

ΣΝΜΜ
Ασκήσεις στη Μαθηματική Ανάλυση
(4ο φυλλάδιο ασκήσεων)

Ασκηση 1. Αν $\lim a_n = a$ και $\lim b_n = b$, να δείξετε ότι $\lim(a_n + b_n) = a + b$.

Ασκηση 2. Να δείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό υπάρχει ακολουθία ρητών αριθμών που συγκλίνει σε αυτόν. (Υποδειξη: να χρησιμοποιήσετε την πυκνότητα)

Ασκηση 3. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}} \right).$$

Ασκηση 4. Έστω ότι $\lim a_n = \alpha > 0$. Να δείξετε ότι υπάρχει $n_0 \in \mathbb{N}$, τέτοιο ώστε $a_n > 0$, για κάθε $n \geq n_0$.

Ασκηση 5. Έστω a, b θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n}.$$