

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ - Συναρτήσεις μίας μεταβλητής

ΥΛΗ

Το σύνολο των πραγματικών αριθμών: Φυσικοί αριθμοί, αρχή του ελαχίστου και αρχή της επαγωγής. Ακέραιοι και ρητοί αριθμοί. Πραγματικοί αριθμοί: αρχή της πληρότητας, ανώτερο και κατώτερο πέρας. Πυκνότητα των ρητών και των αρρήτων στους πραγματικούς αριθμούς.

Ακολουθίες: Σύγκλιση ακολουθίας. Άλγεβρα των ορίων. Βασικά όρια και κριτήρια σύγκλισης ακολουθιών. Θεώρημα σύγκλισης μονότονων και φραγμένων ακολουθιών. Αναδρομικές ακολουθίες. Υπακολουθίες και θεώρημα Bolzano-Weierstrass. Ακολουθίες Cauchy.

Σειρές πραγματικών αριθμών: Ορισμοί. Κριτήριο συμπίκνωσης. Απόλυτη σύγκλιση. Κριτήρια σύγκλισης σειρών: κριτήρια σύγκρισης, κριτήριο του λόγου, κριτήριο της ρίζας. Κριτήριο του Dirichlet και κριτήριο Leibniz για εναλλάσσουσες σειρές.

Συνέχεια και όρια συναρτήσεων: Ορισμοί και αρχή της μεταφοράς. Ιδιότητες. Βασικά θεωρήματα για συνεχείς συναρτήσεις ορισμένες σε κλειστό διάστημα. Συνέχεια αντίστροφης συνάρτησης.

Παράγωγος: Ορισμός και κανόνες παραγωγίσης. Κανόνας της αλυσίδας. Παράγωγος αντίστροφης συνάρτησης. Θεώρημα Rolle και θεώρημα μέσης τιμής. Παράγωγος και μονοτονία. Κυρτές και κοίλες παραγωγίσιμες συναρτήσεις. Γενικευμένο θεώρημα μέσης τιμής του Cauchy, κανόνας του l'Hospital.

Βασικές συναρτήσεις: Ο αριθμός e , εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση, τριγωνομετρικές και αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις.

Ολοκλήρωμα Riemann: Ορισμός. Κριτήριο Riemann και ιδιότητες του ολοκληρώματος. Θεμελιώδη θεωρήματα του Απειροστικού Λογισμού.

Γενικευμένα ολοκληρώματα: Ορισμός. Κριτήριο του ολοκληρώματος για τη σύγκλιση σειρών.

Θεώρημα Taylor και δυναμοσειρές: Πολυώνυμο Taylor, Θεώρημα Taylor για το υπόλοιπο. Σειρές Taylor για τις βασικές συναρτήσεις. Δυναμοσειρές: διάστημα σύγκλισης, θεώρημα παραγωγίσης δυναμοσειρών, ολοκλήρωση δυναμοσειρών.

Τεχνικές ολοκλήρωσης: Ολοκλήρωση με αντικατάσταση, ολοκλήρωση κατά παράγοντες, ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων.