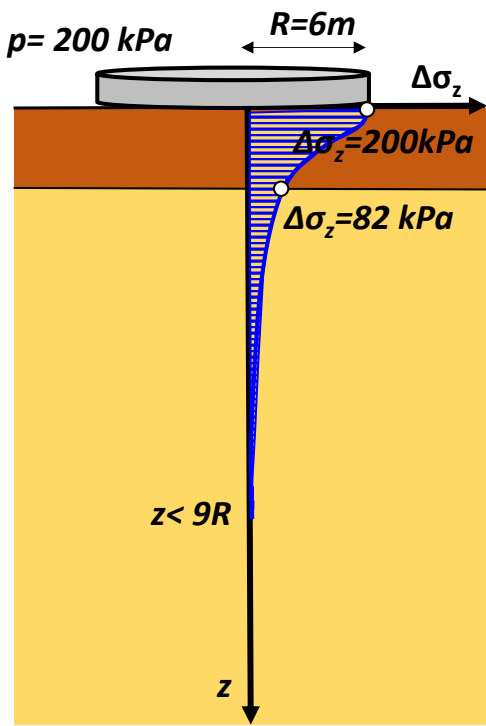
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{400}{20} = 20 \quad \frac{H_1}{R} = \frac{4}{6} = 0.67$$

Στη διεπιφάνεια των 2 στρώσεων, όπου $z = H_1$:



$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 0.41 \rightarrow \Delta\sigma_z = 0.41 \cdot p = 0.41 \cdot 200 = 82 \text{ kPa}$$

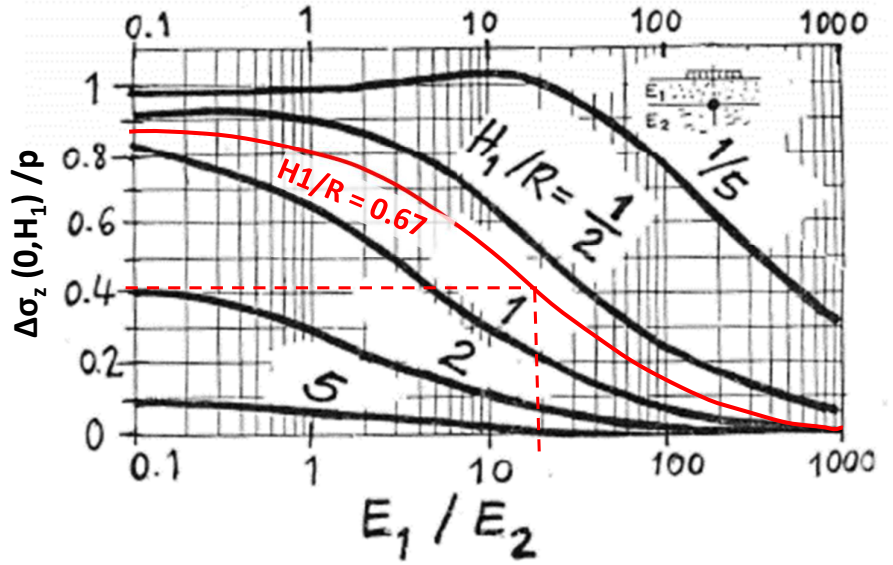
< 166 kPa



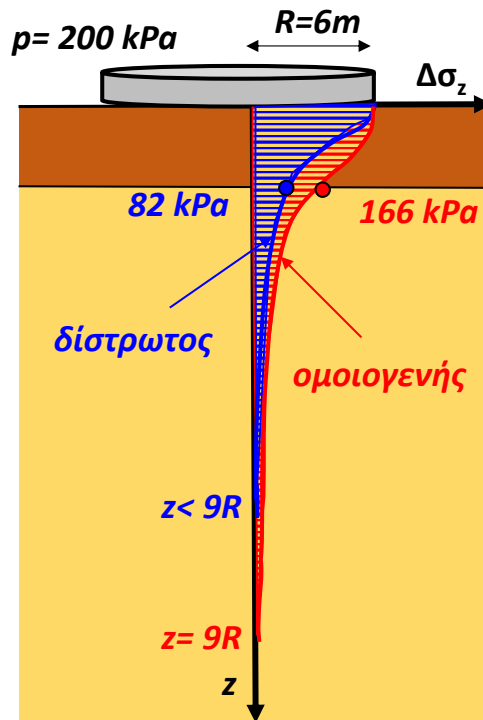
Δίστρωτο έδαφος:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{400}{20} = 20 \quad \frac{H_1}{R} = \frac{4}{6} = 0.67$$

Στη διεπιφάνεια των 2 στρώσεων, όπου $z = H_1$:



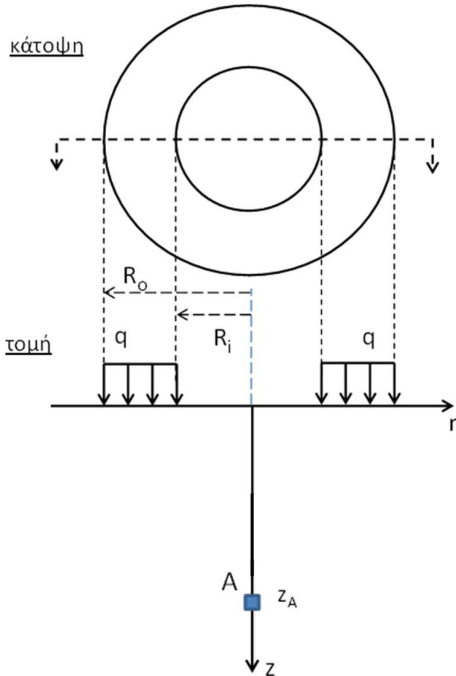
$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 0.41 \rightarrow \Delta\sigma_z = 0.41 \cdot p = 0.41 \cdot 200 = 82 \text{ kPa} < 166 \text{ kPa}$$



Γιατί???

Επιπλέον άσκηση:

Δεξαμενή υγρού καυσίμου εδράζεται σε επιφανειακή θεμελίωση δακτυλιοειδούς επιφάνειας με εξωτερική ακτίνα $R_o = 6$ m και εσωτερική ακτίνα και $R_i = 3$ m. Το φορτίο της δεξαμενής, πλάτους q , κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια θεμελίωσης. Το έδαφος έχει ειδικό βάρος $\gamma = 20$ kN/m³ και ο συντελεστής ουδέτερων ωθήσεων $K_o = 0.5$. Για το σημείο A σε βάθος $z_A = 9$ m επί του κατακόρυφου άξονα συμμετρίας της επιφάνειας θεμελίωσης, ζητούνται:



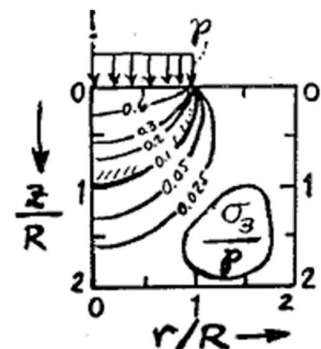
α) Οι επιβαλλόμενες τάσεις $\Delta\sigma_z$ και $\Delta\sigma_r$.

β) Είναι δυνατή η αστοχία του σημείου A και για ποια τιμή του q ; (Νόμος αστοχίας Mohr-Coulomb με $\phi = 30^\circ$ και $c = 0$ kPa).

Επίσης, δίνεται η σχέση για την κατανομή της $\Delta\sigma_z$ σε βάθος z επί του άξονα συμμετρίας κυκλικού θεμελίου ακτίνας R επί ομοιογενούς ημίχωρου:

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z}{R}\right)^{-2}\right]^{1.5}}$$

... και διάγραμμα για την κατανομή της $\Delta\sigma_z$ (για $r=0$, $\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_3$)



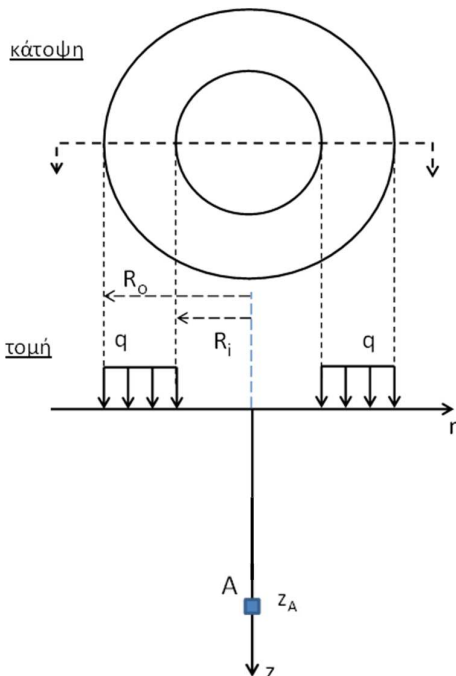
Επιπλέον άσκηση:

α) Όπως και στην Άσκηση 1.3, έχουμε επαλληλία ενός κυκλικού θεμελίου με ακτίνα $R_o = 6$ m που επιβάλλει φορτίο $q > 0$ (θλιπτικό) και ενός κυκλικού θεμελίου με ακτίνα $R_i = 3$ m που επιβάλλει φορτίο $q < 0$ (εφελκυστικό)

Για την πρόσθετη τάση $\Delta\sigma_z$ χρησιμοποιούμε τη σχέση:

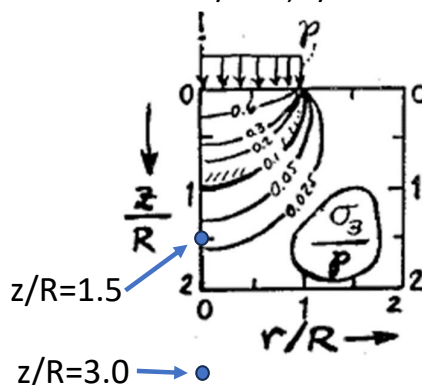
- Κυκλικό θεμέλιο με $R=R_o=6$ m και $z=9$ m δίνει $\Delta\sigma_z/q = 0.424$
- Κυκλικό θεμέλιο με $R=R_i=3$ m και $z=9$ m δίνει $\Delta\sigma_z/q = 0.146$

Άρα $\Delta\sigma_z/q = 0.424 - 0.146 = 0.278$



Για την πρόσθετη τάση $\Delta\sigma_r$ ($=\Delta\sigma_3$ στον άξονα συμμετρίας $r=0$) χρησιμοποιούμε το διάγραμμα:

- Κυκλικό θεμέλιο με $R=R_o=6$ m και $z=9$ m: $r/R=0$, $z/R=1.5 \rightarrow \Delta\sigma_3/p = 0.03$
- Κυκλικό θεμέλιο με $R=R_i=3$ m και $z=9$ m: $r/R=0$, $z/R=3.0 \rightarrow \Delta\sigma_3/p = \dots 0$



Άρα $\Delta\sigma_r/q = 0.03 - 0 = 0.03$

Επιπλέον άσκηση:

β) Για τον έλεγχο αστοχίας ενός εδαφικού στοιχείου, ελέγχουμε αν ο κύκλος Mohr των ενεργών συνολικών τάσεων (= γεωστατικές+επιφορτικές) εφάπτεται ή όχι στην περιβάλλουσα

Γεωστατικές τάσεις:

$$\sigma_v = \gamma z = 20 \times 9 = 180 \text{ kPa} \quad , \quad \sigma'_h = K_o \sigma'_v = 0.5 \times 180 = 90 \text{ kPa}$$

$$u = 0$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 180 \text{ kPa} \quad , \quad \sigma_h = \sigma'_h + u = 90 \text{ kPa}$$

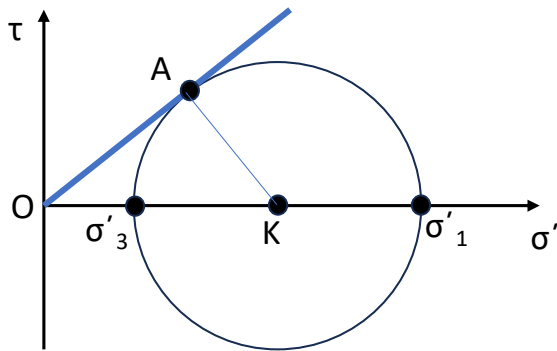
Επιφορτικές (πρόσθετες) τάσεις:

$$\Delta\sigma_z = 0.278q$$

$$\Delta\sigma_r = 0.03q$$

Στο κατακόρυφο επίπεδο zr, οι ενεργές τελικές τάσεις: $\sigma'_z = 180 + 0.278q$, $\sigma'_r = 90 + 0.03q$

Επίσης $\tau_{zr} = \tau_{rz} = 0$ στον άξονα συμμετρίας $\rightarrow \sigma'_1 = \sigma'_z$ και $\sigma'_3 = \sigma'_r$



Έστω ότι το εδαφικό στοιχείο αστοχεί...

Τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο AOK:

$$(AK) = 0.5 \times (\sigma'_1 - \sigma'_3) = 0.5 \times (90 - 0.248q) = 45 - 0.124q$$

$$(OK) = 0.5 \times (\sigma'_1 + \sigma'_3) = 0.5 \times (270 + 0.308q) = 135 + 0.154q$$

$$\sin\phi = (AK)/(OK) \rightarrow \dots \rightarrow q = 480 \text{ kPa}$$

Σημείωση: Αν $\Delta\sigma_r = 0$, τότε $\sigma'_3 = 90 \text{ kPa}$ = γνωστό σημείο, και θα λυνόταν και γραφικά...