



Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Γεωτεχνικής
ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι

ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΑΣΕΩΝ-ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ
ΚΥΚΛΟΣ ΜΟΗΡ

Β.Ν. Γεωργιάννου, Α. Ζερβός
Καθηγήτρια, Επ. Καθ. Ε.Μ.Π.

Μηχανική συμπεριφορά εδαφών

Προέλευση και φύση του εδάφους

- Μη-συνεκτικά κοκκώδη υλικά (άμμος και ιλύς)
- Αργιλικά ορυκτά
- Δομή εδάφους (μικροδομή, μακροδομή)
- Αναγνώριση εδάφους στο πεδίο

Εργαστηριακές δοκιμές ταξινόμησης εδαφών

- Καμπύλες κοκκομετρικής διαβάθμισης
- Όρια υδαρότητας, πλασιμότητας, συρίκνωσης

Εδαφικές ιδιότητες

e , w , S_r , γ , G_s

Είδαμε: μεθόδους

κατάταξης

εδαφών

Στόχος μας είναι να δούμε την ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ των εδαφών π.χ. ο μηχανικός ενδιαφέρεται για την σχέση τάσεων-παραμορφώσεων δηλ. πώς μεταφέρονται τα φορτία στο έδαφος και το μέγεθος των παραμορφώσεων που αναπτύσσονται λόγω της φόρτισης

Τάσεις στο έδαφος

1. Τάσεις σε συνεχή μέσα

- Θεωρία ελαστικότητας
- Σχέσεις τάσεων παραμορφώσεων

2. Τάσεις σε ασυνεχή μέσα (έδαφος με κόκκους/πλακίδια)

- Ορθές και διατμητικές τάσεις μέσα σε εδαφικό στοιχείο λόγω επιβαλλόμενης ορθής κατακόρυφης τάσης
- Κύκλος Mohr

3. Υπολογισμός τάσεων που ασκούνται σε ένα εδαφικό στοιχείο κάτω από την επιφάνεια του εδάφους

4. Η θεμελιώδης έννοια της 'ενεργού τάσης' στο έδαφος

5. Μέθοδος υπολογισμού κατακόρυφων ολικών τάσεων, πίεσης πόρων και κατακόρυφης ενεργού τάσης εδαφικού στοιχείου, για διάφορες συνθήκες φόρτισης στο έδαφος

- 5.1 Γεωστατικές τάσεις (λόγω βάρους υπερκειμένου εδάφους)
- 5.2 Εμποδιζόμενης πλευρικής παραμόρφωσης (λόγω εκτεταμένης ομοιόμορφης φόρτισης)
- 5.3 Επίπεδης παραμόρφωσης (λόγω φόρτισης μεγάλου μήκους σε μία διεύθυνση)
- 5.4 Τάσεις στο έδαφος λόγω σημειακού επιφανειακού φορτίου

Επιβαλλόμενες τάσεις σε συνεχή μέσα π.χ. φόρτιση μεταλλικού κυλινδρικού δοκιμίου σε εφελκυσμό μέχρι την αστοχία (εργαστήριο υλικών)

τάση (σ)

Φορτίο/αρχική επιφάνεια δοκιμίου

- π. χ. χωρίς διόρθωση της επιφάνειας λόγω λέπτυνσής της κατά τη διάρκεια της φόρτισης του δοκιμίου σε εφελκυσμό

παραμόρφωση (ϵ)

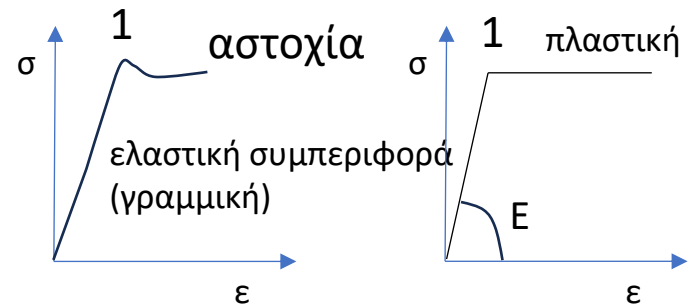
Μεταβολή μήκους / αρχικό μήκος, L

- $\epsilon = \Delta L / L$

δυστημσία (E)

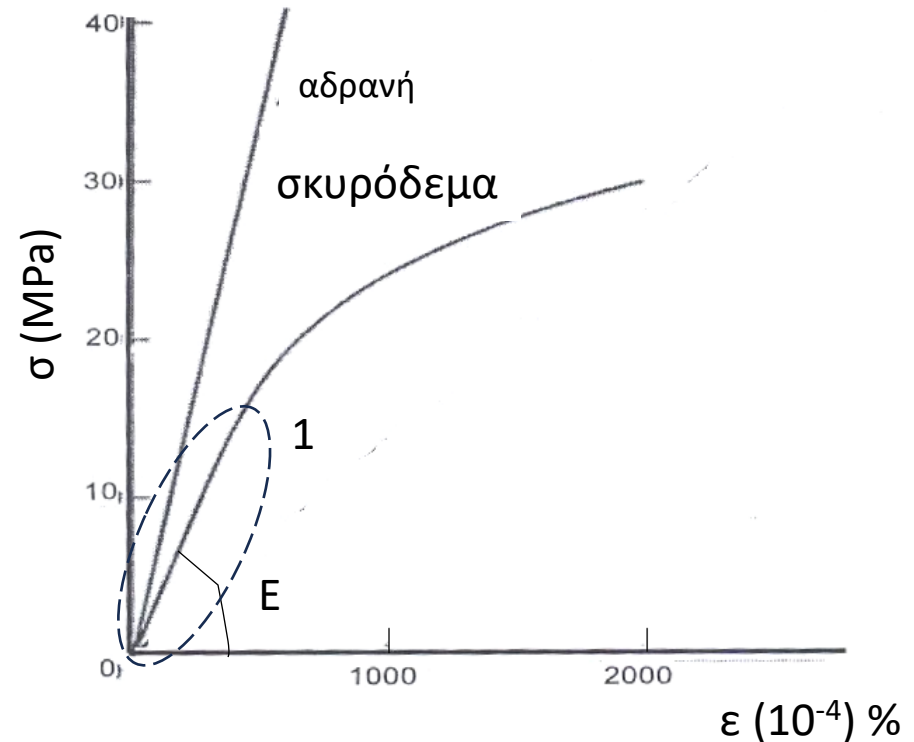
Σχέση τάσεων-παραμορφώσεων

- $E = \sigma / \epsilon$
- Ως το σημείο 1 (όριο διαρροής) η απόκριση είναι: γραμμική ελαστική με κλίση E και στη συνέχεια πλαστική με $E=0$



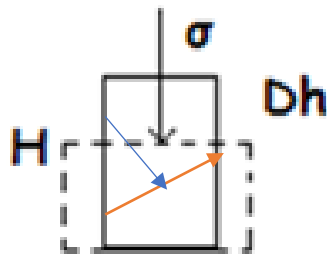
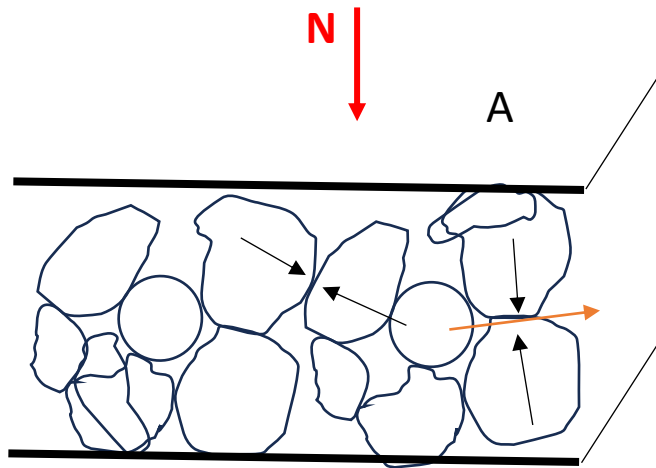
Το ΕΔΑΦΟΣ δεν ακολουθεί αυτή την ελαστική συμπεριφορά μέχρι το όριο διαρροής ούτε την πλαστική συμπεριφορά στη συνέχεια

Επιβαλλόμενες τάσεις σε ασυνεχή μέσα π.χ. φόρτιση δοκιμίου σκυροδέματος σε θλίψη (εργαστήριο υλικών)



1. Ελαστική φάση μέχρι περίπου το μισό του φορτίου αστοχίας
2. Φάση εμφάνισης ρηγματώσεων
3. Φάση αστάθειας των ρωγμών και αστοχία του δοκιμίου

Επιβαλλόμενες τάσεις σε ασυνεχή μέσα π.χ. φόρτιση εδαφικού δοκιμίου (στοιχείου) σε θλίψη



$$\epsilon = Dh/H$$

Παραμόρφωση ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΣΚΕΛΕΤΟΥ=αναδιάταξη των κόκκων λόγω επιβολής ορθής τάσης σ στο εδαφικό δοκίμιο (για ΞΗΡΟ ΕΔΑΦΟΣ)

1. Στο έδαφος οι τάσεις μεταδίδονται με τη μηχανική επαφή μεταξύ των κόκκων (πούλια διάλεξη 1).
2. Αντί να εστιάζουμε σε κάθε επαφή θεωρούμε το σύνολο των κόκκων/πλακιδίων σαν τον ΕΔΑΦΙΚΟ ΣΚΕΛΕΤΟ οπότε σε κάθε επιφάνεια υπολογίζουμε την τάση σαν το άθροισμα όλων των συνιστωσών των τάσεων επαφής των κόκκων που είναι κάθετες στην επιφάνεια.
3. Αφού μιλάμε για επιφάνειες πολύ μεγάλες σε σχέση με το μέγεθος των κόκκων, είναι χρησιμότερο να υπολογίσουμε μια «μέση τάση» διαιρώντας τη συνολική δύναμη με τη συνολική επιφάνεια. Άρα η τάση σ =ορθή δύναμη N στην επιφάνεια A /συνολική επιφάνεια A , είναι η τάση που αναλαμβάνει ο εδαφικός σκελετός για ξηρό έδαφος.

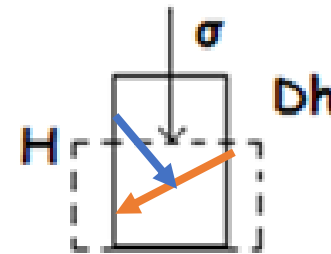
Ερωτήσεις:

- 1) Σε σχέση με το σκυρόδεμα
 - μέγεθος κατακόρυφης παραμόρφωσης?
 - μέγεθος οριζόντιας παραμόρφωσης?
- 2) Ανάμεσα στους κόκκους αναπτύσσονται **διατμητικές τάσεις** (βλ.διάλεξη 1)?
- 3) Αναπτύσσονται οριζόντιες τάσεις μέσα στο εδαφικό δοκίμιο?

Απαντήσεις

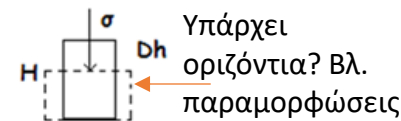
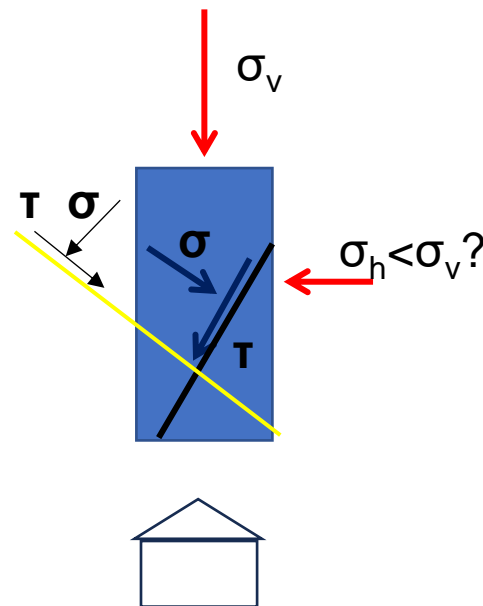
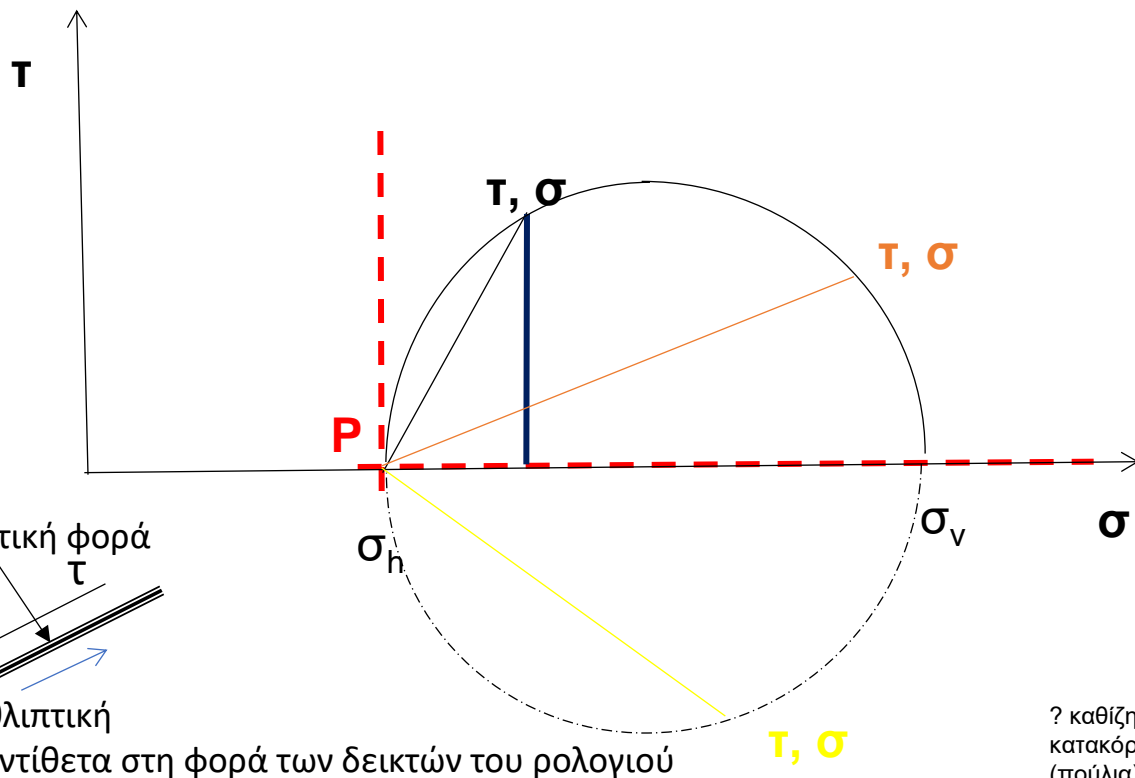
- 1) Αναδιάταξη εδαφικού σκελετού
 - μεγάλη κατακ.
 - μεγάλη οριζ.
- 2) ΝΑΙ. Ανάλογες της ορθής στη διεπιφάνεια (βλ. σχήμα)
- 3) ΝΑΙ (βλ. επόμενη διαφάνεια)

Τάσεις μέσα στο εδαφικό δοκίμιο λόγω επιβαλλόμενης ορθής κατακόρυφης και οριζόντιας τάσης



Καθώς ο σκελετός αναδιατάσσεται κατά τη φόρτιση σε οποδήποτε επίπεδο (τομή μιάς ομάδας κόκκων) αναμένεται η ανάπτυξη **ορθής** και **διατμητικής** τάσης

ΚΥΚΛΟΣ ΜΟHR

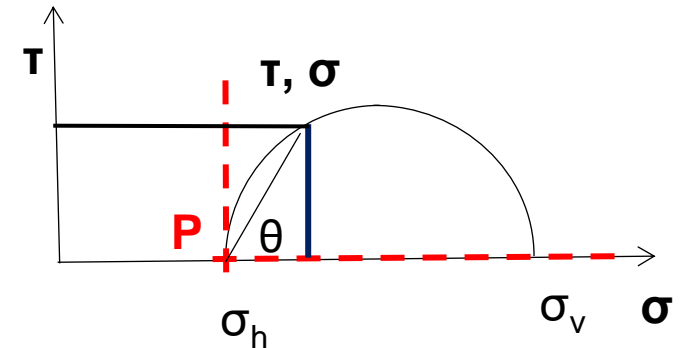
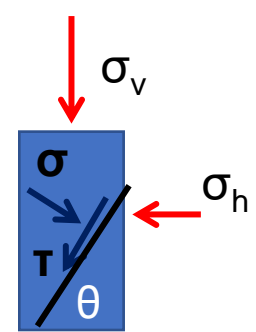


? καθίζηση υπό την επίδραση της βαρύτητας περισσότερες επαφές στην κατακόρυφο σε σχέση με την οριζόντιο, πολλές κατακόρυφες 'αλυσίδες' (πούλια) μικρότερες οριζόντιες τάσεις

Τάσεις μέσα στο εδαφικό στοιχείο

ΚΥΚΛΟΣ ΜΟHR

- Ο κύκλος Mohr είναι ο γεωμετρικός τόπος των συνδυασμών **ορθής** και **διατμητικής** τάσης, που ασκούνται σε οποιοδήποτε επίπεδο μέσα στο εδαφικό στοιχείο.
- Οι τιμές των τάσεων βρίσκονται αφού:
 1. κατασκευαστεί ο κύκλος χρησιμοποιώντας τις ΟΡΘΕΣ τάσεις, κατακόρυφη και οριζόντια, που επιβάλλονται στο εδαφικό στοιχείο, λόγω π.χ. μιάς κατασκευής στην επιφάνεια του εδάφους,
 2. προσδιορίζεται ο **ΠΟΛΟΣ, P**, ως η τομή των επιπέδων στα οποία ασκούνται οι επιβαλλόμενες τάσεις δηλ. του οριζόντιου (όπου ασκείται η κατακόρυφη τάση) και του κατακόρυφου (όπου ασκείται η οριζόντια τάση) βλ. διακεκομμένες γραμμές σχήματος (β).
 3. Για τυχαίο επίπεδο με κλίση θ ως προς την οριζόντιο φέρνουμε από το P ευθεία με κλίση θ ως προς τον οριζόντιο άξονα (δηλ. παράλληλη στο επίπεδο).
 4. Οι συντεταγμένες του σημείου τομής της ευθείας με την περιφέρεια του κύκλου είναι η ορθή, σ , και διατμητική, τ , τάση που ασκούνται στο εν λόγω επίπεδο ως αποτέλεσμα της εξωτερικής φόρτισης σ_v και σ_h και δίνονται αλγεβρικά από τις σχέσεις:



$$\sigma = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \sin 2\theta$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

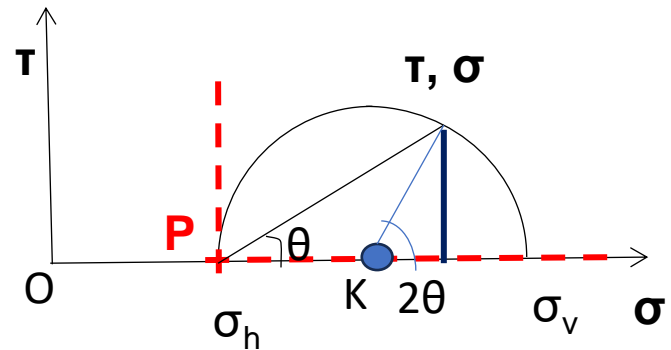
Να δειχθεί ότι: α) η ακτίνα του κύκλου Mohr $R=(\sigma_v-\sigma_h)/2$ και β) η απόσταση του κέντρου του από την αρχή των αξόνων OK είναι ίση με:

$$(\sigma_v+\sigma_h)/2$$

Επίσης, να αποδειχθούν οι σχέσεις για την ορθή και διατμητική τάση σε τυχαίο επίπεδο με κλίση θ ως προς τον οριζόντιο

$$\sigma = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \sin 2\theta$$

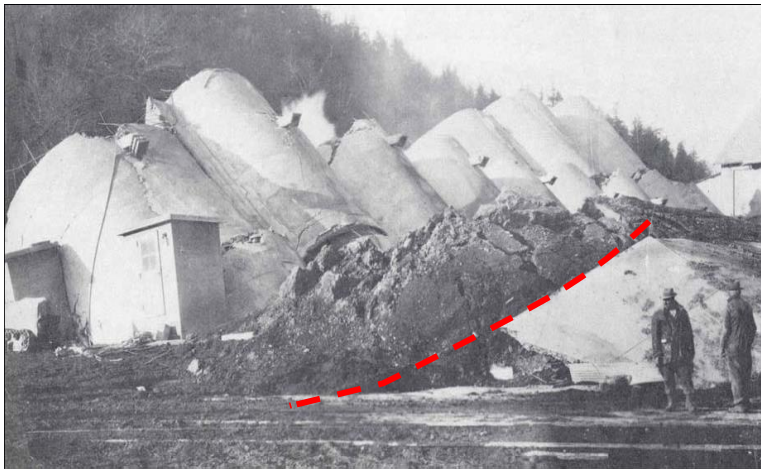
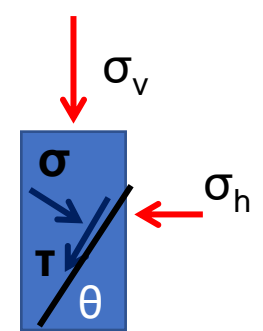


$$\sigma = OK + (\sigma_v - \sigma_h) / 2 * \cos 2\theta$$

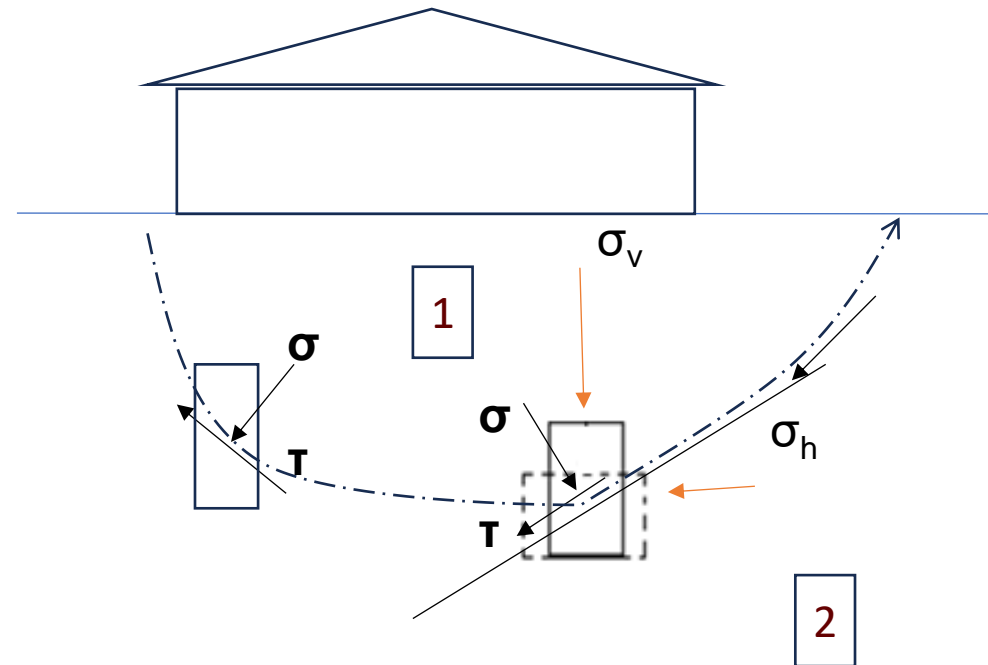
Τάσεις μέσα στο εδαφικό στοιχείο

ΚΥΚΛΟΣ ΜΟΗΡ

Γιατί μας ενδιαφέρουν οι τάσεις μέσα στο εδαφικό στοιχείο?



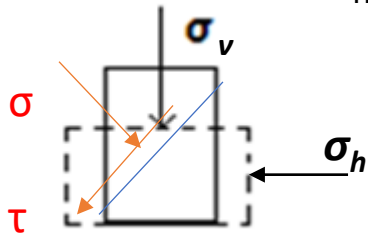
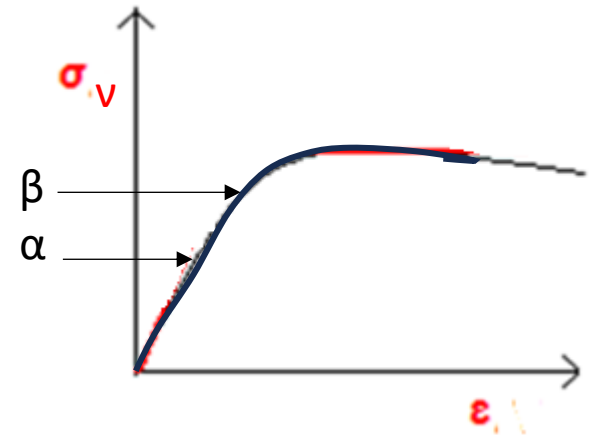
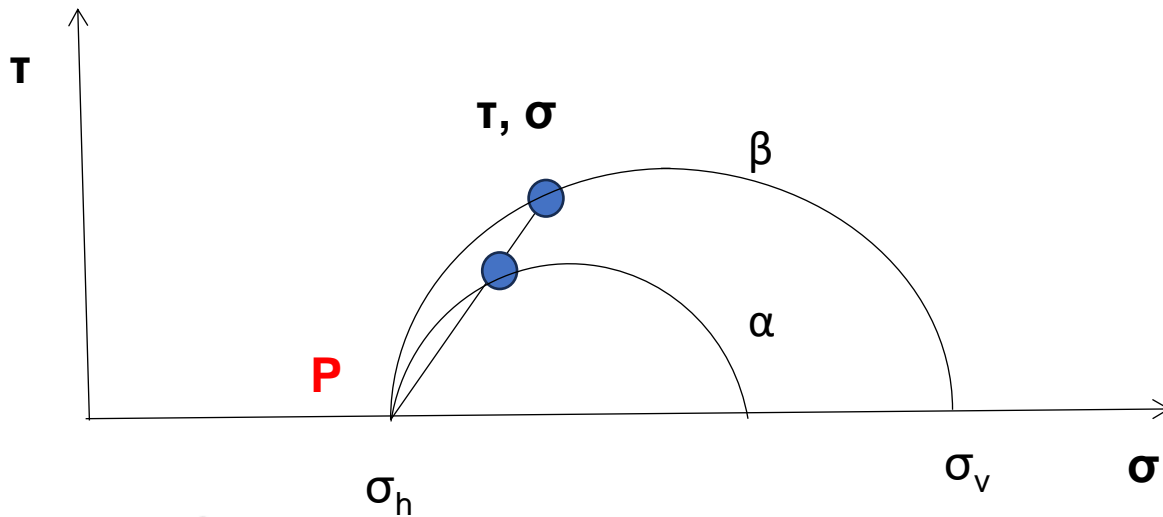
Εδαφική μάζα



Η αστοχία γίνεται κατά μήκος μιάς επιφάνειας αστοχίας που αποτελείται από σειρά εδαφικών στοιχείων δηλ. τα εδαφικά στοιχεία που αστοχούν οριοθετούν την επιφάνεια ή τον μηχανισμό αστοχίας

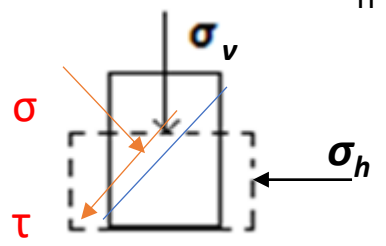
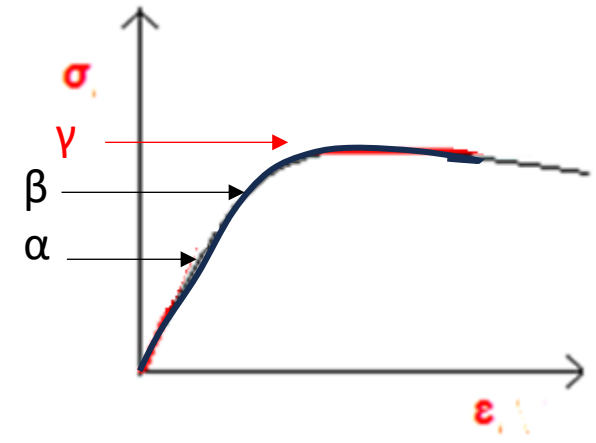
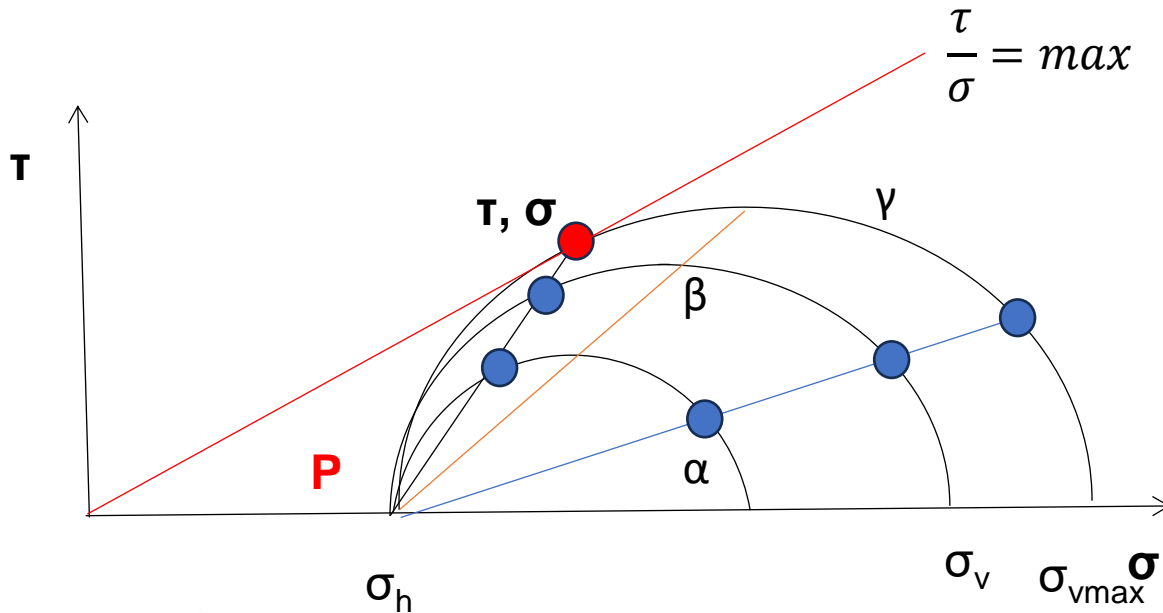
Ερώτηση: (α) τα εδαφικά στοιχεία 1 & 2 αστοχούν;
(β) έχουν ορθές και διατμητικές τάσεις, σ & τ ;

Κύκλοι Mohr κατά τη διάρκεια της φόρτισης



- Κατά τη διάρκεια της φόρτισης π.χ. θέσεις α , β τα ζεύγη ορθής και διατμητικής τάσης σε τυχαίο επίπεδο αλλάζουν
- Θεωρώντας την περίπτωση που αυξάνεται η επιβαλλόμενη κατακόρυφη σ_v , ενώ η οριζόντια σ_h τάση παραμένει περίπου σταθερή οι μπλε κουκίδες δείχνουν την ορθή και διατμητική τάση σε τυχαίο επίπεδο

Κύκλοι Mohr κατά τη διάρκεια της φόρτισης και κύκλος κατά την αστοχία ΝΟΜΟΣ ΜΟΗΡ-COULOMB



- (α,β) πριν την αστοχία
- (γ) αστοχία
- ΝΑΙ ΑΛΛΑ ΣΕ ΠΟΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ?
- ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΟΥ Ο ΛΟΓΟΣ τ/σ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΙΣΤΟΣ
- ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΗΝ ΤΟΜΗ ΜΕ ΤΗΝ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΠΟΥ ΞΕΚΙΝΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

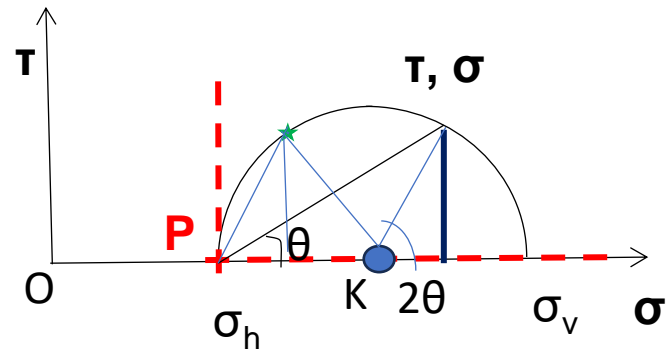
Να δειχθεί ότι: α) η ακτίνα του κύκλου Mohr $R=(\sigma_v-\sigma_h)/2$ και β) η απόσταση του κέντρου του από την αρχή των αξόνων OK είναι ίση με:

$$(\sigma_v+\sigma_h)/2$$

Επίσης, να αποδειχθούν οι σχέσεις για την ορθή και διατμητική τάση σε τυχαίο επίπεδο με κλίση θ ως προς τον οριζόντιο

$$\sigma = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \cos 2\theta$$

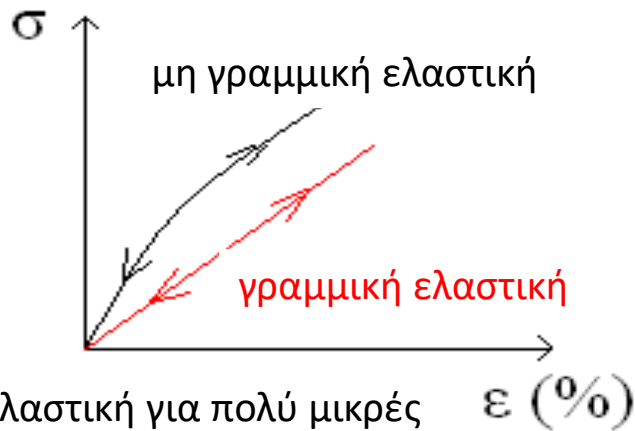
$$\tau = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \sin 2\theta$$



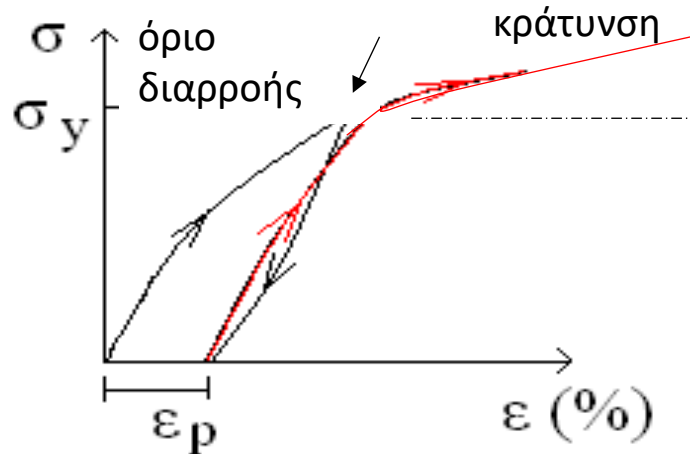
$$\sigma = OK + (\sigma_v - \sigma_h)/2 * \cos 2\theta$$

$$(\beta) OK = \sigma_v - (\sigma_v - \sigma_h)/2 = (\sigma_v + \sigma_h)/2$$

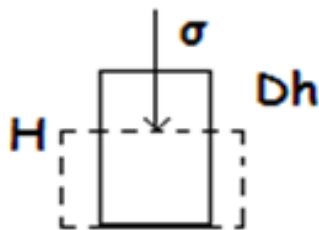
Ελαστοπλαστική συμπεριφορά εδάφους



Ελαστική για πολύ μικρές παραμορφώσεις <0.01%

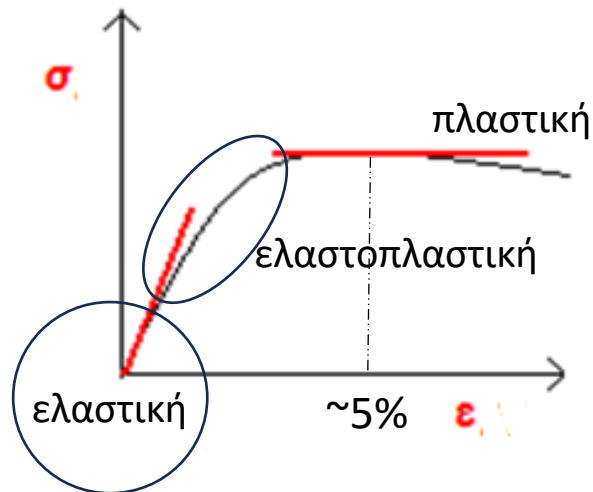


ε_p : πλαστική παραμόρφωση



$$E = \sigma / \varepsilon,$$

$$\varepsilon = Dh / H$$



Συνεχής μεταβολή (μείωση) της εδαφικής δυσμησίας, E
 E =εφαπτόμενη της καμπύλης τάσεων-παραμορφώσεων

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Τα αποτελέσματα δοκιμής θλίψης εδαφικού δοκιμίου υπό σταθερή οριζόντια τάση, σ_h , και αυξανόμενη κατακόρυφη τάση, σ_v , (δοκιμή τριαξονικής θλίψης) δίνονται στον πίνακα όπου στην κάθε τάση αντιστοιχεί μια μετακίνηση. Ζητούται: 1) να σχεδιαστεί η σχέση κατακόρυφης τάσης-παραμόρφωσης αν το αρχικό ύψος του δοκιμίου είναι 80mm. 2) Η τιμή της σ_v κατά την αστοχία. Αν $\sigma_h = 200\text{kPa}$ να σχεδιαστεί ο κύκλος του Mohr κατά την αστοχία και να βρεθεί η ορθή και διατμητική τάση τ , σ στο επίπεδο αστοχίας. 3) Να βρεθεί η οριζόντια παραμόρφωση κατά την αστοχία αν το δοκίμιο είναι κυλινδρικό με αρχική διάμετρο 40mm και ο όγκος του μειώνεται κατά 10cc κατά τη διάρκεια της δοκιμής.

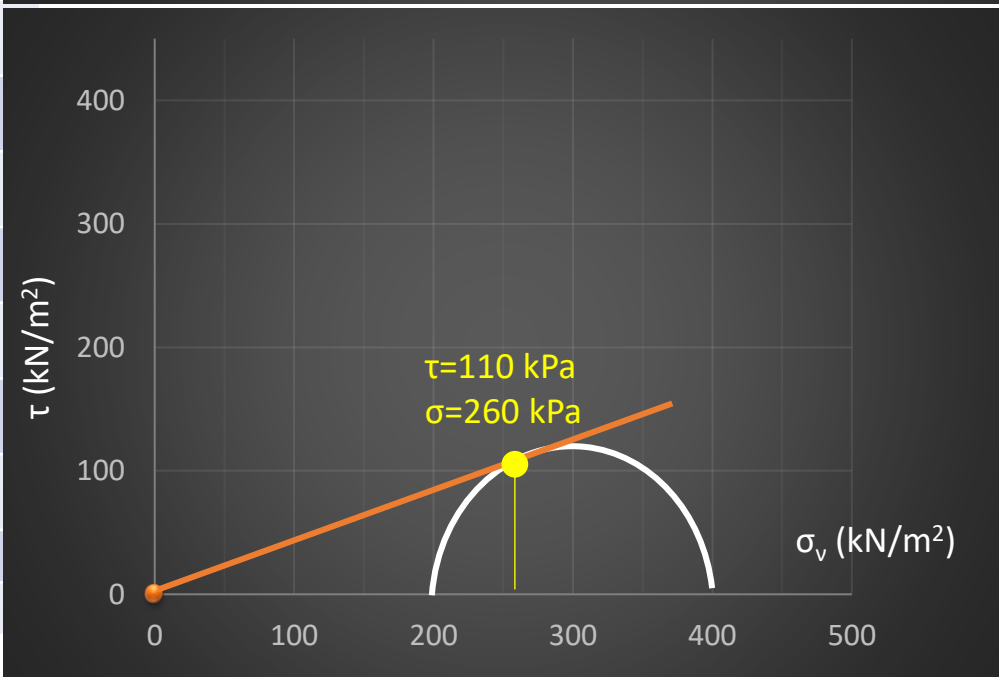
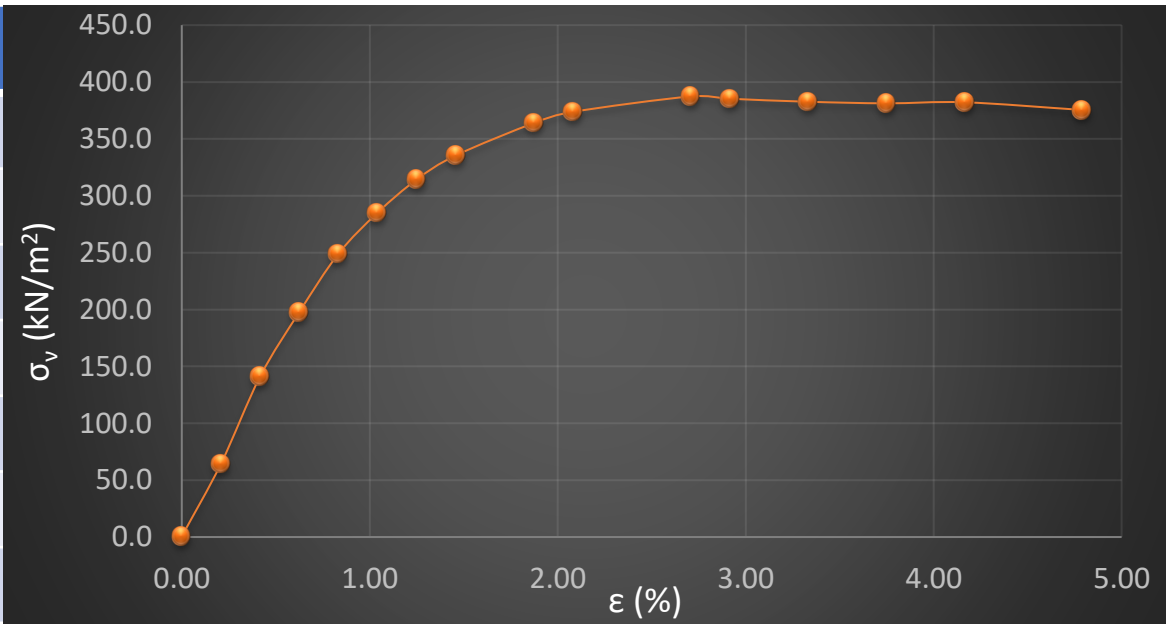
$$\begin{aligned}H_0 &= 8\text{cm} \\ D_0 &= 4\text{cm} \\ V_0 &= H_0 * \pi D_0^2 / 4 = 100.5\text{cc} \\ V_f &= 90\text{cc}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_v &= \Delta H / H_0 \\ \epsilon_h &= \Delta D / D_0\end{aligned}$$

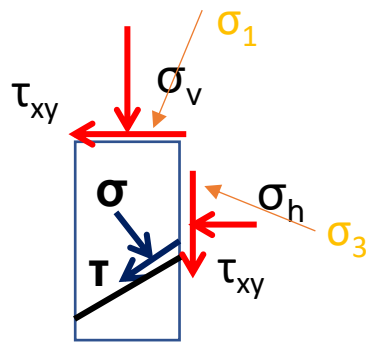
$$\begin{aligned}H_f &= 8 - 0.38\text{cm} = 7.62\text{cm} \\ V_f &= 7.62 * \pi D_f^2 / 4 = 90\text{cc} \rightarrow D_f = 3.9\text{cm}\end{aligned}$$

$$\epsilon_h = (4 - 3.9) / 4 * 100 = 3\%$$

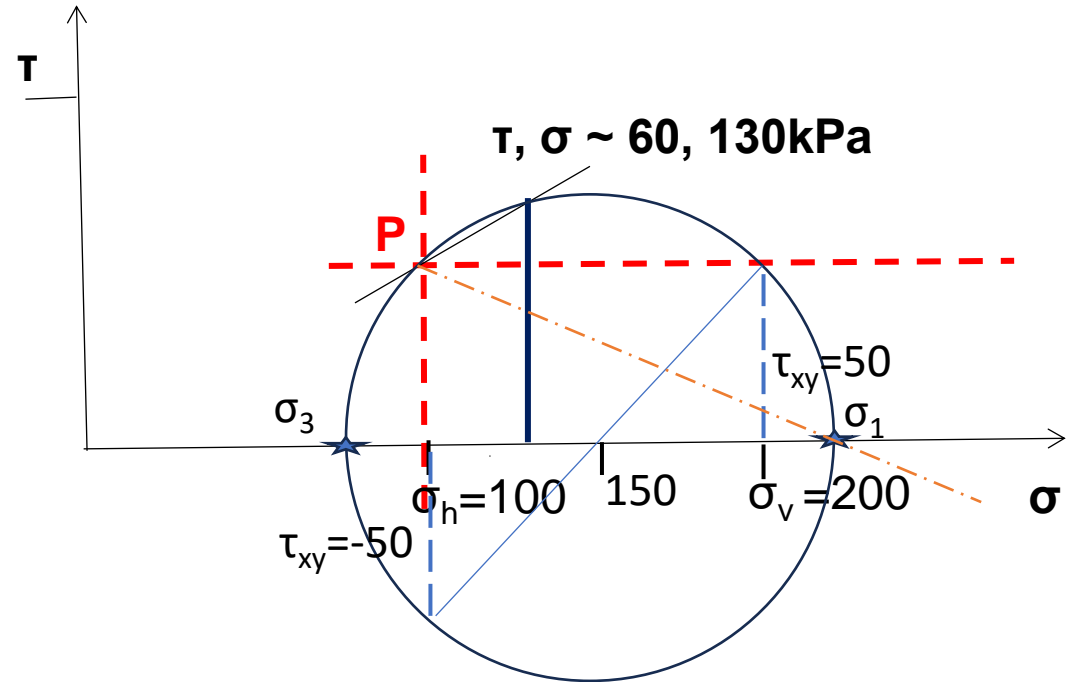
δH (cm)	σ_v (kN/m ²)	$\varepsilon = \delta H / H_0 \%$
0	0.57	0.00
0.0167	64.40	0.21
0.0333	141.09	0.42
0.05	197.72	0.63
0.0667	249.04	0.83
0.083	285.15	1.04
0.1	314.35	1.25
0.117	335.51	1.46
0.15	364.06	1.88
0.167	373.84	2.08
0.217	387.34	2.71
0.233	385.30	2.92
0.267	382.67	3.33
0.3	381.28	3.75
0.333	382.17	4.17
0.383	375.44	4.79



ΕΦΑΡΜΟΓΗ



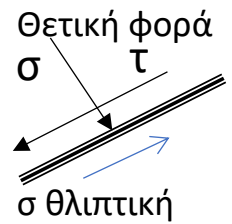
Εάν στο εδαφικό στοιχείο εκτός από την κατακόρυφη $\sigma_v=200\text{kPa}$ και οριζόντια τάση $\sigma_h=100\text{kPa}$ ασκείται και μία διατμητική τάση $\tau_{xy}=50\text{kPa}$ ζητείται: α) να σχεδιαστεί ο κύκλος Mohr, β) να υπολογιστούν οι τάσεις στο επίπεδο με $\theta=30^\circ$ ως προς την οριζόντιο και γ) να υπολογιστούν οι κύριες τάσεις



$$\sigma_1=150+R, \sigma_3=150-R$$

$$R=\{[(\sigma_v-\sigma_h)/2]^2+\tau_{xy}^2\}^{(1/2)}=70\text{kPa}$$

$$\sigma_1, \sigma_3=150+/-70=220, 80 \text{ kPa}$$



σ θλιπτική
τ αντίθετα στη φορά των δεικτών του ρολογιού