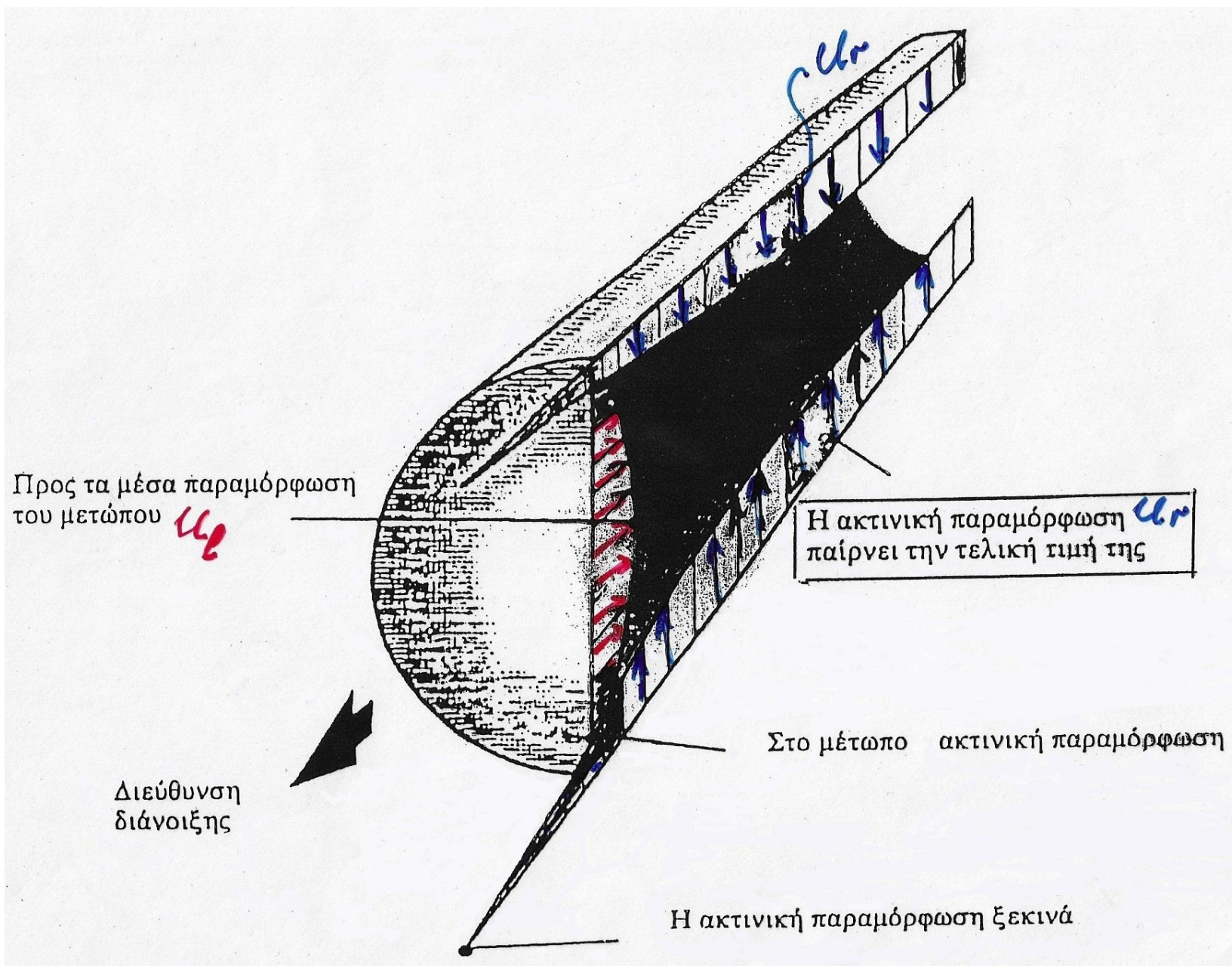


# ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ

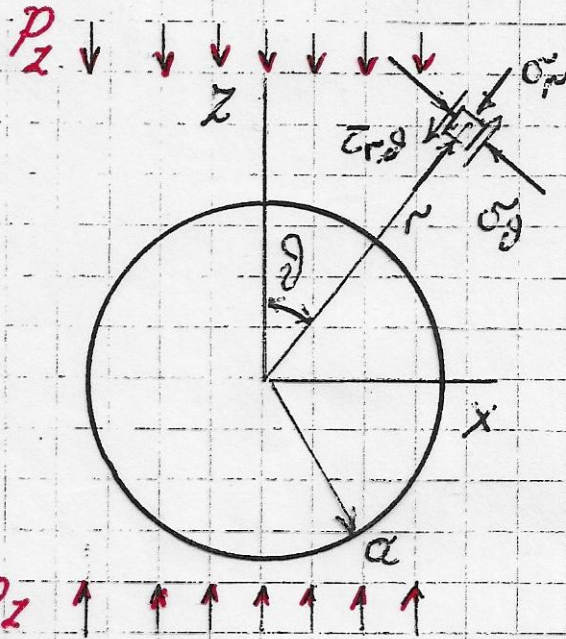
Βασίλειος Παπαδόπουλος

# **ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΕΙΣ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΣΗΡΑΓΓΑ**

# ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΝΟΙΞΗ ΣΗΡΑΓΓΑΣ



# ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ

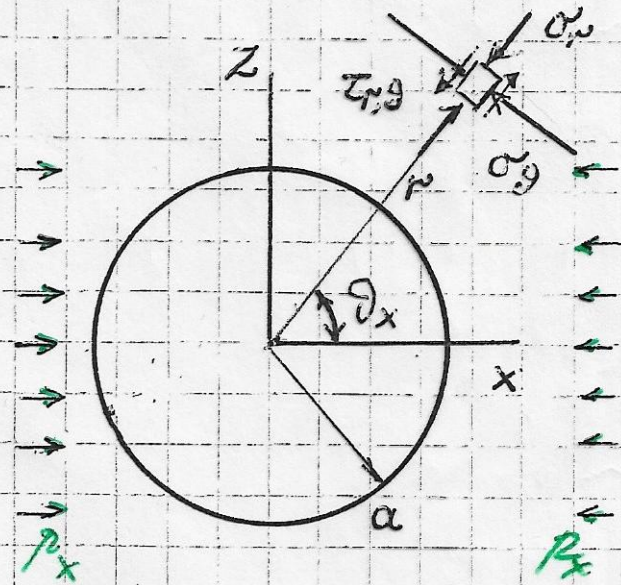


ΦΟΡΤΙΣΗ  $\phi_1$   
(ΒΑΣΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΙΩΣΗ)

$$p_z = p_0, \quad p_x = 0$$

$$\theta_x = \pi/2 - \theta$$

ΤΕΛΙΚΗ ΕΝΤΑΣΗ:  $\Phi = \phi_1 + \phi_2$



ΦΟΡΤΙΣΗ  $\phi_2$

$$p_x = k p_0 = k p_0$$

$$p_z = 0$$

# ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ

ΕΠΙΛΥΣΗ Φ1:

$$\sigma_r = \frac{p_z}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p_z}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_z}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{p_z}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r,\theta} = -\frac{p_z}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta$$

$$(p_z = p_0)$$

# ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ

ΕΠΙΛΥΣΗ Φ2:

$$\sigma_r = \frac{p_x}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p_x}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta_x$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_x}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{p_x}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta_x$$

$$\tau_{r,\theta} = -\frac{p_x}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta_x$$

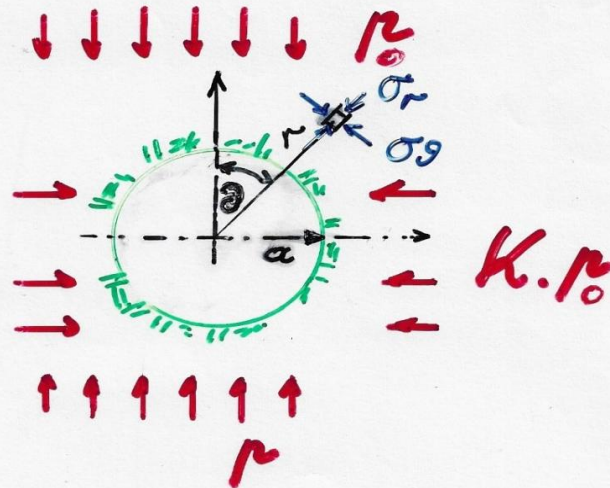
( $p_x = K \rho_0$ )

$$\theta_x = \frac{\pi}{2} - \vartheta \Rightarrow \cos 2\theta_x = -\cos 2\vartheta$$

$$\sin 2\theta_x = +\sin 2\vartheta$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

# ΤΕΛΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ



$$\sigma_r = \frac{p_0}{2} \left[ (1+\kappa) \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + (1-\kappa) \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

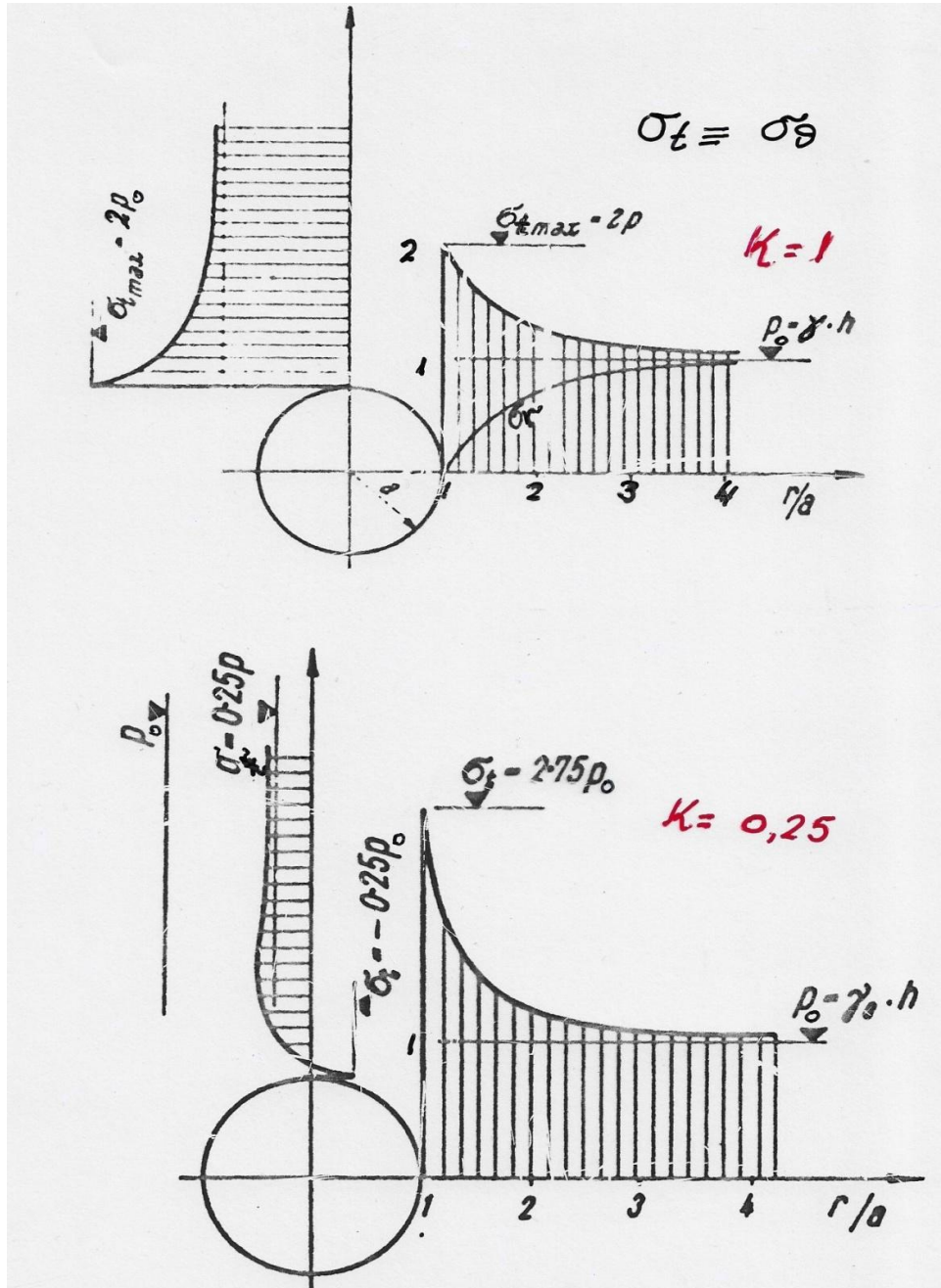
$$\sigma_\theta = \frac{p_0}{2} \left[ (1+\kappa) \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - (1-\kappa) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right]$$

$$\tau_{r,\theta} = -\frac{p_0}{2} \left[ (1-\kappa) \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \right]$$

$$u_r = \frac{p_0 \cdot a^2}{4 \cdot G \cdot r} \left[ (1+\kappa) + (1-\kappa) \left\{ 2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right\} \cos 2\theta \right]$$

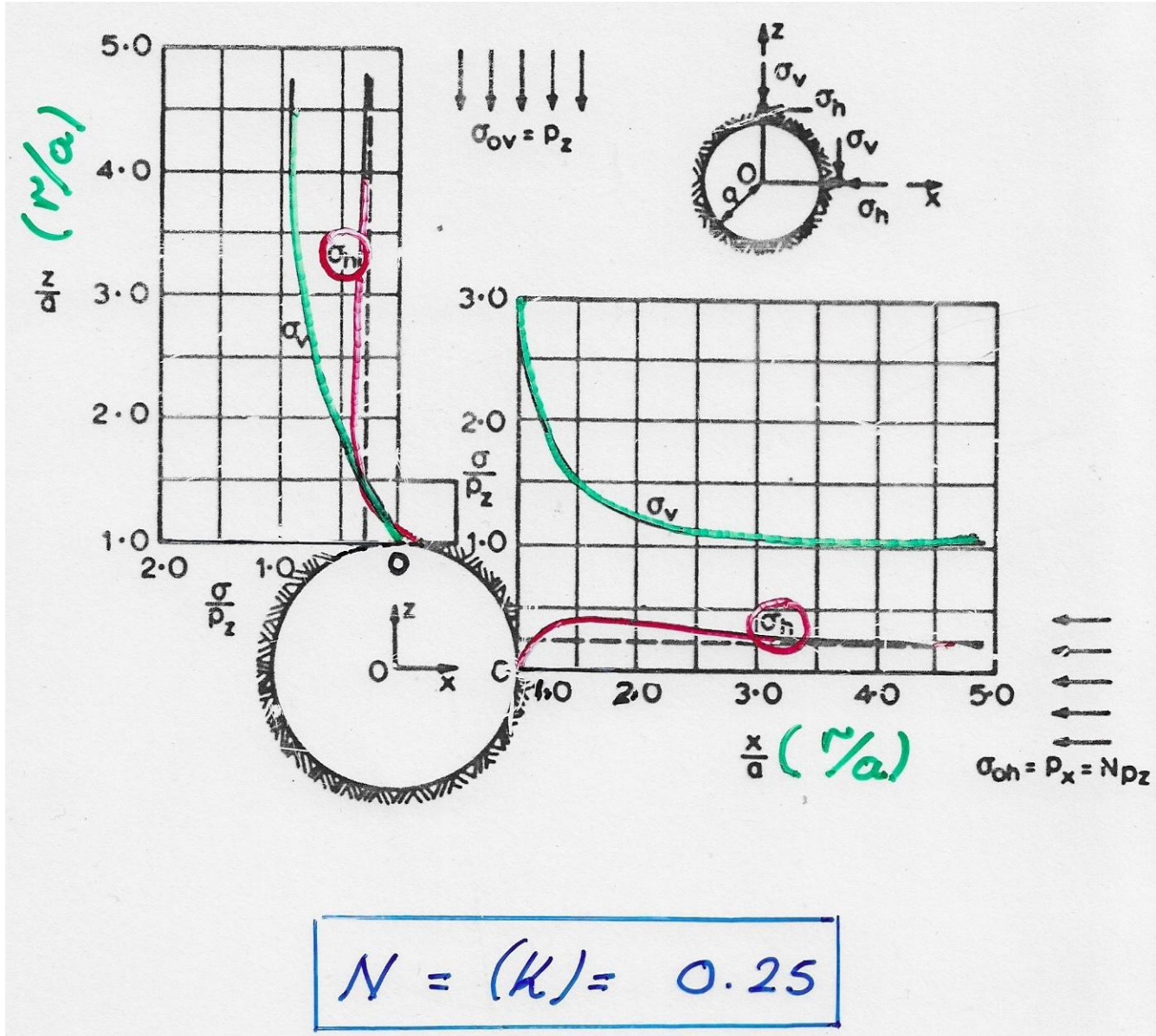
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

# ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΤΑΣΕΩΝ

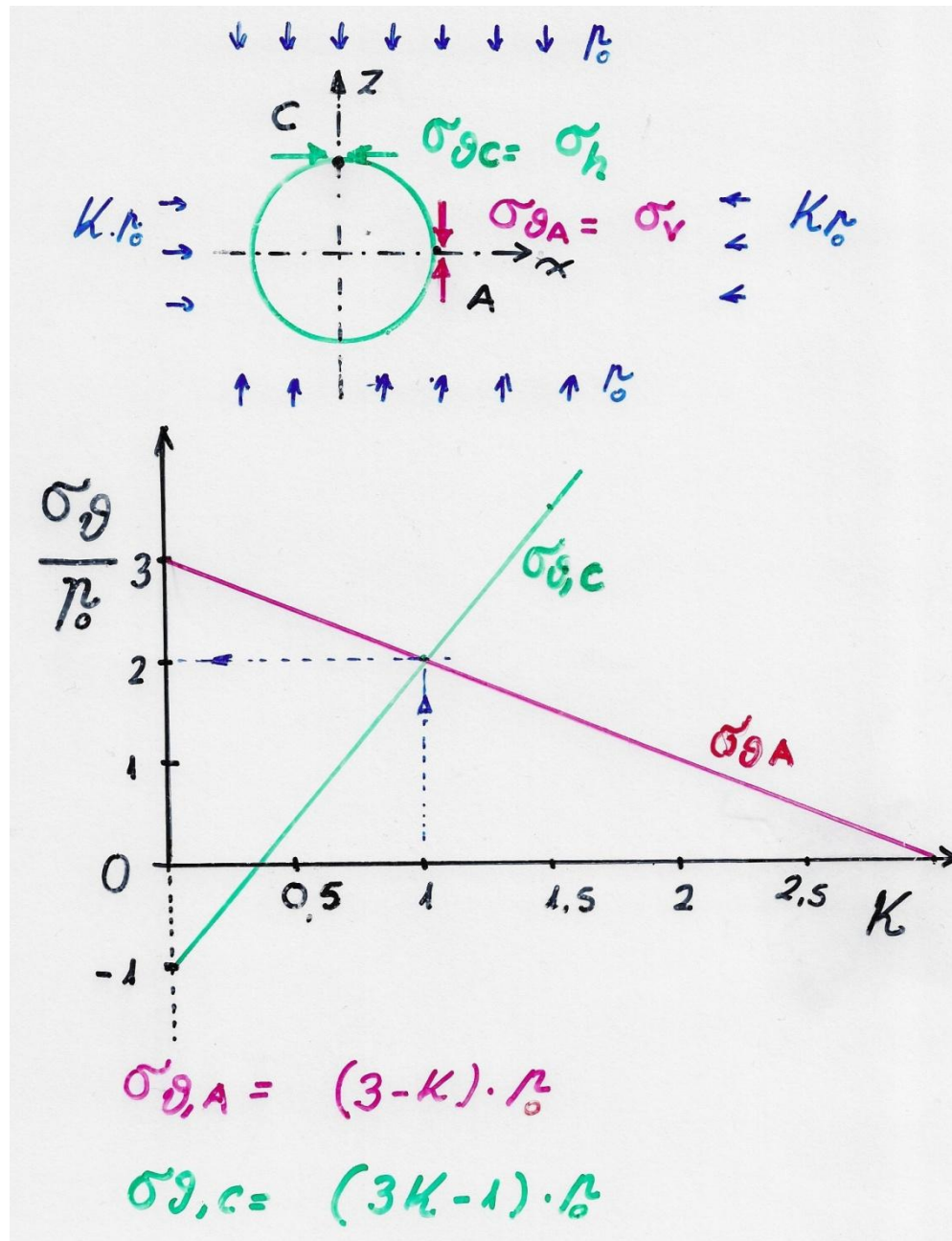




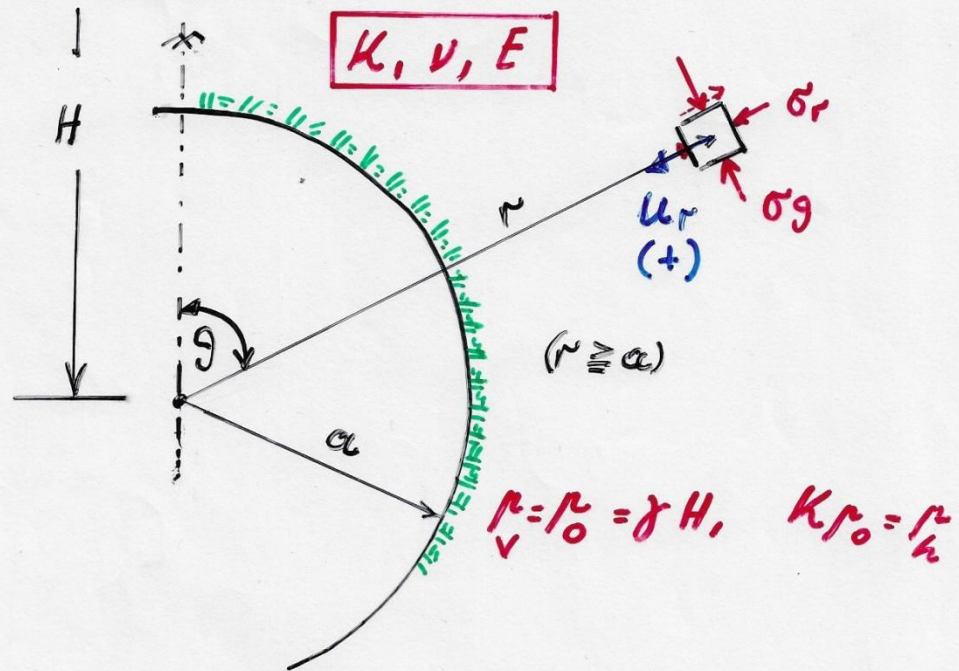
# ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΤΑΣΕΩΝ



# ΑΚΡΑΙΕΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ



# ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ



$$u_r = \frac{\rho_0 \cdot a^2 (1+\nu)}{2 \cdot E \cdot r} \left[ (1+\kappa) + (1-\kappa) \left\{ 2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right\} \cos 2\theta \right]$$

Γιὰ όριον: ( $r=a$ )

$$u_r = \frac{\rho_0 \cdot a \cdot (1+\nu)}{2 \cdot E} \left[ (1+\kappa) + (1-\kappa)(3-4\nu) \cos 2\theta \right]$$

Για  $\kappa=1$ :  $u_r = \frac{\rho_0 \cdot a (1+\nu)}{E}$

# ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ

Για  $r=a$  (άντυα σήραγγας):

$$u_r = \frac{(1+\nu) \cdot \rho_0 \cdot a}{2 \cdot E} \left[ (1+\kappa) + (1-\kappa) \left\{ 2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right\} \cos 2\vartheta \right]$$

Για  $\kappa=1$ :

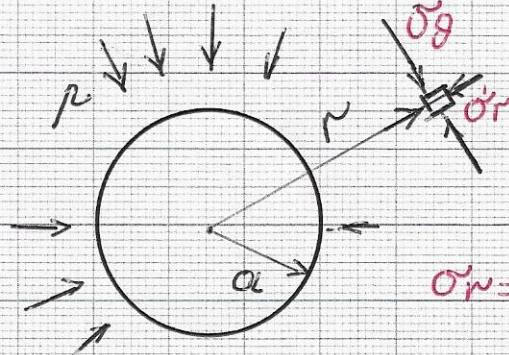
$$u_r = \frac{(1+\nu) \cdot \rho_0 \cdot a}{E}$$

$$\rho_0 (\text{ή } p) = \gamma \cdot H$$

Για  $\kappa=0$ :

$$u_r = \frac{(1+\nu) \cdot \rho_0 \cdot a}{2E} \left[ 1 + (3-4\nu) \cos 2\vartheta \right]$$

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ



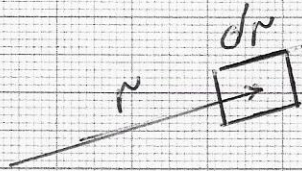
$$\kappa = 1$$

Αρχικό ενταξικό πεδίο

$$p_0 \text{ (ή } p)$$

$$\sigma_r = p_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = p_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$$



$$\frac{\Delta dr}{dr} = \frac{\Delta \sigma_r - \nu \Delta \sigma_\theta}{E}$$

Τελικά:  $\sigma_r = p_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$

$$\sigma_\theta = p_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

Αρχικά:  $\sigma_r = p_0$

$$\sigma_\theta = p_0$$

Μεταβολή:  $\Delta \sigma_r = \left(-\frac{a^2}{r^2}\right) p_0$

$$\Delta \sigma_\theta = \left(+\frac{a^2}{r^2}\right) p_0$$

$$u_r = \int_{\infty}^a \Delta dr = \frac{1}{E} \int_{\infty}^a \left[ (1+\nu) \frac{a^2}{r^2} \right] \cdot dr =$$

$$= \frac{-p_0(1+\nu) \cdot a^2}{E} \int_{\infty}^a \frac{1}{r^2} \cdot dr = \frac{p_0 \cdot (1+\nu) \cdot a}{E}$$

# ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΒΡΑΧΟΜΑΖΑΣ

$$E = \sqrt{\frac{\sigma_{c,i}}{100}} \cdot 10^{\frac{GSI-10}{40}} \quad (\text{Hoek})$$

$E$ : σε GPa

$\sigma_{c,i}$  σε MPa

Παράδειγμα:

$$\sigma_{c,i} = 50 \text{ MPa}, \quad GSI = 50$$

$$E = 7,07 \text{ GPa} = \underline{\underline{7.070 \text{ MPa}}}$$

# ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΒΡΑΧΟΜΑΖΑΣ

Κατά Serajim and Pereira (1983)

$$E_{rm} = 10^{((RMR-10)/40)}$$

Κατά Hoek et al (2002)

$$E_{rm} = (1 - D/2) \sqrt{\sigma_{ci}/100} \times 10^{((RMR-10)/40)}$$

( $\sigma_{ci}$  MPa,  $E_{rm}$  GPa,  $RMR \rightarrow GSI$ )

Κατά Hoek and Diedericks (2005)

$$E_{rm}(\text{MPa}) = 100.000 \left( \frac{1 - D/2}{1 + e^{((75+25D-GSI)/11)}} \right)$$

(Από του ασυμπίεση έξι όρων)

$$E_{rm} = E_i \left( 0.02 + \frac{1 - D/2}{1 + e^{((60+15D-GSI)/11)}} \right)$$

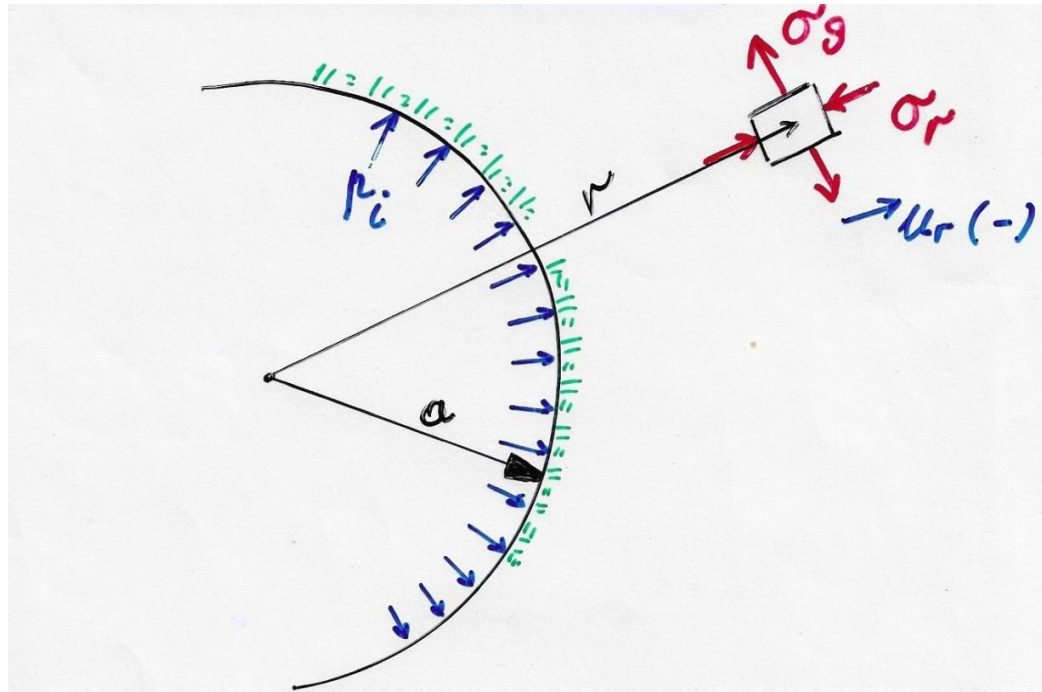
$E_i = (MR) \cdot \sigma_{ci}$

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ (MR) (Hoek and Diedrichs, 2005)

Rock type	Class	Group	Texture			
			Coarse	Medium	Fine	Very fine
Sedimentary	Clastic		Conglomerates 300-400 Breccias 230-350	Sandstones 200-350	Siltstones 350-400 Greywackes 350	Claystones 200-300 Shales 150-250 <sup>a</sup> Marls 150-200
	Non-clastic	Carbonates	Crystalline limestones 400-600	Sparitic limestones 600-800	Micritic Limestones 800-1000	Dolomites 350-500
		Evaporites		Gypsum (350) <sup>b</sup>	Anhydrite (350) <sup>b</sup>	
		Organic				Chalk 1000+
Metamorphic	Non-foliated		Marble 700-1000	Hornfels 400-700 Metasandstone 200-300	Quartzites 300-450	
	Slightly foliated		Migmatite 350-400	Amphibolites 400-500	Gneiss 300-750 <sup>a</sup>	
	Foliated <sup>a</sup>			Schists 250-1100 <sup>a</sup>	Phyllites/Mica Schist 300-800 <sup>a</sup>	Slates 400-600 <sup>a</sup>
Igneous	Plutonic	Light	Granite <sup>c</sup> 300-550 Granodiorite <sup>c</sup> 400-450	Diorite <sup>c</sup> 300-350		
		Dark	Gabbro 400-500 Norite 350-400	Dolerite 300-400		
	Hypabyssal			Porphyries (400) <sup>b</sup>	Diabase 300-350	Peridotite 250-300
	Volcanic	Lava		Rhyolite 300-500 Andesite 300-500	Dacite 350-450 Basalt 250-450	
		Pyroclastic	Agglomerate 400-600	Volcanic breccia (500) <sup>b</sup>	Tuff 200-400	



# ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ $p_i$



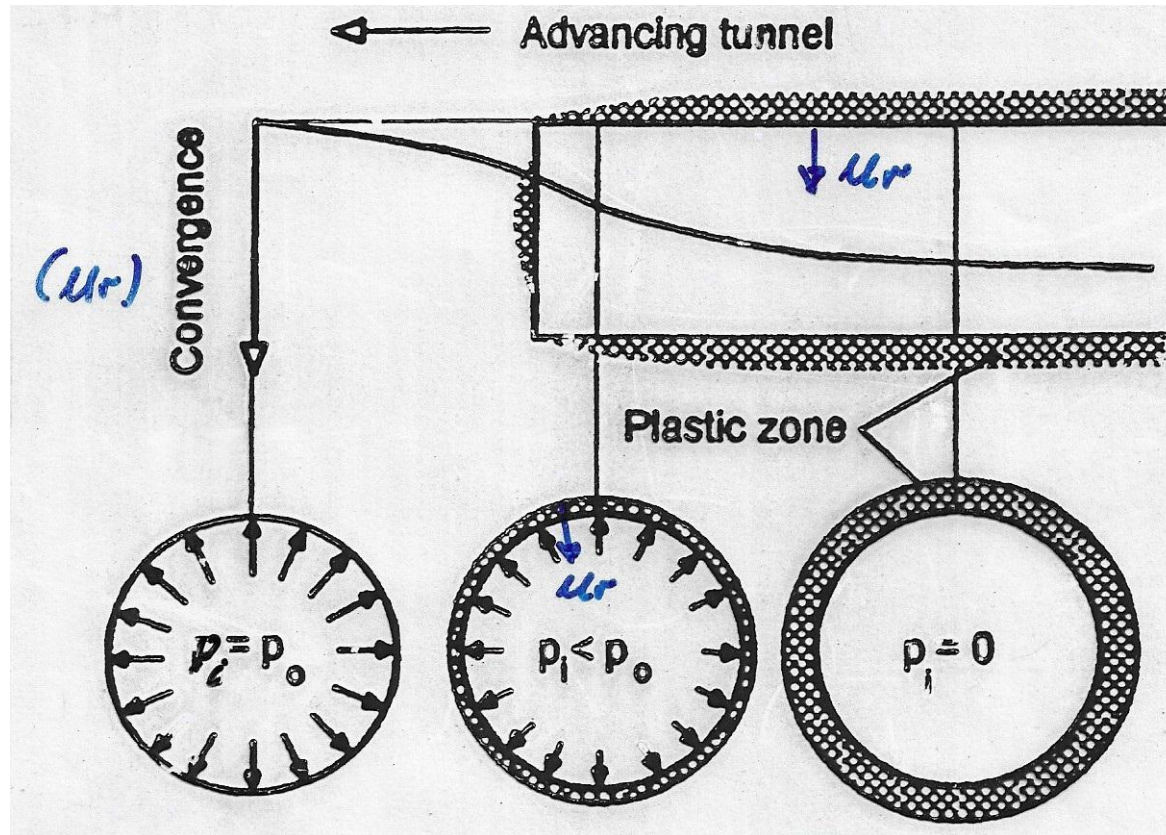
ΠΙΕΣΕΙΣ ΜΟΝΟΝ ΛΟΓΩ ΤΗΣ  $p_i$

$$\sigma_r = + p_i \frac{a^2}{r^2} \quad (\text{θλιπτική})$$

$$\sigma_\theta = - p_i \frac{a^2}{r^2} \quad (\text{έφελκυστική})$$

$$(u_r = - \frac{p_i a (1+\nu)}{E})$$

# ΠΡΟΣΟΜΙΩΜΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΠΙΕΣΗΣ



$$K = 1$$

# ΑΡΧΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ-ΑΠΟΤΟΝΩΣΗΣ

$$K=1$$

- Λόγω του αρχικού εκτατικού πεδίου  $P_0$ :

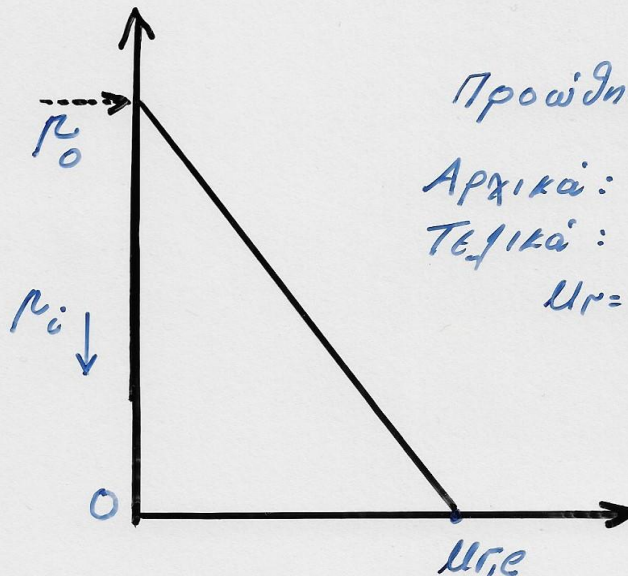
$$U_{r,0} = \frac{P_0 \cdot a \cdot (1+\nu)}{E}$$

- Λόγω της "απομένουσας" εσωτερικής πιέσεως,  $P_i$ :

$$U_{r,i} = - \frac{P_i \cdot a \cdot (1+\nu)}{E}$$

Συνολική ακτινική μετατόπιση:

$$U_r = U_{r,0} + U_{r,i} = \frac{(P_0 - P_i) \cdot a \cdot (1+\nu)}{E}$$

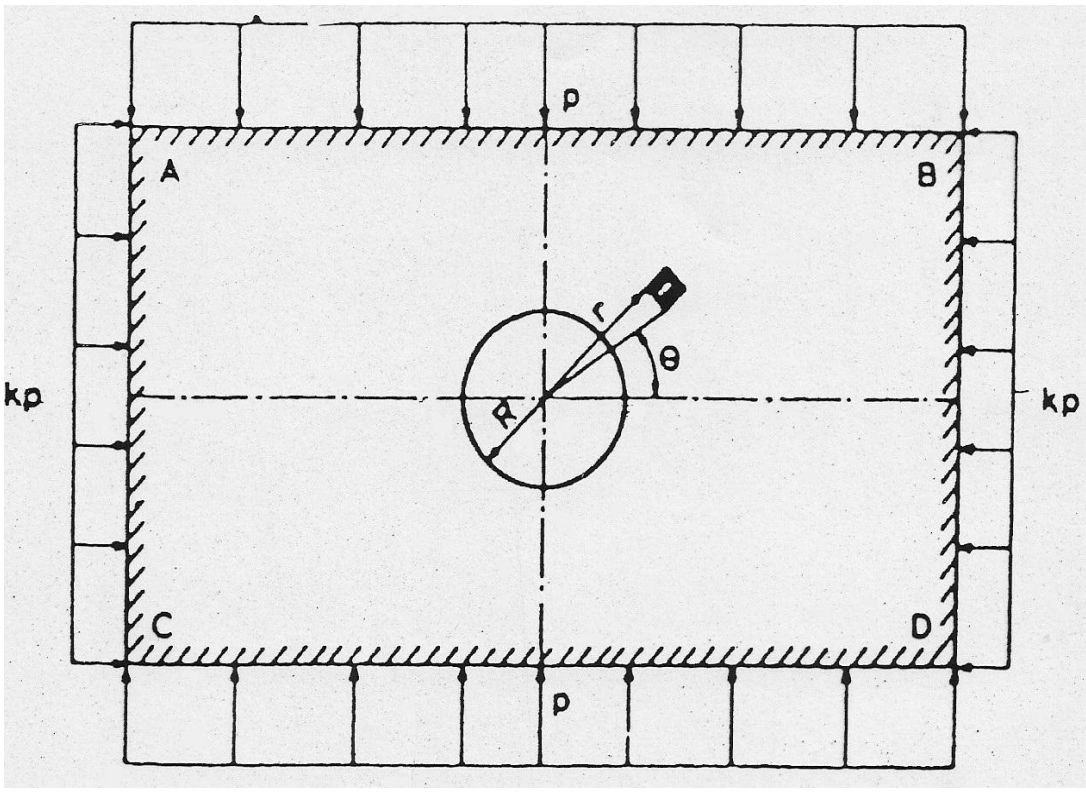


Προώθηση μετώπου,  $P_i \downarrow$

Αρχικά:  $P_i = P_0$ ,  $U_r = 0$

Τελικά:  $P_i = 0$

$$U_r = U_{r,e} = \frac{P_0 \cdot a \cdot (1+\nu)}{E}$$



$$M = \frac{E \cdot (1 - \nu)}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - \nu_c^2)}{(1 - \nu)} \cdot \frac{M}{E_c} \cdot \frac{D}{t}$$

$$F = \frac{1}{4} \cdot \frac{(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \cdot \frac{M}{E_c} \cdot \left(\frac{D}{t}\right)^3 \cdot (1 - \nu_c^2)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \left\{ (1 + K) \cdot \left[ 1 - \alpha_1 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right] - (1 - K) \cdot \left[ 1 - 3\alpha_2 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^4 - 4\alpha_3 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right] \cdot \cos 2\theta \right\}$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \left\{ (1 + K) \cdot \left[ 1 + \alpha_1 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right] + (1 - K) \cdot \left[ 1 - 3\alpha_2 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^4 \right] \cdot \cos 2\theta \right\}$$

$$\tau_{r,\theta} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot (1 - K) \cdot \left[ 1 + 3\alpha_2 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^4 + 2\alpha_3 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \right] \cdot \sin 2\theta$$

# ΒΟΗΘΗΤΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ

ΠΛΗΡΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑ (N.S.)

$$\alpha_1 = \frac{(1-2\nu) \cdot (C-1)}{(1-2\nu) \cdot C + 1}$$

$$\alpha_2 = \frac{(1-2\nu) \cdot (1-C) \cdot F - \frac{1}{2} \cdot (1-2\nu)^2 \cdot C + 2}{[(3-2\nu) + (1-2\nu) \cdot C] \cdot F + \left(\frac{5}{2} - 8\nu + 6\nu^2\right) \cdot C + 6 - 8\nu}$$

$$\alpha_3 = \frac{[1 + (1-2\nu) \cdot C] \cdot F - \frac{1}{2} \cdot (1-2\nu) \cdot C - 2}{[(3-2\nu) + (1-2\nu) \cdot C] \cdot F + \left(\frac{5}{2} - 8\nu + 6\nu^2\right) \cdot C + 6 - 8\nu}$$

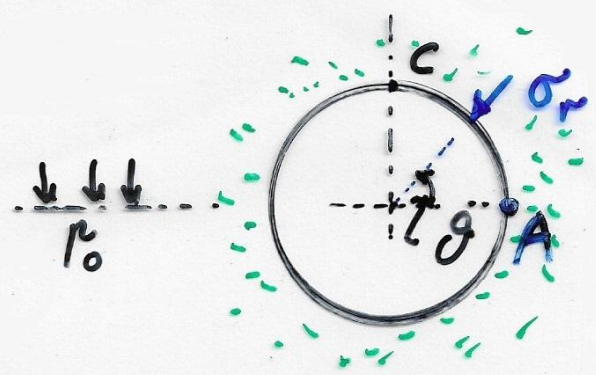
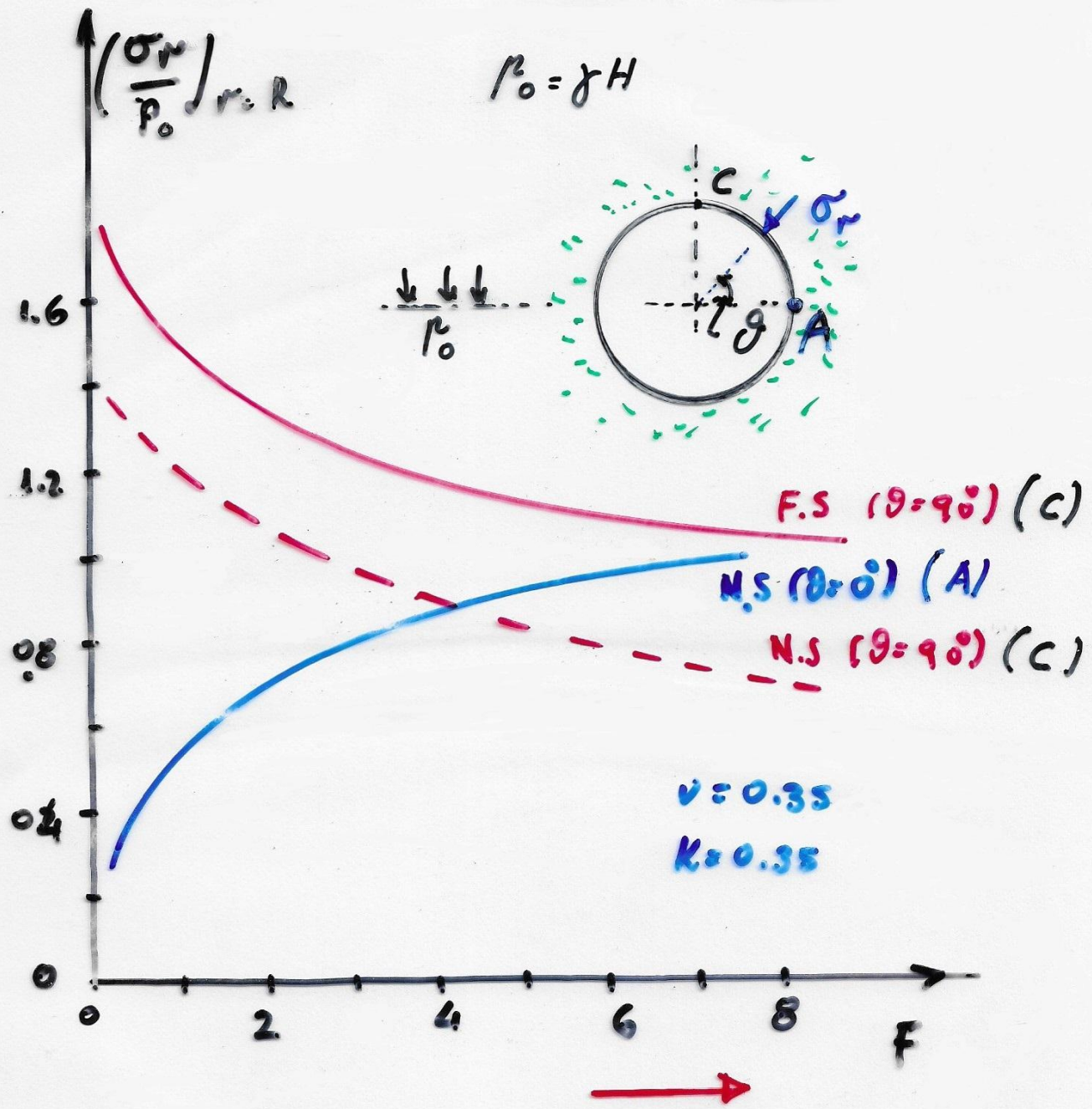
# ΒΟΗΘΗΤΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ

## ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗ (F.S.)

$$\alpha_1 = \frac{(1-2\nu) \cdot (C-1)}{(1-2\nu) \cdot C+1}$$

$$\alpha_2 = \frac{2F+1-2\nu}{2F+5-6\nu}$$

$$\alpha_3 = \frac{3F-1}{2F+5-6\nu}$$



αύξουσα Εύκαμπια

## ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

- Τόβειν στό όριον  $\nu = 2$ ,  $\kappa = 1$

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 (1 + \kappa) \left[ 1 - a_1 \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \rho_0 (1 + \kappa) \left[ 1 + a_1 \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right]$$

$$\text{ή} \quad \sigma_r = \rho_0 (1 - a_1)$$

$$\sigma_\theta = \rho_0 (1 + a_1)$$

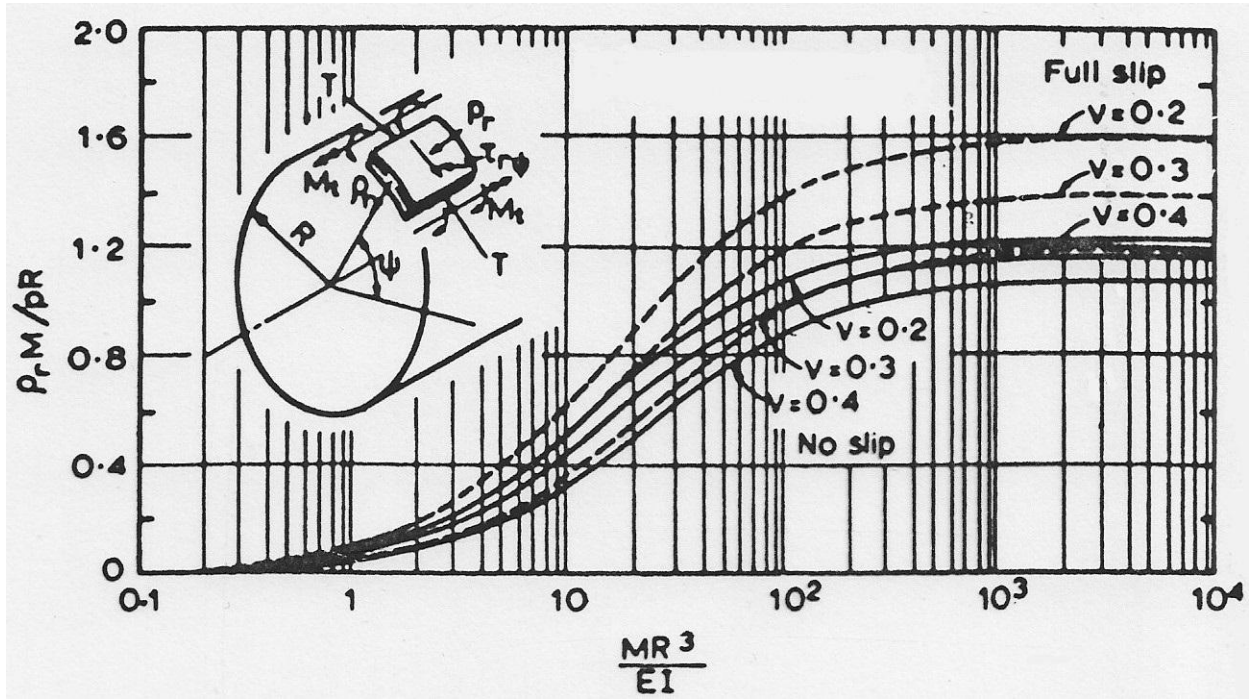
$$a_1 = \frac{(1 - 2\nu)(C - 1)}{(1 - 2\nu) \cdot C + 1}$$

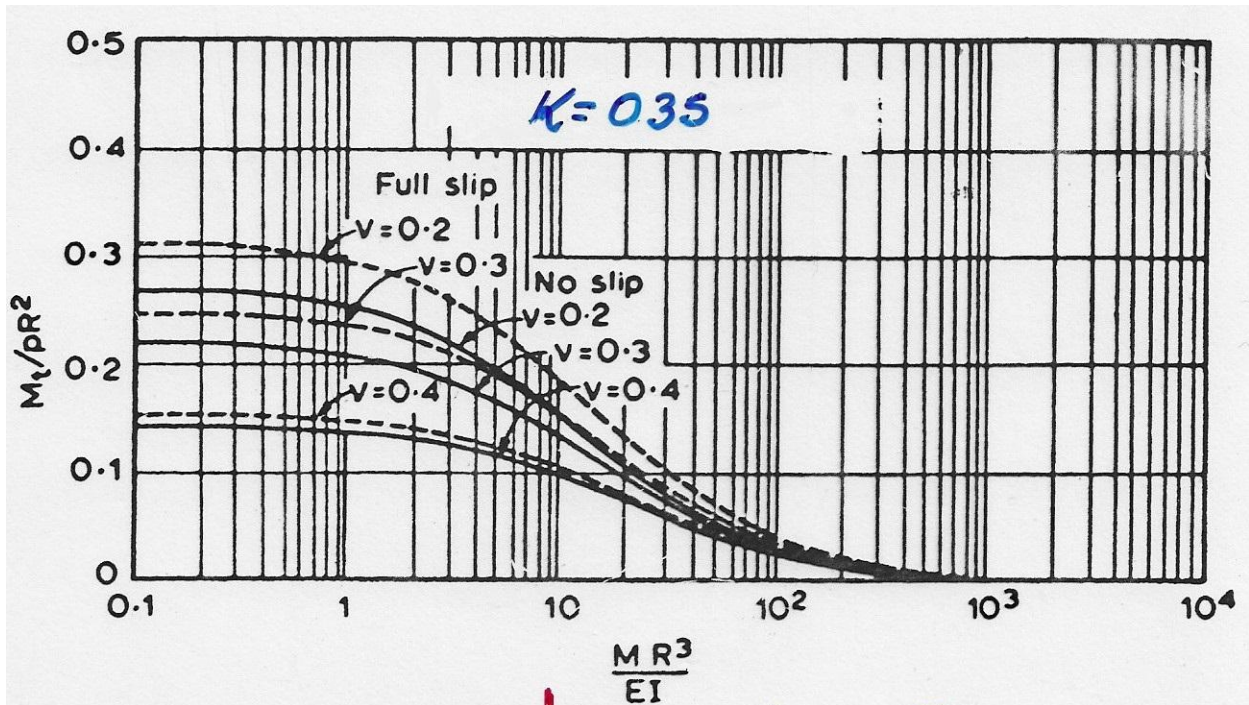
Για όριακώς παραμορφώσιμη ύποστηρίξη:  $C \rightarrow \infty$


$$\text{και} \quad (\sigma_r + \sigma_\theta) = \rho_0 \cdot 2 = 2\rho_0 \quad , \quad a_1 \rightarrow 1$$

$$\sigma_r = \rho_0 (1 - 1) = 0, \quad \sigma_\theta = 2\rho_0$$








  
 Δ ὀγκομετρική
   
 ενέργεια


 Εὐκαμπνική
   
 ενέργεια

# Β' ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

## ΑΣΚΗΣΗ Β.1

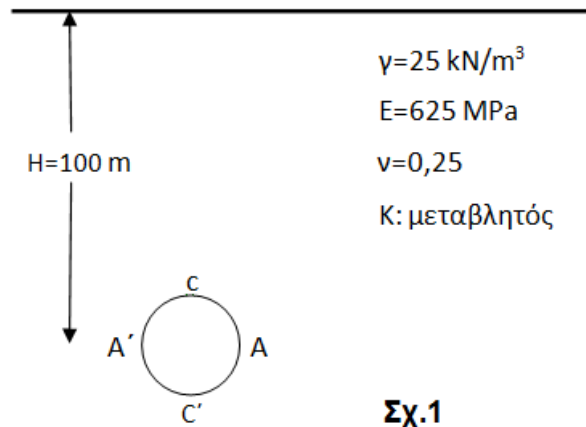
Αποδείξτε ότι σε κυκλική βαθειά, ανυποστήρικτη σήραγγα, οι ακραίες εφαπτομενικές τάσεις ( $\max \sigma_{\theta}$  και  $\min \sigma_{\theta}$ ) αντιστοιχούν πάντα στα σημεία του ορίου (άντυγας) κατά την κατακόρυφη διάμετρο ( $C, C'$ ) ή την οριζόντια ( $A, A'$ ), αναλόγως και του συντελεστή οριζοντίων πιέσεων,  $K$ . Για ποιό διάστημα των τιμών του  $K$  ή  $\max \sigma_{\theta}$  αντιστοιχεί στο  $C$  και για ποιο διάστημα στο  $C$  αντιστοιχεί η  $\min \sigma_{\theta}$ ; (Υποτίθεται ότι ισχύει η θεωρία γραμμικής ελαστικότητας).

## ΑΣΚΗΣΗ Β.2

Για την ανυποστήρικτη σήραγγα του Σχ.1, ακτίνας  $a = 5$  m και για την υποθετική περίπτωση ισχύος της θεωρίας γραμμικής ελαστικότητας, **ζητούνται:**

α) Να υπολογισθούν οι ακτινικές παραμορφώσεις στα σημεία C και A, στις εξής περιπτώσεις i)  $K = 1$ , ii)  $K = 0$ .

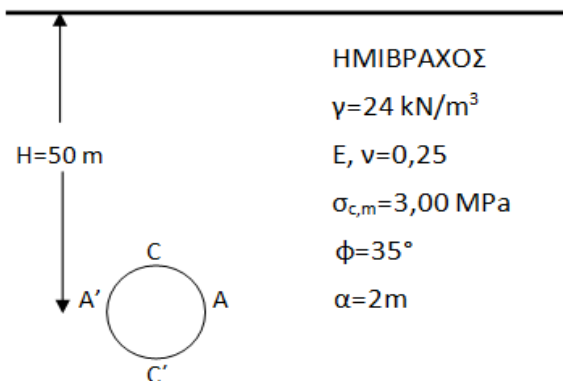
β) Να χαραχθεί η θεωρητική γραμμή συγκλίσεως-αποτονώσεως για την πρώτη εκ των ανωτέρω περίπτωση.



## ΑΣΚΗΣΗ Β.3

Ερευνητική σήραγγα μικρής διαμέτρου ( $D = 2\alpha = 4,0 \text{ m}$ ) διανοίχθηκε σε σχηματισμό ομοιογενούς και ισοτρόπου ημιβράχου και παρέμεινε σε όλο το μήκος της ανυποστήρικτη. Σε συγκεκριμένη διατομή, όταν το μέτωπο εκσκαφής ήταν ακόμη πολύ κοντά, εγκαταστάθηκαν δύο ακίδες μετρήσεως των ακτινικών παραμορφώσεων στα σημεία A και C, όπως στο Σχ.2, εκτιμήθηκε δε ότι κατά την αρχική μέτρηση αναφοράς ήδη είχε αναπτυχθεί ποσοστό 40% των συνολικών συγκλίσεων. Οι τελικές διαφορές μετρήσεων στις ακίδες, όταν το μέτωπο απομακρύνθηκε κατά 20 m ήταν  $\Delta u_{r,A} = 1,8 \text{ mm}$  και  $\Delta u_{r,C} = 9,0 \text{ mm}$ .

**Ζητούνται:** α) Η εκτίμηση του μέτρου ελαστικότητας E του ημιβράχου (ας ληφθεί  $\nu = 0,25$ ).  
β) Η έκταση της πλαστικής ζώνης γύρω από τη διατομή κατά την φάση των τελικών μετρήσεων.



Σχ.2