

Ασκήσεις 6^{ης} Σειράς

Ροή διαμέσου του εδάφους

Πώς υπολογίζω πίεση σε σημείο M στο έδαφος;

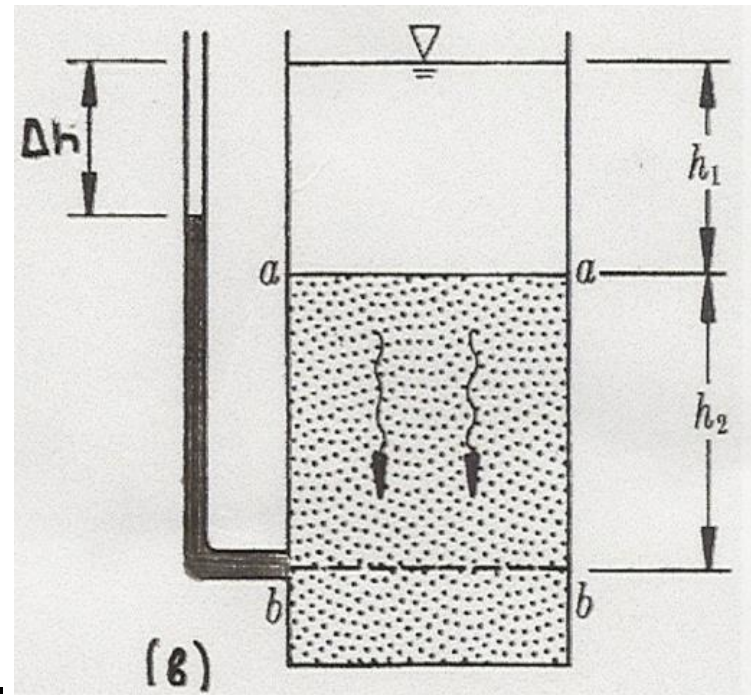
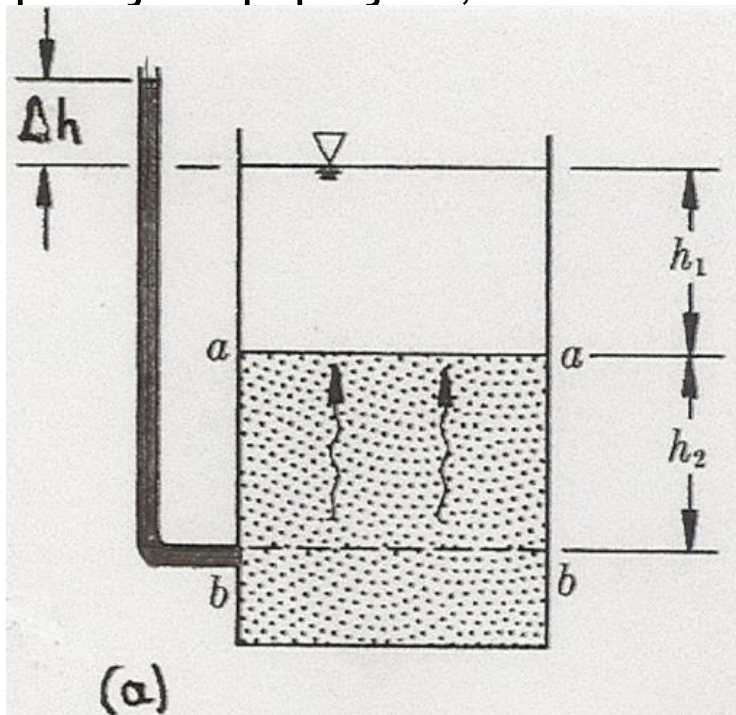
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ
<ul style="list-style-type: none">• Αν το σημείο M είναι σε επαφή με την ατμόσφαιρα (είτε ρέει το νερό, είτε όχι)	$u_M = 0$ (κατά σύμβαση, λαμβάνουμε την ατμοσφαιρική πίεση ίση με το μηδέν)
<ul style="list-style-type: none">• Νερό δεν ρέει	$u_M = (\text{στήλη νερού πάνω από } M) \times \gamma_w$
<ul style="list-style-type: none">• Έχω εγκαταστήσει πιεζόμετρο στο σημείο M	$u_M = (\text{στήλη νερού στο πιεζόμετρο}) \times \gamma_w$
<ul style="list-style-type: none">• Αμελητέες απώλειες ενέργειας ($\Delta h = 0$) μεταξύ του σημείου M και κάποιου σημείου Σ γνωστού υδραυλικού φορτίου, h_Σ	$h_\Sigma = h_M = z_M + (u_M/\gamma_w) \rightarrow u_M = (h_\Sigma - z_M) \times \gamma_w$
<ul style="list-style-type: none">• Όλες οι άλλες περιπτώσεις	βρίσκω u_M από πρόβλημα ροής

Προσεγγίζω το ειδικό βάρος νερού με την τιμή $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$

Από 6η σειρά (14/12)

6.1 Στην εδαφική τομή λεπτής άμμου η διαφορά του συνολικού υδραυλικού φορτίου (ύψους) Δh , μεταξύ των διατομών a-a και b-b προκαλεί ροή προς τα άνω (Σχ.1α) ή προς τα κάτω (Σχ.1β).

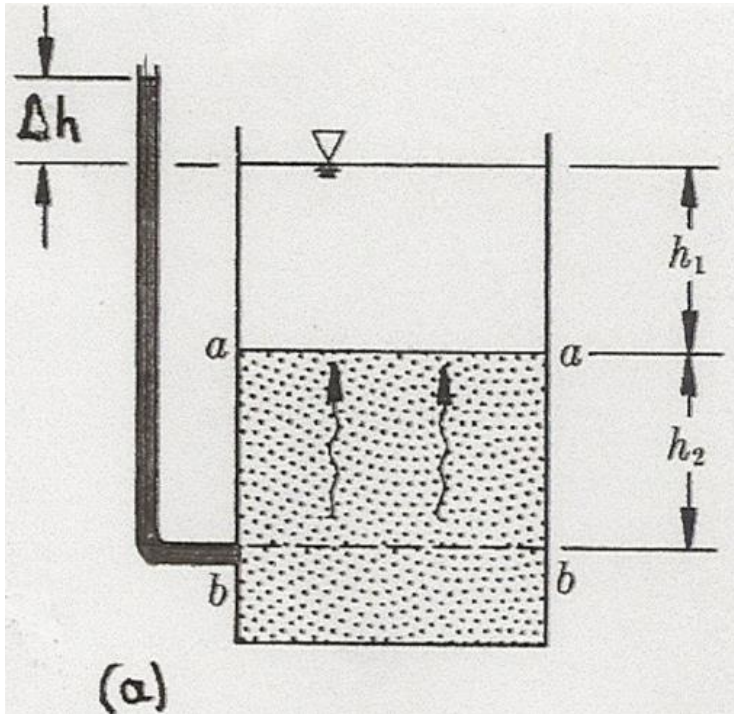
(α) Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα των πιέσεων του ύδατος u και των ενεργών τάσεων σ' καθ' ύψος της υπ' όψιν τομής. **(β)** Εάν δίδονται τα μεγέθη $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ και $h_2 = 4 \text{ m}$, για ποια τιμή της διαφοράς Δh θα δημιουργηθούν συνθήκες υδραυλικής υποσκαφής (ρευστής άμμου) στην περίπτωση του Σχ.1α; Ποια είναι η ενεργός τάση σ' στην διατομή b-b του Σχ.1β για το ίδιο μέγεθος διαφοράς Δh ;



Σχήμα 1.

(γ) Επιπλέον ερώτημα: συγκρίνατε την ενεργό τάση στη διατομή b-b και για υδροστατικές συνθήκες ($\Delta h = 0$), για $h_1 = 3 \text{ m}$, $h_2 = 4 \text{ m}$ και $\Delta h = 2 \text{ m}$ [περιπτώσεις (α) και (β)]

Ας ξεκινήσουμε από το ερώτημα (β) – θυμάμαι την έκφραση για την $i_{cr} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w}$



$$h_a = z_a + \frac{u_a}{\gamma_w} = h_2 + h_1$$

$$h_b = z_b + \frac{u_b}{\gamma_w} = 0 + (\Delta h + h_1 + h_2)$$

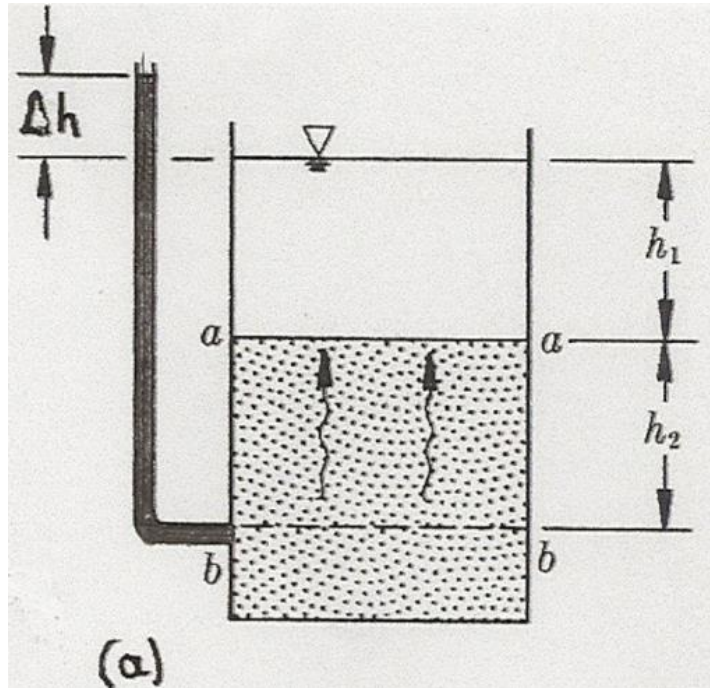
$$i_{ab} = \frac{h_b - h_a}{L_{ba}} = \frac{\Delta h}{h_2}$$

Θα έχω συνθήκες υδραυλικής υποσκαφής όταν $i_{ab} = i_{cr}$

$$\text{Άρα } i_{cr} = (18\text{kN/m}^3 - 10\text{kN/m}^3) / 10\text{kN/m}^3 = 0.8$$

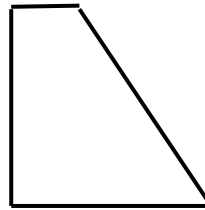
$$\text{Για } h_2 = 4\text{m} \rightarrow \Delta h = 0.8 \times 4\text{m} = 3.2 \text{ m}$$

(α) Υπολογισμός τάσεων – ροή προς τα **πάνω** (στα σχήματα, $h_2=4\text{m}$, $h_1=3\text{m}$, $\Delta h=2\text{m}$)



σ

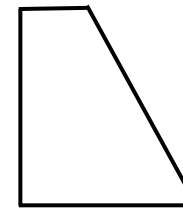
$$\sigma_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$$



$$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$$

u

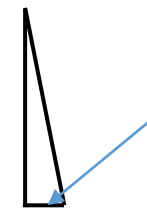
$$u_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$$



$$u_b = \gamma_w \cdot (\Delta h + h_1 + h_2)$$

σ'

$$\sigma'_\alpha = 0$$



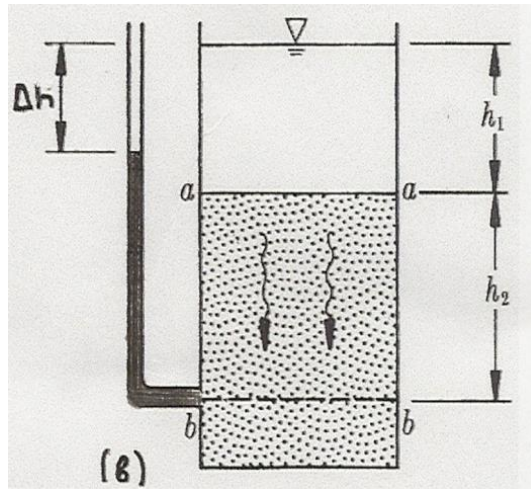
$$\sigma' = 12 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) - \Delta h \cdot \gamma_w$$

Υδραυλική υποσκαφή τότε; Όταν **$\sigma'_b = 0$**

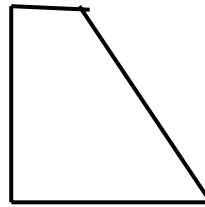
$$\text{Για } h_2 = 4\text{m} \rightarrow 4\text{m} \times (18\text{kN/m}^3 - 10\text{kN/m}^3) = \Delta h \times (10\text{kN/m}^3) \rightarrow \Delta h = 3.2 \text{ m}$$

(α) Υπολογισμός τάσεων – ροή προς τα **κάτω** (στα σχήματα, $h_2=4\text{m}$, $h_1=3\text{m}$, $\Delta h=2\text{m}$)



σ

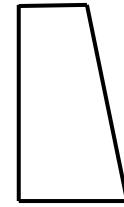
$$\sigma_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$$



$$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$$

u

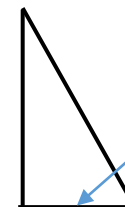
$$u_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$$



$$u_b = \gamma_w \cdot (h_1 + h_2 - \Delta h)$$

σ'

$$\sigma'_\alpha = 0$$



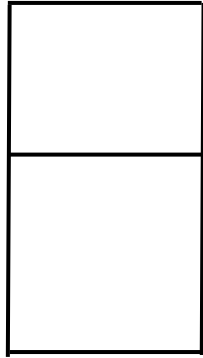
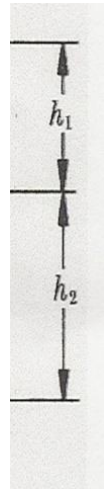
$$\sigma' = 52 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) + \Delta h \cdot \gamma_w$$

Για $\Delta h = 3.2\text{m}$

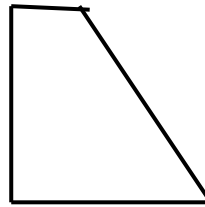
$$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) + \Delta h \cdot \gamma_w = 4\text{m} \times (18\text{kN/m}^3 - 10\text{kN/m}^3) + 3.2\text{m} \times 10\text{kN/m}^3 = 64 \text{ kN/m}^2$$

(α) Υπολογισμός τάσεων – υδροστατικές συνθήκες (στα σχήματα, $h_2=4\text{m}$, $h_1=3\text{m}$, $\Delta h=0\text{m}$)



σ

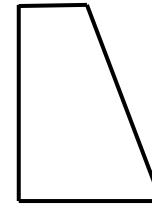
$$\sigma_{\alpha} = \gamma_w \cdot h_1$$



$$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$$

u

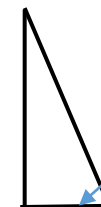
$$u_{\alpha} = \gamma_w \cdot h_1$$



$$u_b = \gamma_w \cdot (h_1 + h_2)$$

σ'

$$\sigma'_{\alpha} = 0$$



$$\sigma' = 32 \text{ kN/m}^2$$

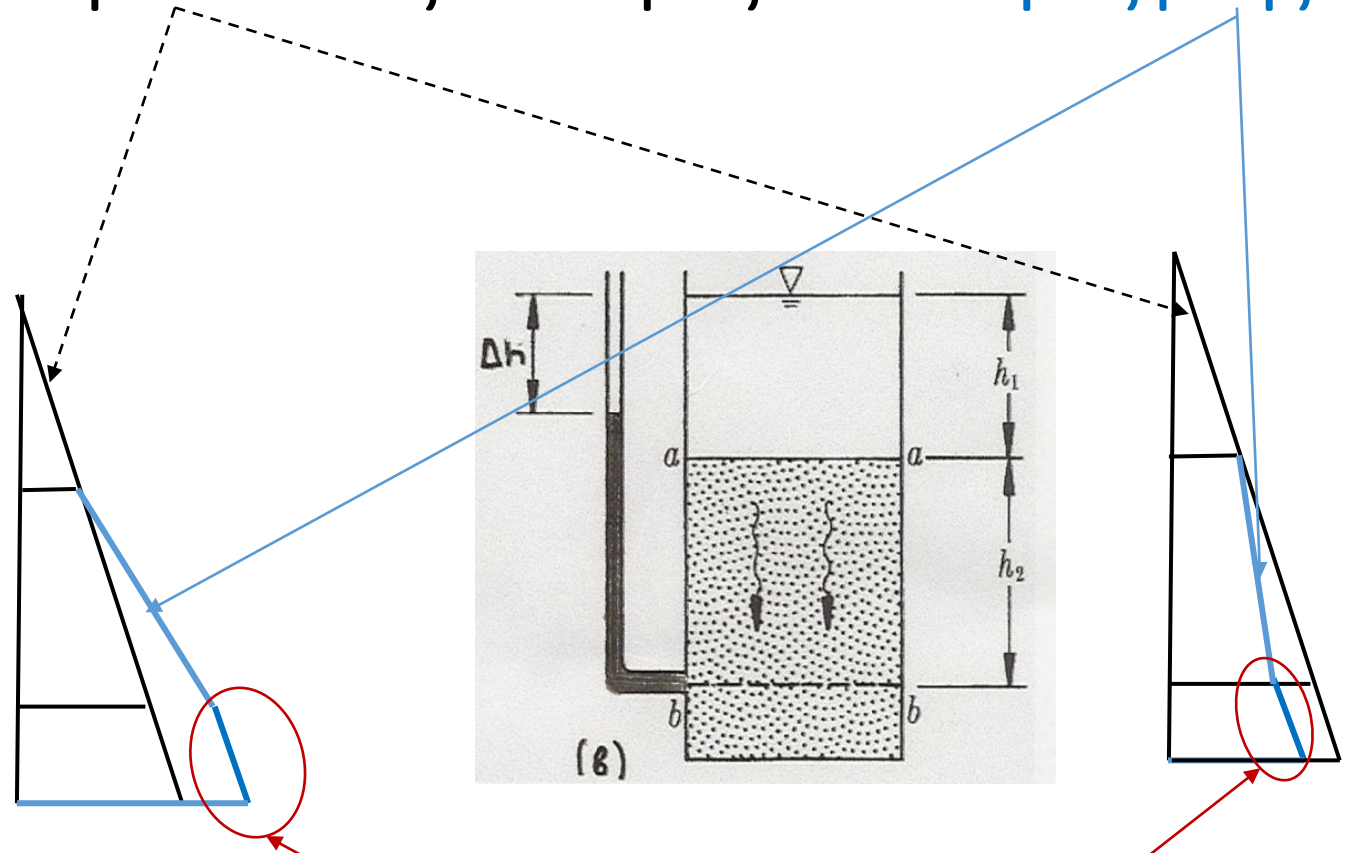
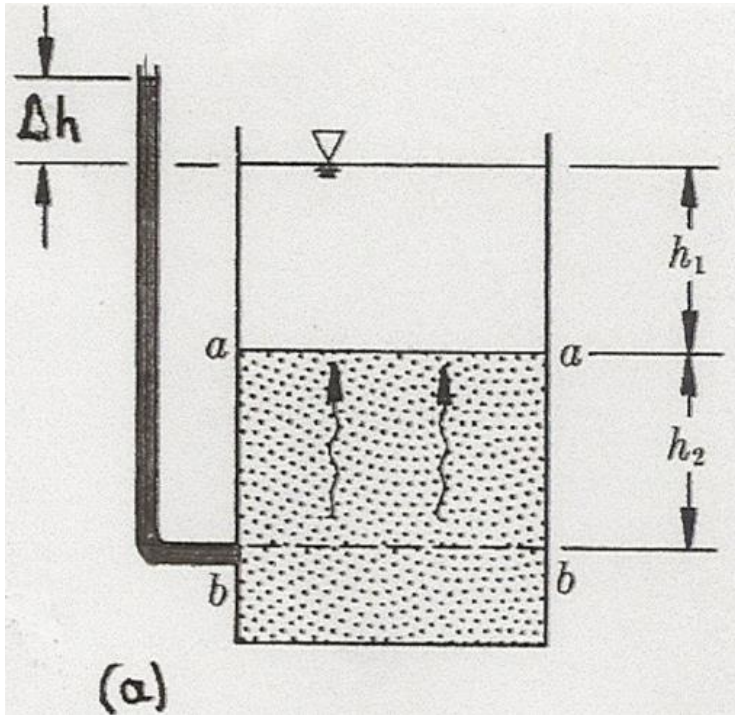
$$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w)$$

Τι θα γίνει αν ξεκινήσω από υδροστατικές συνθήκες και μετά η πίεση του νερού ελαττωθεί λόγω άντλησης, δηλ. πάω πιο κοντά στην περίπτωση ροής προς τα κάτω;

Για τα νούμερα της περίπτωσης $\Delta h = 2\text{m}$, η ενεργός τάση από **32 kN/m²** θα γίνει **52 kN/m²**.

Τι συνεπάγεται αυτή η αύξηση της ενεργού τάσης;

Σύγκριση πίεσης πόρων σε υδροστατικές συνθήκες – συνθήκες ροής



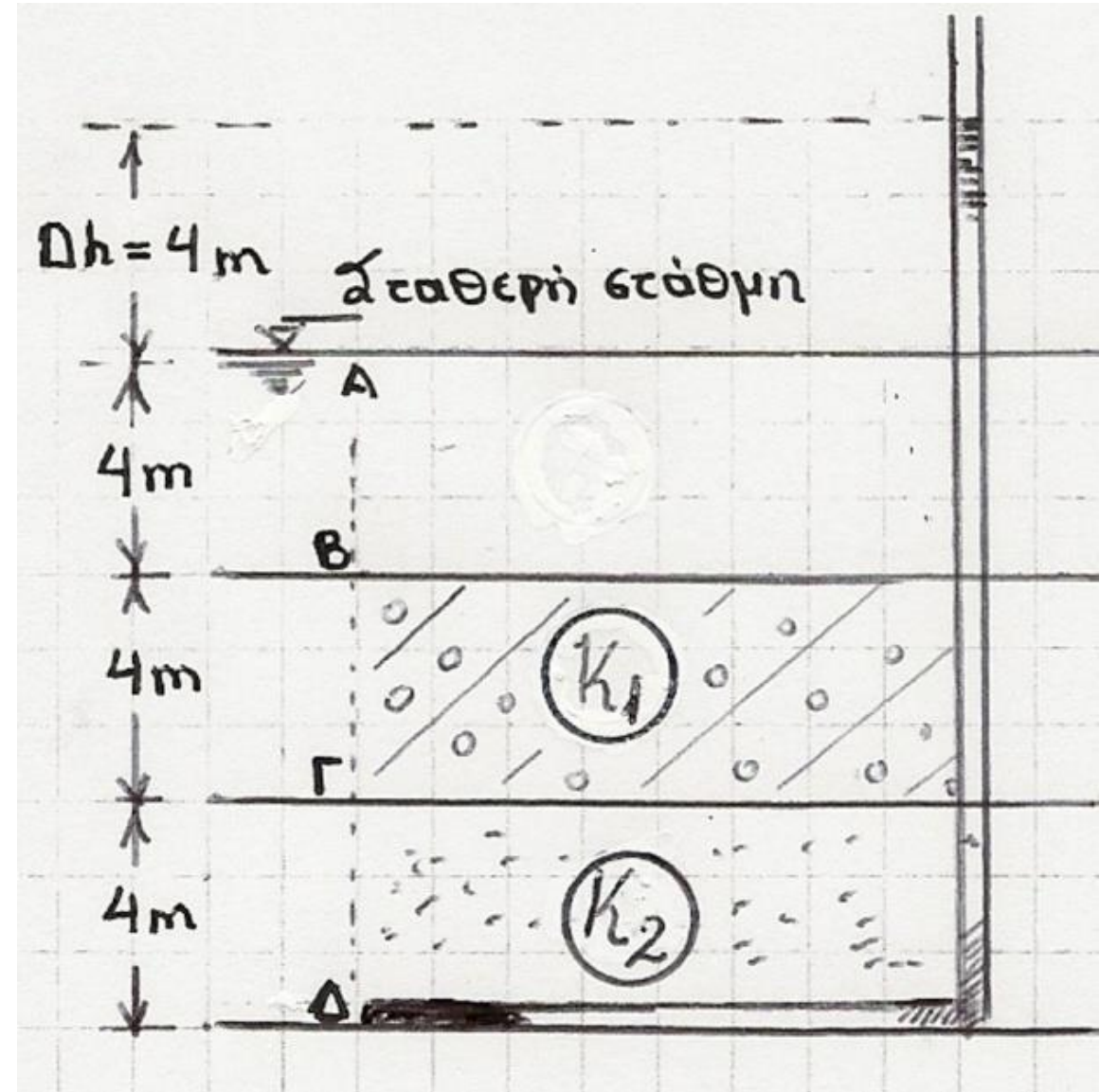
ΣΧΟΛΙΟ Η κατανομή των πιέσεων στα διαγράμματα αντιστοιχεί σε περίπτωση που το νερό δεν ρέει κάτω από την επιφάνεια b-b (περίπτωση «αδιαπέρατου» πάτου). Αν το ίδιο έδαφος συνεχίζεται και πιο βαθιά από ό,τι δείχνει το σχήμα, κι αν υποθέσουμε ίδιες συνθήκες ροής κάτω από την επιφάνεια b-b, τότε η κατανομή της πίεσης του νερού έχει την ίδια κλίση παντού στο έδαφος (δηλ. δεν έχει «σπάσιμο»).

Από 6η σειρά (20/12)

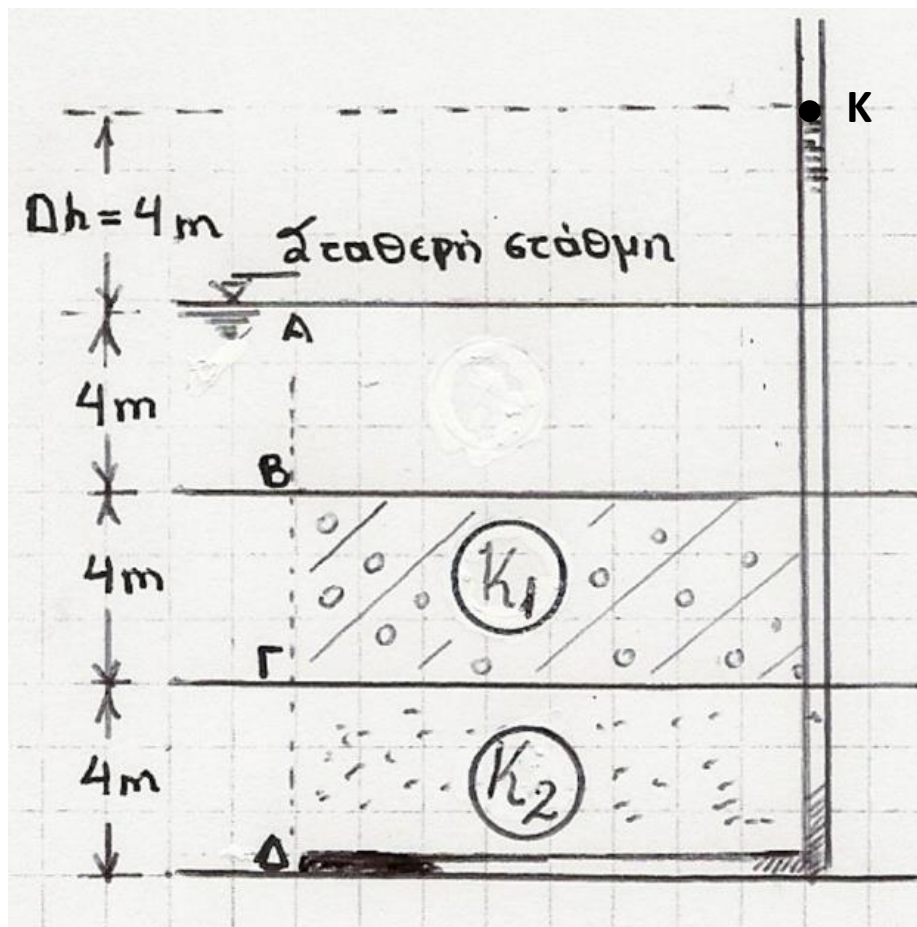
6.2 Εξετάζουμε την περίπτωση ροής προς τα άνω για δύο στρώσεις, εκ των οποίων η ανώτερη έχει συντελεστή διαπερατότητας k_1 ίσο ή πολλαπλάσιο του συντελεστή k_2 της υποκείμενης στρώσης. Δίδεται $H_1 = H_2 = 4 \text{ m}$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$ και η διαφορά υδραυλικού φορτίου (υδραυλικού ύψους) $\Delta h = 4 \text{ m}$ (Σχ. 2). Να υπολογίσετε το ολικό υδραυλικό φορτίο (υδραυλικό ύψος) h , το πιεζομετρικό φορτίο (φορτίο πίεσης ή πιεζομετρικό ύψος) u/γ_w και τις ενεργές τάσεις στις στάθμες Γ και Δ για τις εξής περιπτώσεις:

- i) $k_1 = k_2$, ii) $k_1 = 100\,000 \cdot k_2$, iii) $k_1 = 3 \cdot k_2$.

Σχήμα 2.



Ανομοιογενές έδαφος → πρέπει να λύσω το πρόβλημα ροής (1/3)



Ξεκινώ με υπολογισμό υδραυλικού φορτίου στα όρια του πεδίου ροής (σημεία Β και Δ)

$$h_A = z_A + \frac{u_A}{\gamma_w}, \quad u_A = 0 \rightarrow h_A = 12m$$

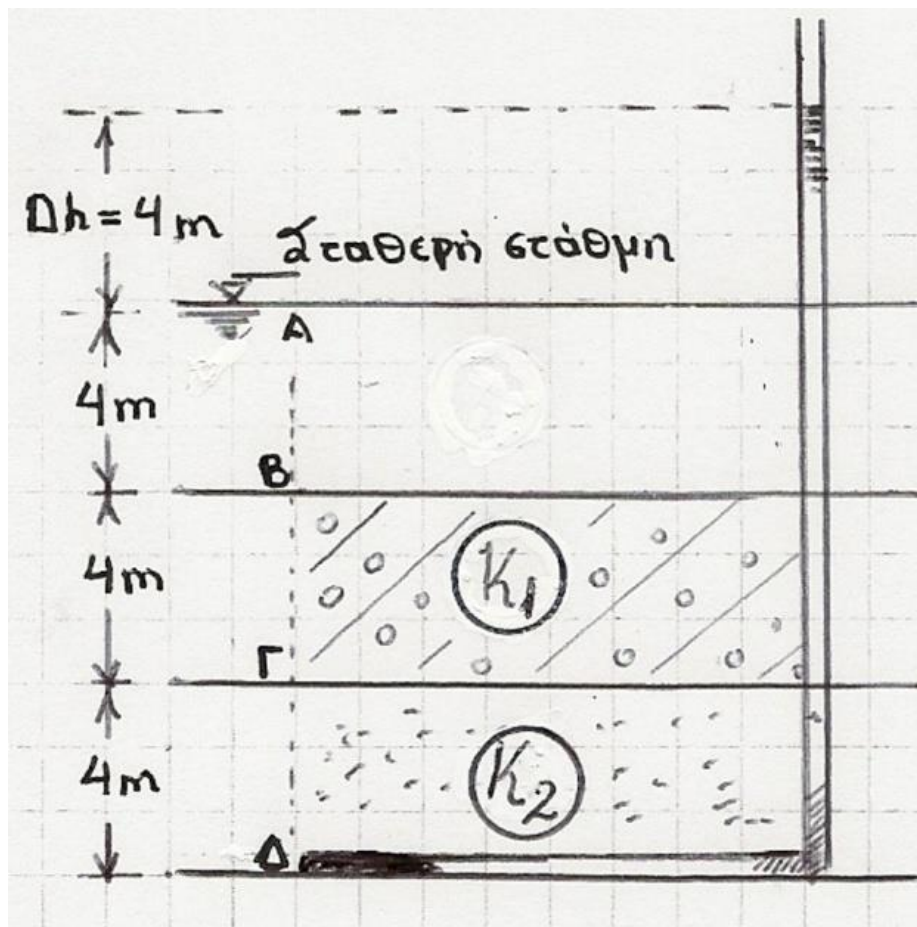
$$h_B = h_A \rightarrow h_B = 12m$$

γιατί $h_B = h_A$?

Με ανάλογο σκεπτικό,

$$h_\Delta = h_K \rightarrow h_\Delta = 16m$$

Ανομοιογενές έδαφος → πρέπει να λύσω το πρόβλημα ροής (2/3)



Υπολογισμός ολικών τάσεων, πιέσεων πόρων & ενεργών τάσεων

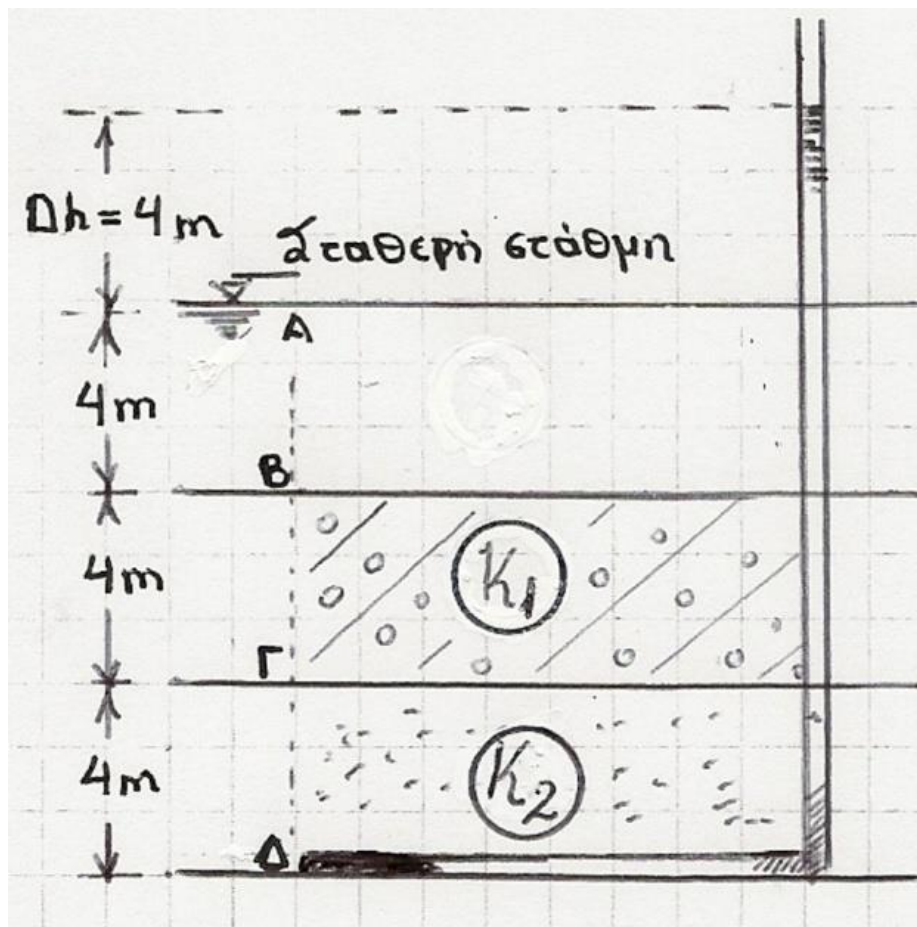
Θα βρω την πίεση στο σημείο Γ από το υδραυλικό φορτίο στο σημείο Α και γι' αυτό χρειάζεται να λύσω το πρόβλημα ροής.

$$\sigma_{\Gamma} = \gamma_w \times 4m + \gamma_1 \times 4m = 10\text{kN/m}^3 \times 4m + 20\text{kN/m}^3 \times 4m = 120 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_{\Gamma} + \gamma_2 \times 4m = 120 \text{ kN/m}^2 + 20\text{kN/m}^3 \times 4m = 200 \text{ kN/m}^2$$

$$u_{\Delta} = 10\text{kN/m}^3 \times 16m = 160 \text{ kN/m}^2 \quad \sigma'_{\Delta} = 40 \text{ kN/m}^2$$

Ανομοιογενές έδαφος → λύνω το πρόβλημα ροής (3/3)



Οι παροχές που διέρχονται από τα δύο στρώματα είναι ίδιες, $Q_1 = Q_2$, λόγω αρχής της διατήρησης μάζας

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow k_1 \cdot i_1 = k_2 \cdot i_2$$

(λόγος i αντιστρόφως ανάλογος λόγου k για ίδια A , όπως εδώ)

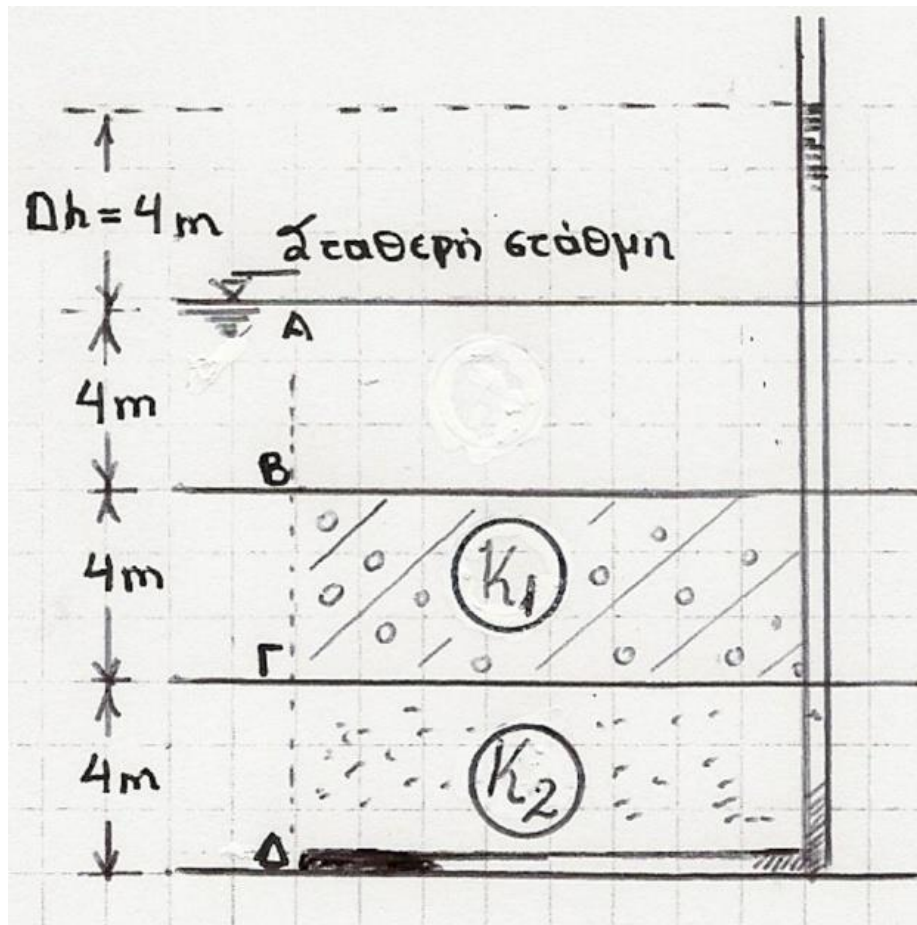
Χρησιμοποιώ τον νόμο Darcy για την παροχή

$$k_1 \cdot \frac{h_\Gamma - h_B}{4m} \cdot A = k_2 \cdot \frac{h_\Delta - h_\Gamma}{4m} \cdot A$$

$$k_1 \cdot h_\Gamma - k_1 \cdot 12m = k_2 \cdot 16m - k_2 \cdot h_\Gamma$$

$$\rightarrow h_\Gamma \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \quad (\text{Εξίσωση 1})$$

Αντικαθιστώ την k_1 ως συνάρτηση της k_2 (1/2)



$$\rightarrow h_r \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \quad (\text{Εξίσωση 1})$$

(i) $k_1 = k_2$

Εξίσωση 1 $\rightarrow 2 \cdot h_r = 28m \rightarrow h_r = 14m$

Για επίπεδο αναφοράς στη βάση του στρώματος 2, $z_r = 4m \rightarrow$
 $u_r / \gamma_w = 10m \rightarrow u_r = 100 \text{ kN/m}^2$

$\sigma'_r = 120 \text{ kN/m}^2 - 100 \text{ kN/m}^2 = 20 \text{ kN/m}^2$

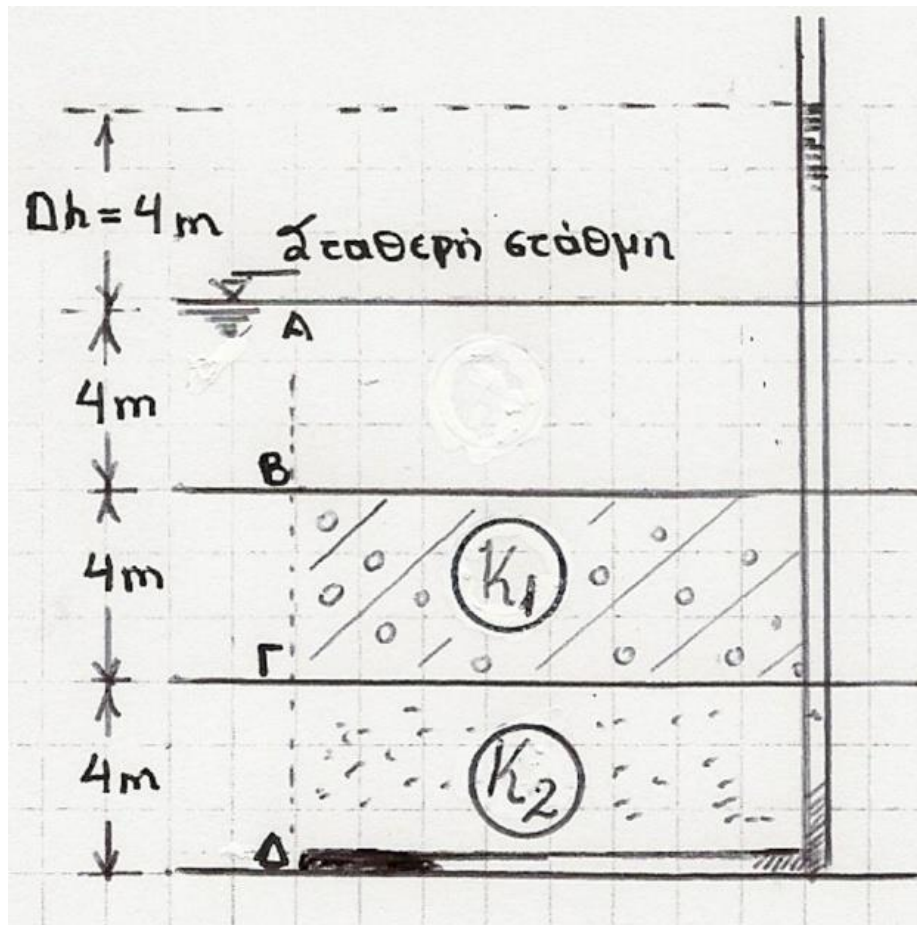
(iii) $k_1 = 3 \cdot k_2$

Εξίσωση 1 $\rightarrow h_r = 13m$

$z_r = 4m \rightarrow u_r / \gamma_w = 9m \rightarrow u_r = 90 \text{ kN/m}^2$

$\sigma'_r = 120 \text{ kN/m}^2 - 90 \text{ kN/m}^2 = 30 \text{ kN/m}^2$

Αντικαθιστώ την k_1 ως συνάρτηση της k_2 (2/2)



$$\rightarrow h_r \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \quad (\text{Εξίσωση 1})$$

$$(ii) k_1 = 100\,000 \cdot k_2$$

$$\text{Εξίσωση 1} \rightarrow h_r \cdot (10^5 \cdot k_2 + k_2) = k_2 \cdot 16m + 10^5 \cdot k_2 \cdot 12m$$

$$\rightarrow h_r \cdot (10^5 \cdot k_2) \approx 10^5 \cdot k_2 \cdot 12m \rightarrow h_r \approx 12m$$

Τι βρήκα; $h_r \approx h_B = 12m$ Τι σημαίνει αυτό;

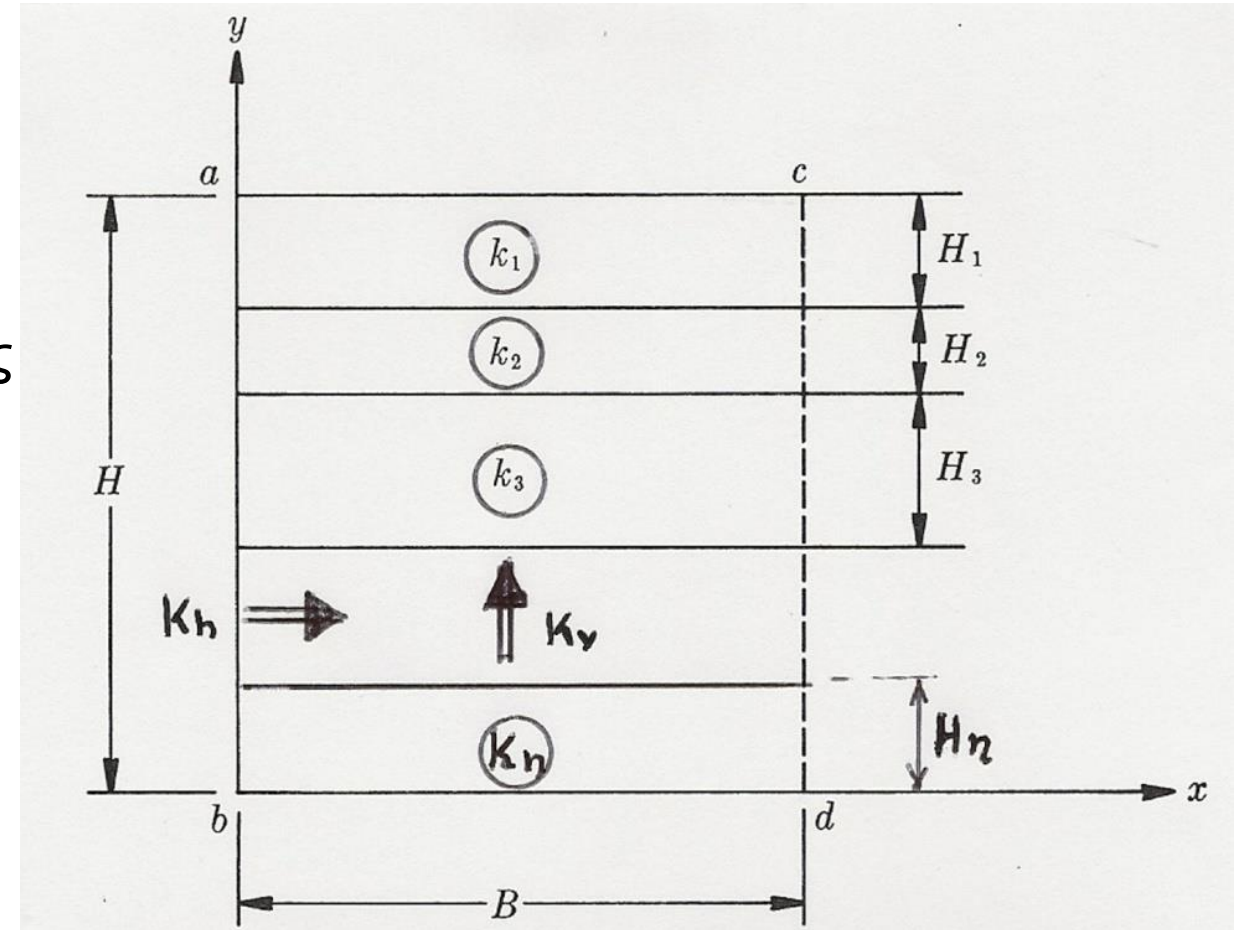
Ότι οι απώλειες ενέργειας μεταξύ Γ και B είναι αμελητέες, επειδή η διαπερατότητα του στρώματος 1 είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με του στρώματος 2.

$$z_r = 4m \rightarrow u_r / \gamma_w = 8m \rightarrow u_r = 80 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma'_r = 120 \text{ kN/m}^2 - 80 \text{ kN/m}^2 = 40 \text{ kN/m}^2$$

Από 6η σειρά (20/12)

6.3 Ως γενική περίπτωση της προηγούμενης Άσκησης, στην εδαφική τομή του Σχ.3, η οποία αποτελείται από επαλληλίας στρωμάτων με ενιαία κατά στρώση τιμή του συντελεστή διαπερατότητας, δημιουργούνται συνθήκες ροής είτε οριζοντίως (κατά την διεύθυνση x) είτε κατακορύφως (κατά y), λόγω αντίστοιχης υδραυλικής κλίσης i μεταξύ των κατακορύφων είτε οριζοντίων (καθ' ύψος) διατομών. Να υπολογίσετε τη μέση-ισοδύναμη* τιμή του συντελεστή διαπερατότητας k_h και k_v για οριζόντια ή κατακόρυφη ροή, συναρτήσε των παχών H_1, H_2, \dots, H_n και των συντελεστών k_1, k_2, \dots, k_n .



Σχήμα 3.

* δηλ. την k (k_h ή k_v) του ισοδύναμου ομοιογενούς εδάφους (δηλ. του ομοιογενούς εδάφους που θα είχε την ίδια παροχή στη διατομή εξόδου)

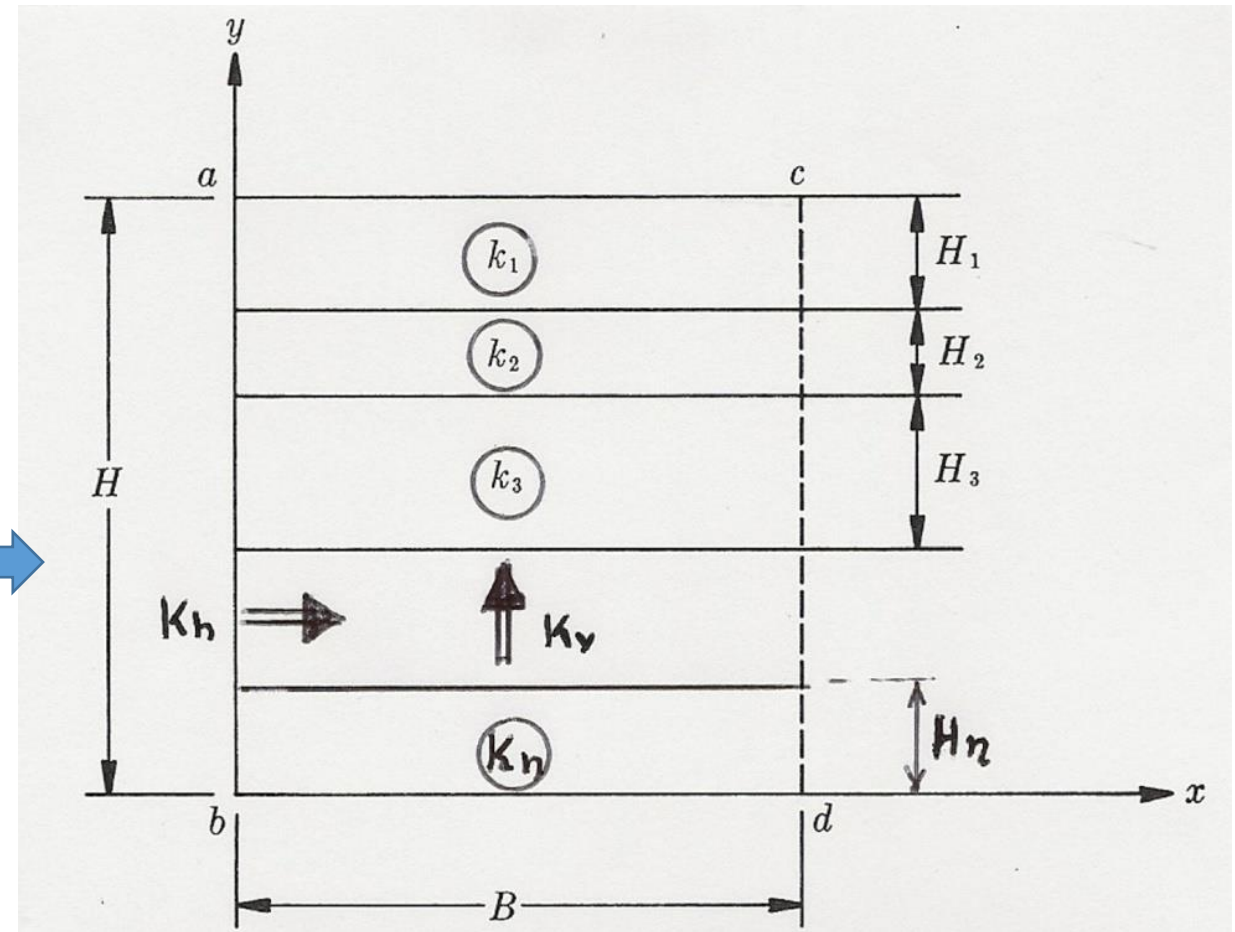
Ροή παράλληλη στη στρωματογραφία (k_h)

Πώς σκεφτόμαστε;

- Η συνολική παροχή του ισοδύναμου ομοιογενούς στρώματος είναι το άθροισμα των παροχών κάθε στρώματος, $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$

Q 

- Η υδραυλική κλίση είναι ίδια σε κάθε στρώμα: $\Delta h_{ac} = \Delta h_{bd}$ (γιατί;)



Ροή παράλληλη στη στρωματογραφία (k_h)

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_n$$

$$Q = k_h \cdot i \cdot A, \text{ ποια η } A? \quad A = H \times 1$$

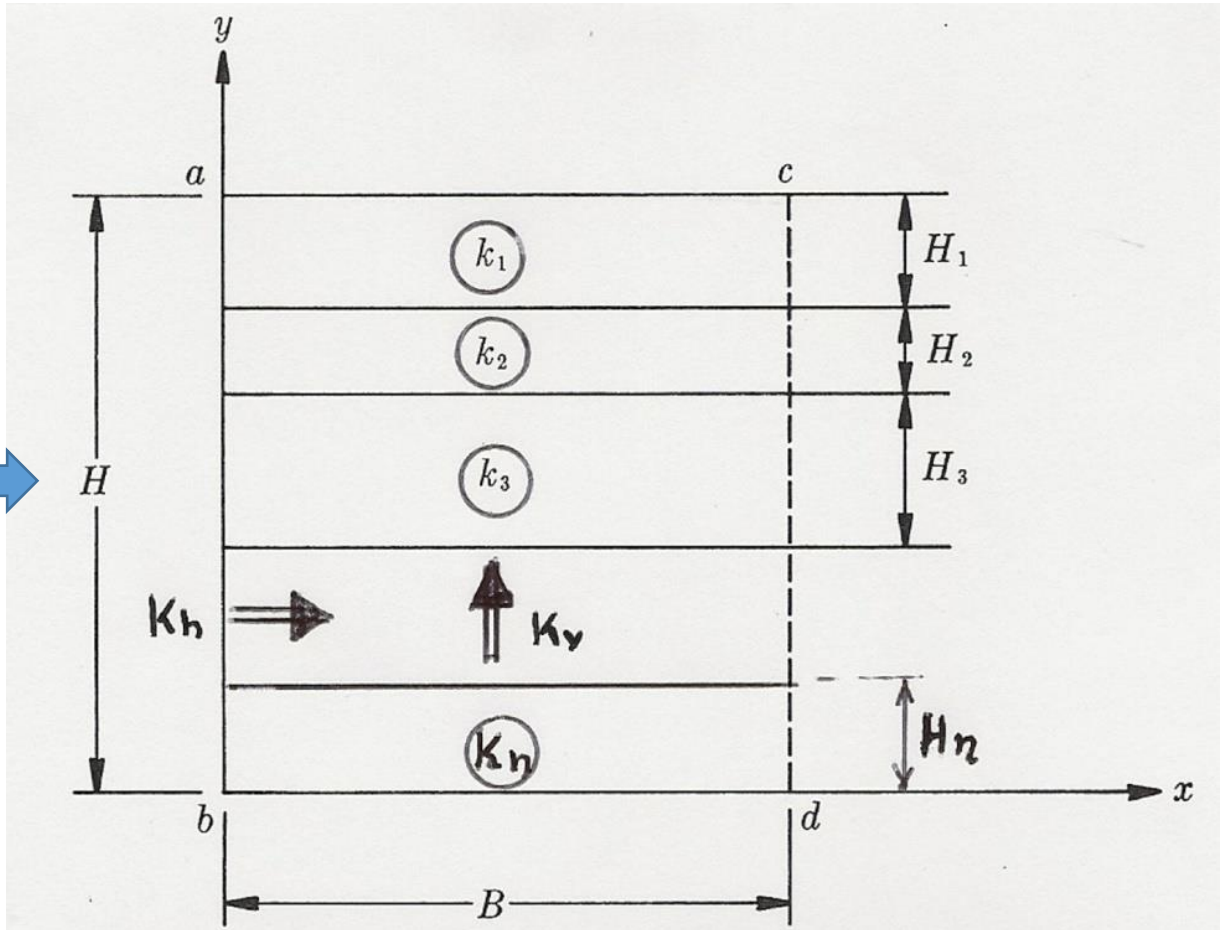
$$Q_i = k_i \cdot i \cdot A_i, \text{ ποια η } A_i? \quad A_i = H_i \times 1$$

$$k_h \cdot H = k_1 \cdot H_1 + \dots + k_i \cdot H_i + \dots + k_n \cdot H_n$$

$$k_h = \frac{k_1 \cdot H_1 + k_2 \cdot H_2 + \dots + k_n \cdot H_n}{H}$$

$$k_h = \frac{\sum k_i \cdot H_i}{\sum H_i}$$

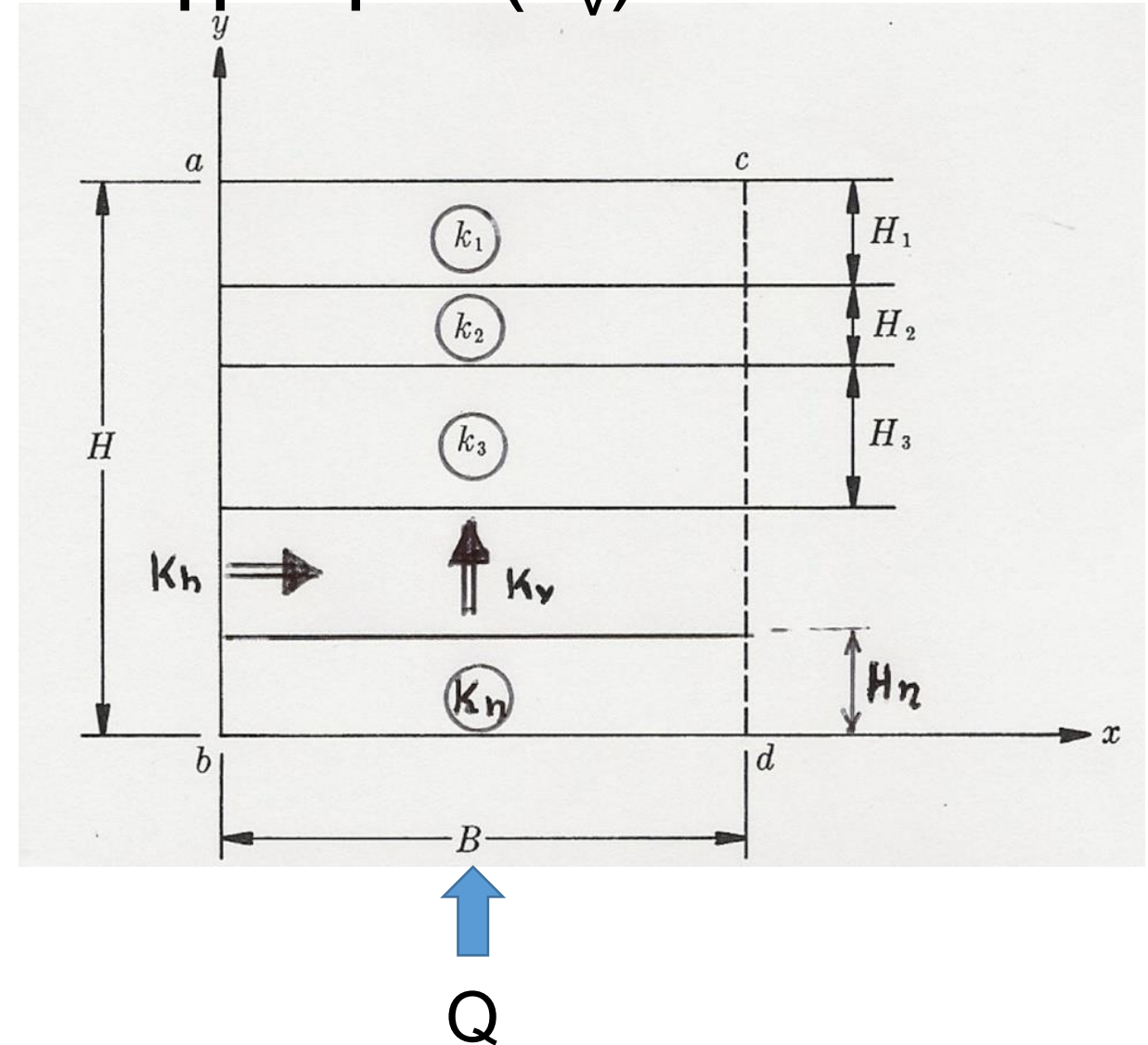
Q →



Ροή κάθετη στη στρωματογραφία (k_v)

Πώς σκεφτόμαστε;

- Η συνολική πτώση του υδραυλικού φορτίου μεταξύ των διατομών ac και bd του ισοδύναμου ομοιογενούς στρώματος είναι το άθροισμα της πτώσης του υδραυλικού φορτίου σε κάθε στρώμα, $\Delta h_{a,b} = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_n$
- Η παροχή σε κάθε στρώμα είναι ίδια λόγω της αρχής της διατήρησης της μάζας (αν δεν ήταν ίδια, τότε ή θα συσσωρευόταν κάπου νερό ή από κάπου θα διέφευγε νερό)



Ροή κάθετη στη στρωματογραφία (k_v)

$$Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_i = \dots = Q_n$$

$$Q_i = k_i \cdot \frac{\Delta h_i}{H_i} \cdot A \rightarrow \Delta h_i = \frac{Q \cdot H_i}{k_i \cdot A}$$

ποια η Α?

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_i + \dots + \Delta h_n$$

$$\frac{Q \cdot H}{k_v \cdot A} = \frac{Q \cdot H_1}{k_1 \cdot A} + \frac{Q \cdot H_2}{k_2 \cdot A} + \dots + \frac{Q \cdot H_n}{k_n \cdot A}$$

$$\frac{k_v}{H} = \frac{1}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \dots + \frac{H_n}{k_n}}$$

$$k_v = \frac{\sum H_i}{\sum \frac{H_i}{k_i}}$$

