
Θεωρία Συνόλων

Ασκήσεις
Χειμερινό Εξάμηνο 2020-2021

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Εφαρμοσμένων
Μαθηματικών και Φυσικών
Επιστημών



3ο Φυλλάδιο

Διδάσκων:
B. Γρηγοριάδης

Άσκηση 1.

- (i) Ορίστε μια 1-1 και επί συνάρτηση $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$.
- (ii) Δείξτε ότι κάθε πεπερασμένο γινόμενο $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \times \cdots \times \mathbb{R}^N$ είναι ισοπληθικό με το \mathbb{R} .

Άσκηση 2 (Πρόβλημα χ2.9). Δείξτε ότι το σύνολο $C([0, 1])$ όλων των **συνεχών** πραγματικών συναρτήσεων στο $[0, 1]$ είναι ισοπληθικό με το \mathbb{R} .

Υπόδειξη. Μια συνεχής συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ καθορίζεται από τις τιμές της στους ρητούς αριθμούς του $[0, 1]$.

Άσκηση 3. Δείξτε ότι $\mathbb{R} <_c ([0, 1] \rightarrow \mathbb{R}) = \mathbb{R}^{[0,1]}$ = το σύνολο όλων των συναρτήσεων $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.