

**ΣΝΜΜ Ασκήσεις στην Μαθηματική Ανάλυση
(Φυλ. 3)**

Ασκηση 1. Να αποδείξετε ότι, για κάθε φυσικό αριθμό n , ισχύει η ταυτότητα

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Ασκηση 2. Δείξτε ότι $1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = (n+1)^2$, για κάθε $n \in \mathbb{N}$. Μπορείτε να βρείτε μια γεωμετρική ερμηνεία της παραπάνω ισότητας;

Ασκηση 3. Χρησιμοποιώντας μαθηματική επαγωγή να αποδείξετε ότι, για κάθε φυσικό αριθμό n , ισχύει η ταυτότητα

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}.$$

Ασκηση 4. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του ορίου ακολουθίας, να δείξετε ότι

$$\lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$$

Ασκηση 5. (i) Να δείξετε ότι

$$\lim \alpha_n = a \Leftrightarrow \lim(\alpha_n - a) = 0 \Leftrightarrow \lim |\alpha_n - a| = 0.$$

(ii) Να δείξετε $\lim \alpha_n = 0 \Leftrightarrow \lim |\alpha_n| = 0$.