ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ

Τμήμα Α-Λ

1η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ:ΕΠΙΦΟΡΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

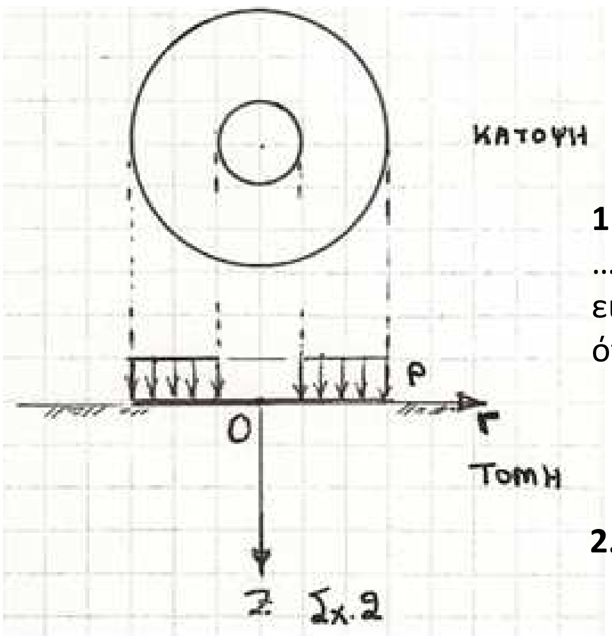
Επιμέλεια
Ταξιαρχούλα Λημναίου, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ

5ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

1η Σειρά Ασκήσεων (για ΕΞΑΣΚΗΣΗ στο μάθημα και στο σπίτι)

1.3. Να σχεδιασθεί με **ποιοτικήν ακρίβεια** το εξής διάγραμμα, σχετιζόμενο με την μετάδοση τάσεων σε ομοιογενή ελαστικόν ημίχωρο: κατανομή των κατακορύφων ορθών τάσεων $\Delta\sigma_z$ κατα μήκος του άξονα Oz λόγω επιβολής φορτίου p=200 kPa ομοιομόρφως κατανεμημένου σε **δακτυλιωτή επιφάνεια** εξωτερικής ακτίνας 9 m και εσωτερικής 3 m (Σχ.2).



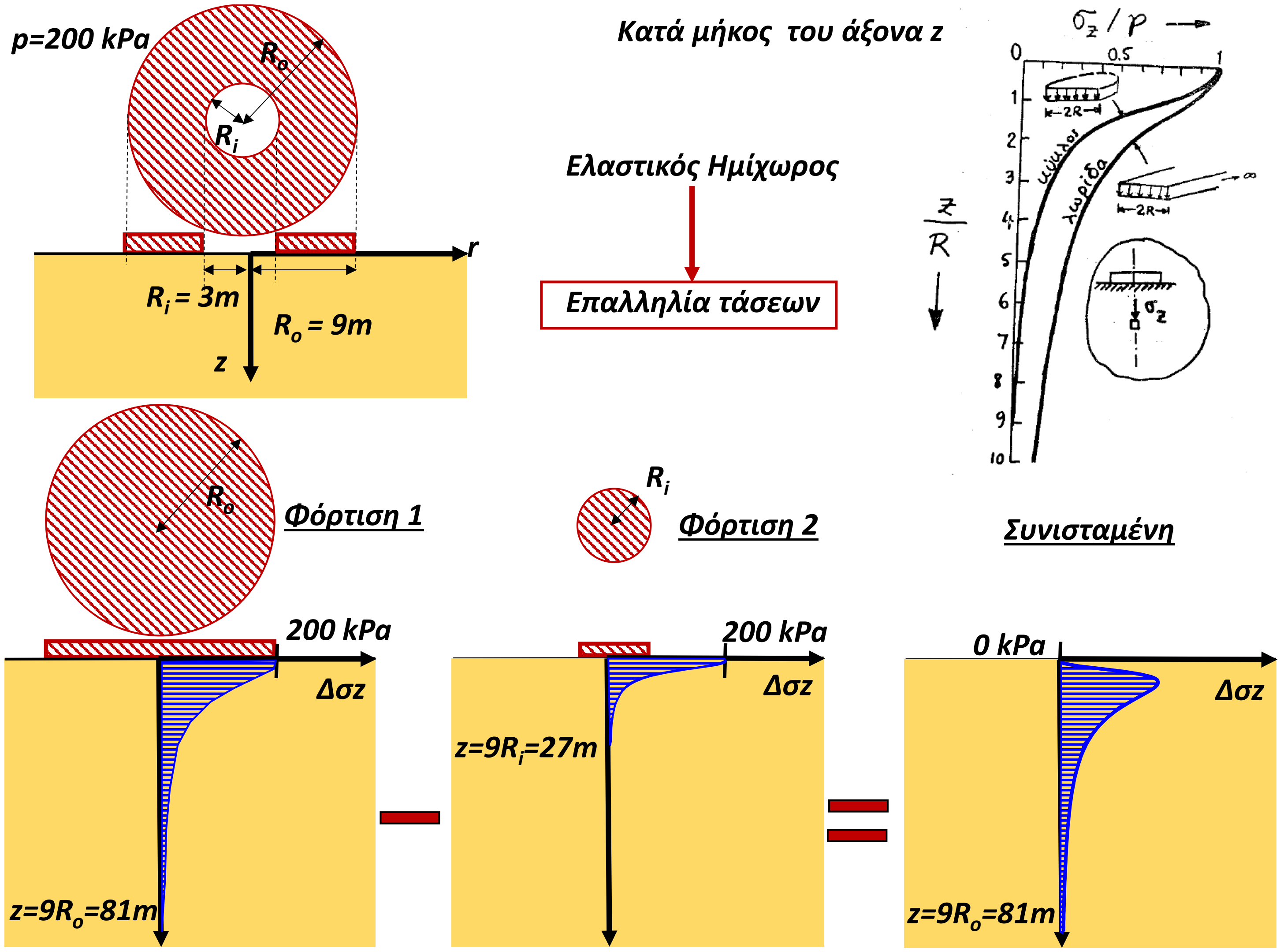
Επιφάνεια $A = \pi(9^2 - 3^2) = 226.2\ m^2$

Φορτίο $Q = pA = 200 \times 226.2 = 45240$ kN

1. Αν η κατασκευή συνολικού βάρους Q είναι … δεξαμενή ακτίνας 9 m, τότε περιέχει υγρό ειδικού βάρους $\gamma_{υγρού}$ και ύψους h,
όπου $h = Q/[\gamma_{υγρού} \times (\pi 9^2)]$

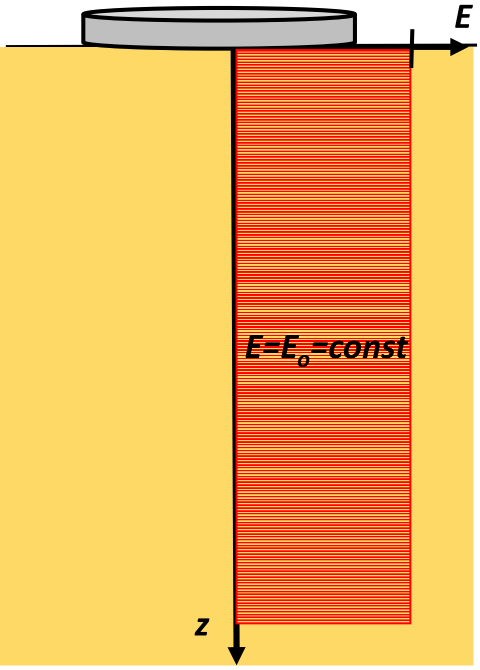
Νερό: $\gamma_{υγρού} = 10 kN/m^3$ και h = 17.8 m
LNG: $\gamma_{υγρού} = 5.9 kN/m^3$ και h = 30.2 m

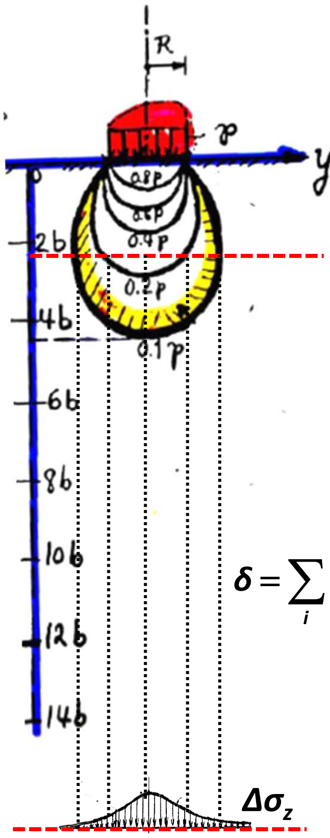
2. Αν το θεμέλιο δεν ήταν κοίλο -> $A' = \pi 9^2$
-> $A' = 254.5\ m^2$ και $p' = Q/A' = 178$ kPa

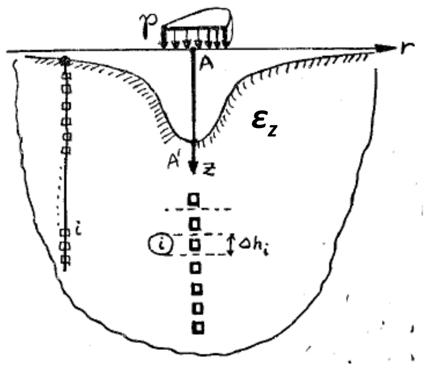


1.4. Συγκρίνεται ο ομοιογενής ημίχωρος (σταθερό μέτρο Young E) και ο γραμμικώς ανομοιογενής ημίχωρος ($E=\xi \cdot z$, όπου z το βάθος από την επιφάνεια και ξ σταθερά). Σκιαγραφείστε τις διαφορές που προκαλούν αυτοί οι σχηματισμοί στην μορφή της καθίζησης της εδαφικής επιφάνειας λόγω επιβολής ομοιομόρφου φορτίου p σε κυκλική επιφάνεια.

Ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος







$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left(\Delta\sigma_z - v\cdot\Delta\sigma_r - v\cdot\Delta\sigma_\vartheta\right)$$

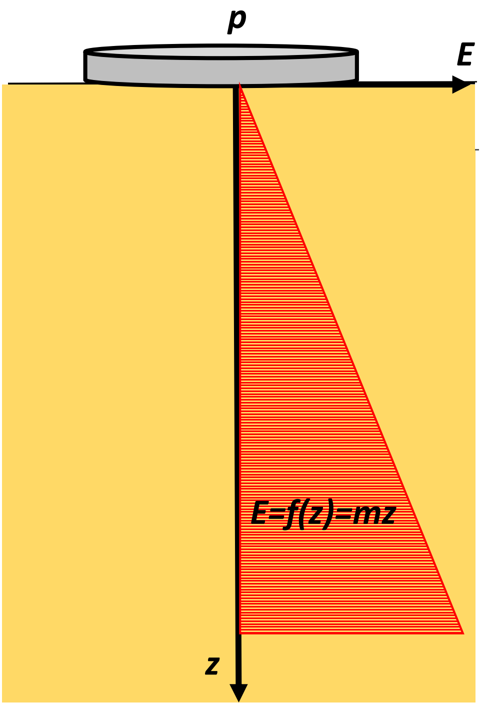
$$\delta = \sum_i \varepsilon_{z,i}\cdot\Delta h_i = \int_0^\infty \frac{1}{E}\cdot\left(\Delta\sigma_z - v\cdot\Delta\sigma_r - v\cdot\Delta\sigma_\vartheta\right)\cdot dz$$

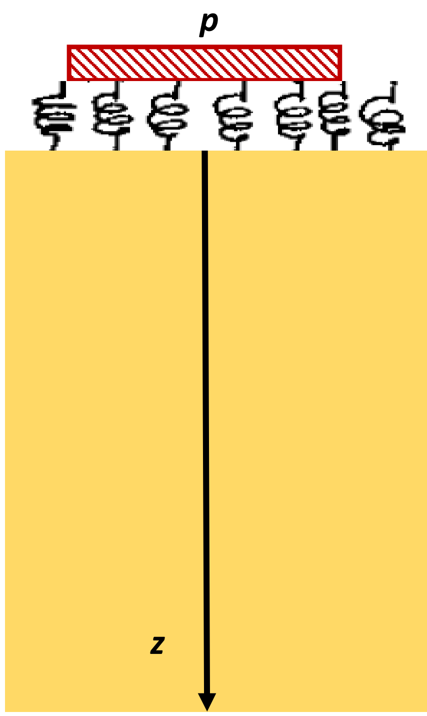
$$\Delta\sigma_z, \Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\vartheta = f(r)$$

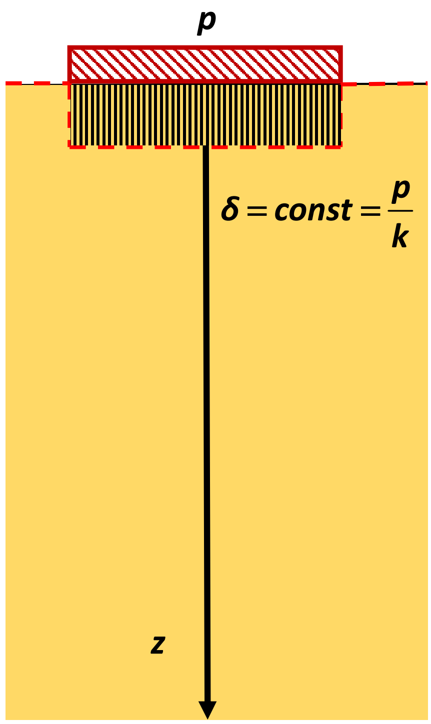
$$\delta = f(r)$$

Η καθίζηση δ είναι διαφορετική σε κάθε θέση r…

Γραμμικώς Αν-ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος



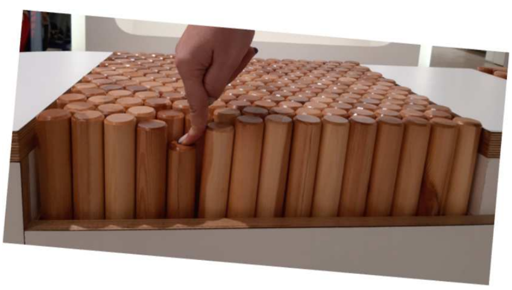




$$\delta = const = \frac{p}{k}$$

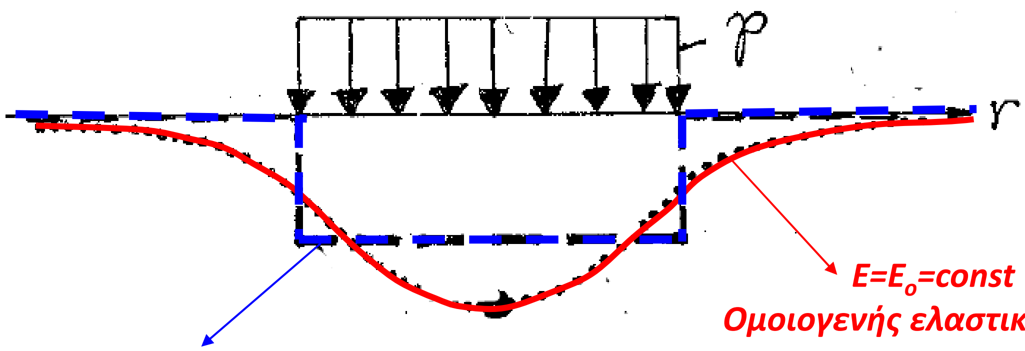
k: σταθερά ελατηρίου = $\frac{2}{3}\cdot m$

Ελατηριωτό έδαφος «Winkler”



Η καθίζηση δ είναι ίδια σε κάθε θέση r…

Σύγκριση….



$E=E_o$=const

Ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος

Γραμμικώς Αν-ομοιογενής ελαστικός ημί-χωρος

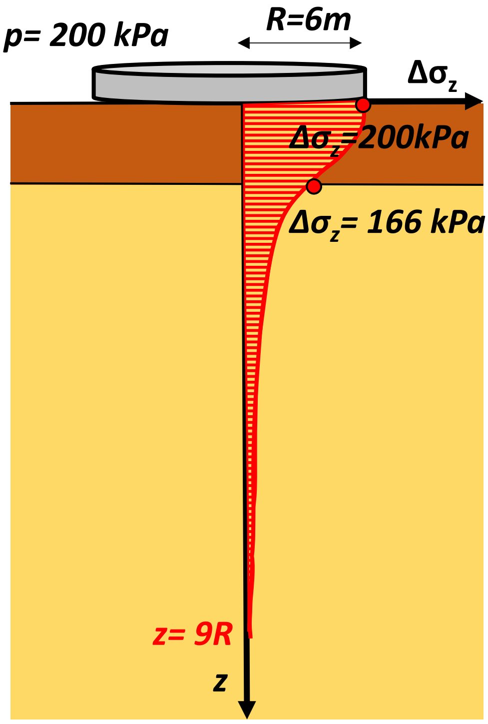
$E=f(z)=mz$

1.5. Κυκλικό φορτίο p=200 kPa ακτίνας R=6 m επιβάλλεται στην επιφάνεια **δίστρωτου ημιχώρου** (σταθερού όμως λόγου Poisson, v=0,30):

- Στρώμα 1: πάχος H_1=4 m, μέτρον ελαστικότητας E_1=400 MPa
- Στρώμα 2: πάχος H_2=πολύ μεγάλο, μέτρον ελαστικότητας E_2=20 MPa

Να δοθεί κατά **αδρή** (αλλά επαρκώς αιτιολογημένη) προσέγγιση η κατανομή με το βάθος της αναπτυσσόμενης $\sigma_z=\sigma_z(z)$, κατά μήκος του κατακορύφου άξονα z (r=0). Δίδεται ότι για τον ομοιογενή ημίχωρο, φορτιζόμενο επιφανειακώς με κυκλικό φορτίο ισχύει με καλή προσέγγιση η σχέση:

$$\boldsymbol{\sigma_z/p \approx 1-[1+(R/z)^2]^{-3/2}}$$

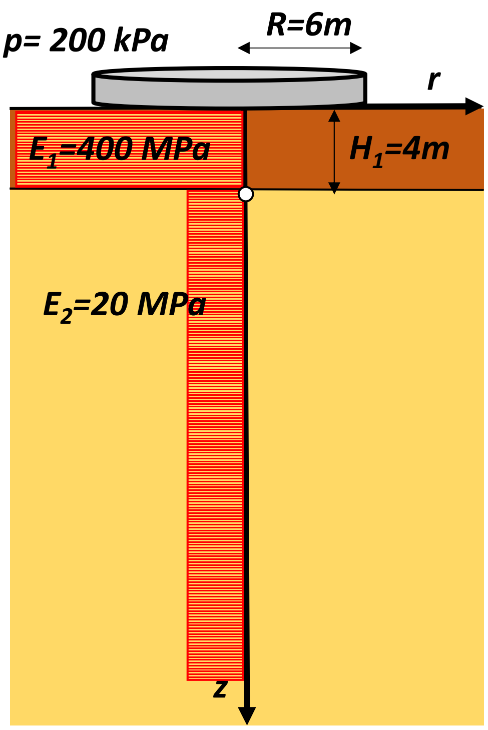


AN ο ημί – χωρος ήταν ομοιογενής:

Στη <u>διεπιφάνεια</u> των 2 στρώσεων, όπου $z = H_1$:

$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 1 - \left\{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}} = 1 - \left\{1 + \left(\frac{6}{4}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}} = 0.83 \rightarrow$$

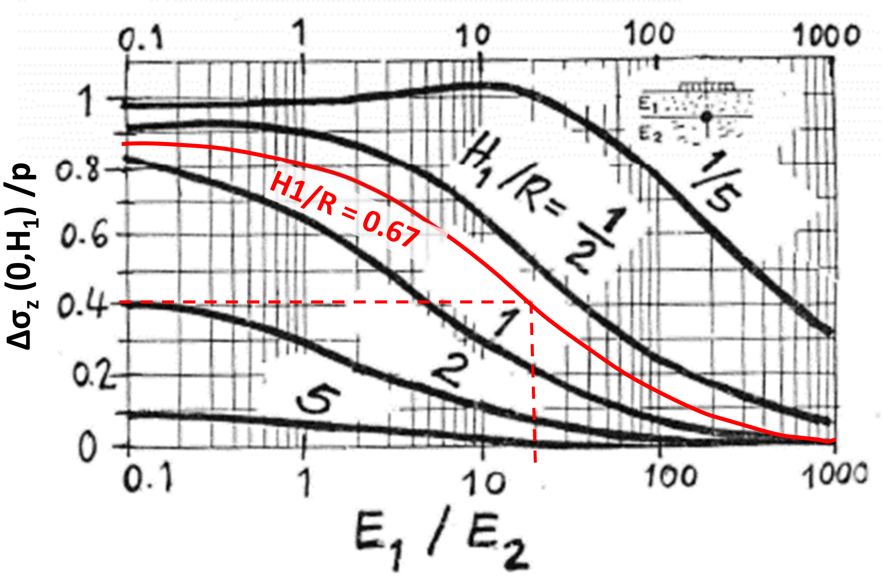
$$\Delta\sigma_z = 0.83 \cdot p = 0.83 \cdot 200 = 166\,kPa$$



Δίστρωτο έδαφος:

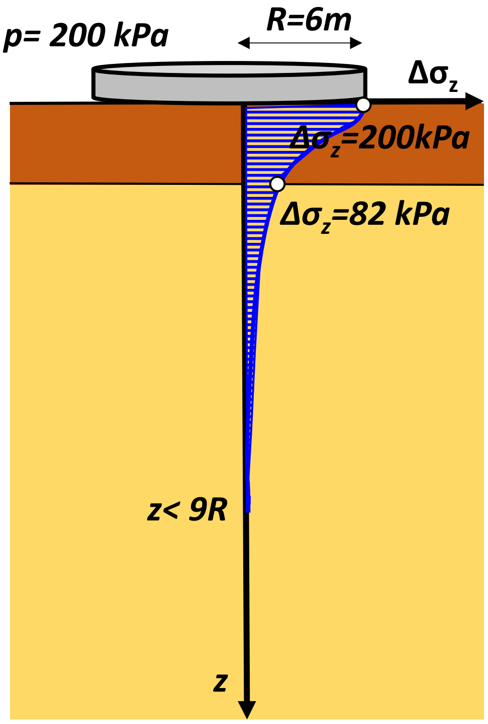
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{400}{20} = 20 \qquad \frac{H_1}{R} = \frac{4}{6} = 0.67$$

Στη <u>διεπιφάνεια</u> των 2 στρώσεων, όπου $z = H_1$:



$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 0.41 \rightarrow \Delta\sigma_z = 0.41 \cdot p = 0.41 \cdot 200 = 82\,kPa$$

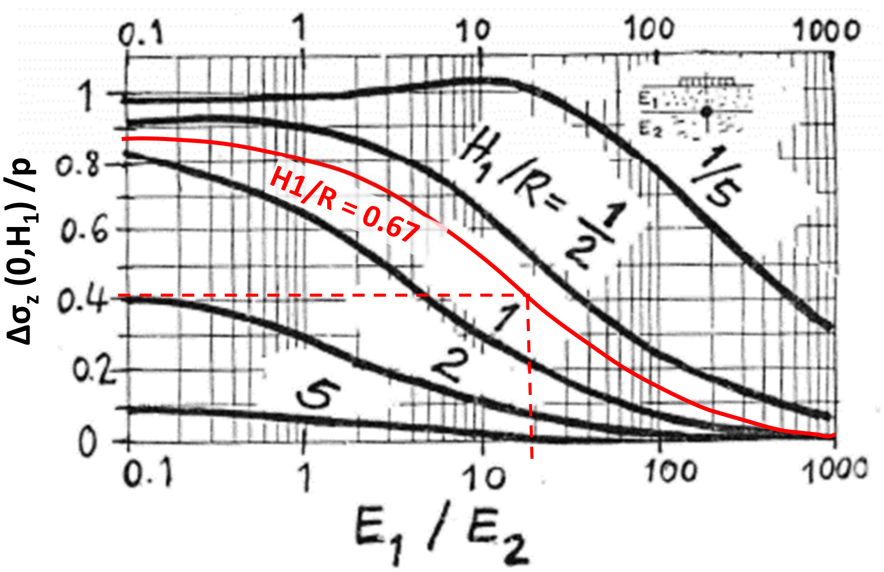
$$< 166\,kPa$$



Δίστρωτο έδαφος:

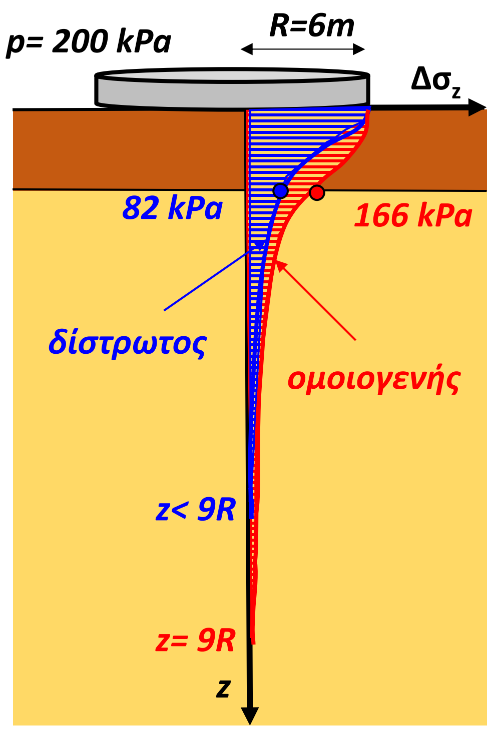
$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{400}{20}=20 \qquad \frac{H_1}{R}=\frac{4}{6}=0.67$$

Στη <u>διεπιφάνεια</u> των 2 στρώσεων, όπου z = H_1:



$$\frac{\Delta\sigma_z}{p}=0.41 \rightarrow \Delta\sigma_z=0.41\cdot p=0.41\cdot 200=82kPa$$

$$<166kPa$$



Γιατί???

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ

5ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

1η Σειρά Ασκήσεων (για ΕΞΑΣΚΗΣΗ <u>στο μάθημα και στο σπίτι</u>)

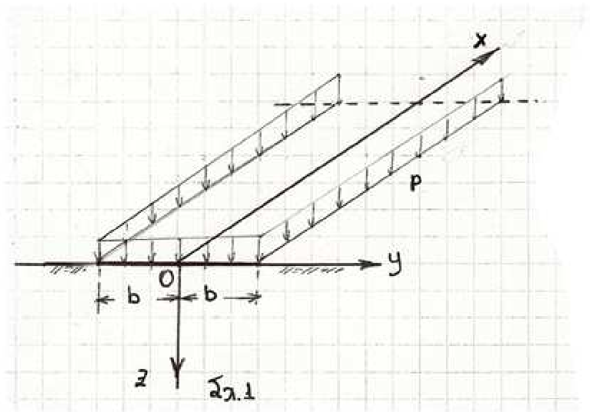
1.2 Στην επιφάνεια ομοιογενούς ημιχώρου (E,ν) επιβάλλεται **λωριδωτό φορτίο p** επί πλάτους 2b, κατά μήκος του άξονα x (Σχ.1). *Ποιές* από τις αναπτυσσόμενες τάσεις $\Delta\sigma_x$ $\Delta\sigma_y$ $\Delta\sigma_z$ $\Delta\tau_{xy}$ $\Delta\tau_{yz}$ $\Delta\tau_{xz}$ μπορείτε να υπολογίσετε ή να εκτιμήσετε χονδροειδώς (τάξη μεγέθους) — χωρίς βεβαίως να θυμάστε τύπους — για τα ακόλουθα 3 σημεία Α,Β,Γ, που δίδονται με τις συντεταγμένες τους ?

Σημείο Α: $x_A=0$, $y_A=0$, $z_A=b/4$

Σημείο Β: $x_B=0$, $y_B=0$, $z_B=12b$

Σημείο Γ: $x_Γ=0$, $y_Γ=1{,}5b$, $z_Γ=0$

Σχεδιάστε τα 3 «στοιχεία» Α, Β, Γ, με τις αντίστοιχες τάσεις τους. Δώστε εξήγηση σε «μία γραμμή» για την κάθε τάση. Αρκεί ακρίβεια ± 25%.

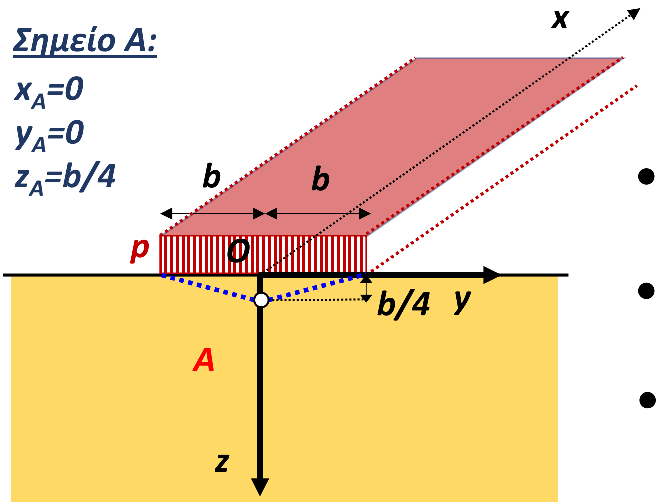


<u>Σημείο Α:</u>

$x_A=0$

$y_A=0$

$z_A=b/4$



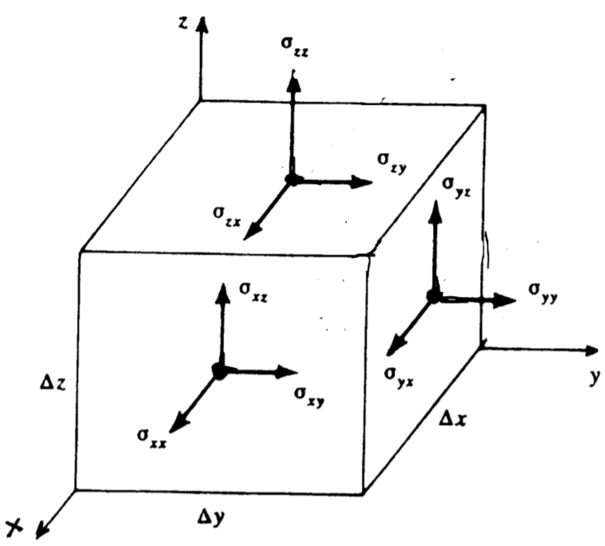
- ***Το σημείο Α βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας του φορτίου p*** → $\boxed{\Delta\tau_{yz} = 0\ kPa}$
- ***Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης»*** → $\boxed{\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0\ kPa}$
- ***Το σημείο Α, βρίσκεται πρακτικά <u>κάτω</u> από το φορτίο:***

$$\frac{z}{2\cdot b} = \frac{\frac{b}{4}}{2\cdot b} = \frac{1}{8} \leq \frac{1}{4} \longrightarrow \textit{Συνθήκες 1-Δ συμπίεσης}$$

<u>1-Δ συμπίεση</u>

Επομένως, $\boxed{\Delta\sigma_z = p}$

και: $\boxed{\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_x = k_o\cdot\Delta\sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu}\cdot\Delta\sigma_z}$



<u>Σημείωση</u>: Η ακριβής λύση δίνει

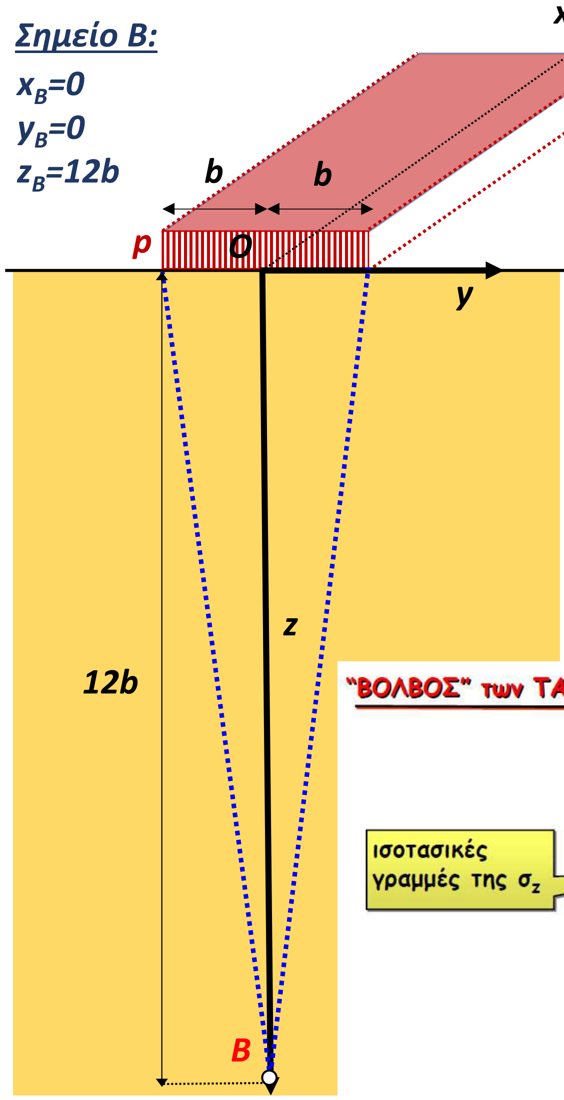
$\Delta\sigma_z = 0.99p$

$\Delta\sigma_y = 0.69p$

$\Delta\sigma_x = \nu(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_y) = 0.56p$ (π.χ. για ν=1/3)

Σημείο Β:

$x_B=0$
$y_B=0$
$z_B=12b$



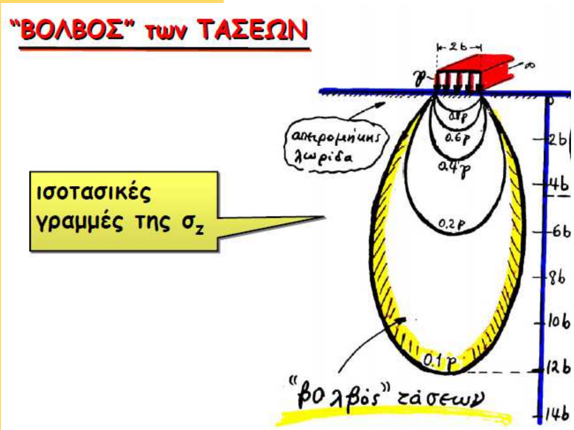
- Το σημείο Β βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας του φορτίου p ⟶ $\boxed{\Delta\tau_{yz} = 0\ kPa}$
- Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης» ⟶ $\boxed{\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0\ kPa}$
- Το σημείο Β είναι σε βάθος z, όπου:

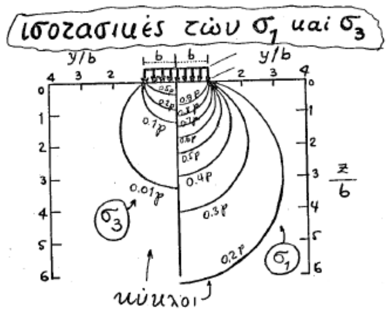
$$\frac{z}{b} = \frac{12\cdot b}{b} = 12 \longrightarrow \frac{\Delta\sigma_z}{p} \approx 0.1 \rightarrow \boxed{\Delta\sigma_z \approx 0.1\cdot p}$$

$(\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = \Delta\tau_{yz} = 0\ kPa) \longrightarrow \Delta\sigma_z = \Delta\sigma_1,\ \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_3,\ \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_2$

$$\boxed{\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_3 \approx 0}$$

(«επίπεδη παραμόρφωση») $\longrightarrow \Delta\sigma_x = \nu\cdot\left(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z\right) = \boxed{\nu\cdot 0.1\cdot p}$

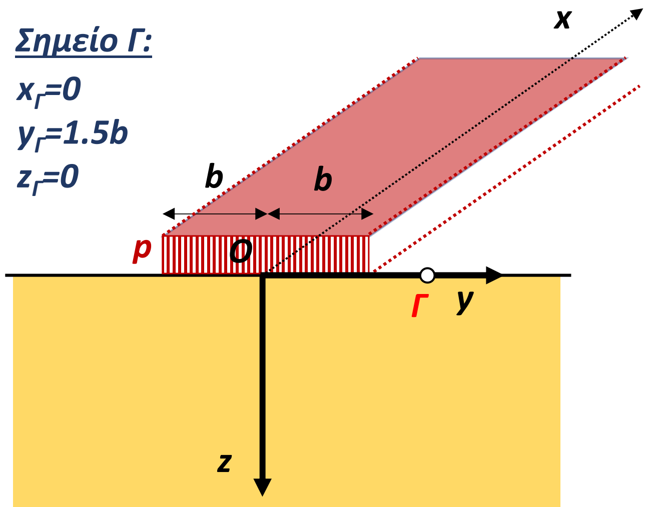




Σημείωση: Η ακριβής λύση δίνει
$\Delta\sigma_z = 0.11p$, $\Delta\sigma_y = 0.0002p$
$\Delta\sigma_x = \nu(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_y) = 0.03p$ (για ν=1/3)

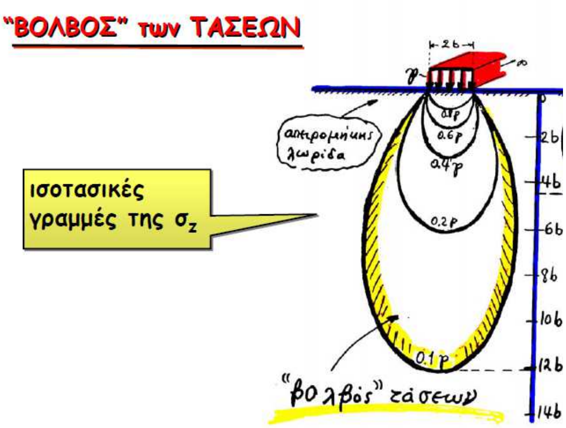
Σημείο Γ:

$x_\Gamma=0$
$y_\Gamma=1.5b$
$z_\Gamma=0$



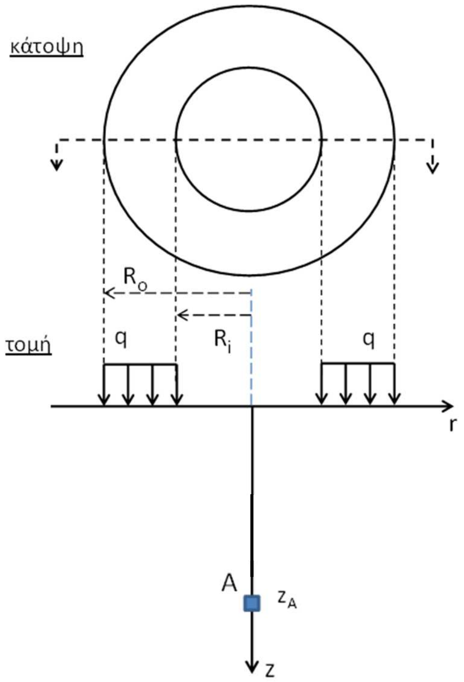
- Συνθήκες «επίπεδης παραμόρφωσης» $\boxed{\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{xz} = 0\ kPa}$
- Το σημείο Γ βρίσκεται ακριβώς στην «ελεύθερη» επιφάνεια ⟶ $\boxed{\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_x = 0}$
- Άρα και: $\boxed{\Delta\tau_{yz} = 0\ kPa}$

Σημείωση: Η ακριβής λύση δίνει
… ακριβώς τα ίδια



Επιπλέον άσκηση:

Δεξαμενή υγρού καυσίμου εδράζεται σε επιφανειακή θεμελίωση δακτυλιοειδούς επιφάνειας με εξωτερική ακτίνα R_o = 6 m και εσωτερική ακτίνα και R_i = 3 m. Το φορτίο της δεξαμενής, πλάτους q, κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια θεμελίωσης. Το έδαφος έχει ειδικό βάρος γ = 20 kN/m^3 και ο συντελεστής ουδέτερων ωθήσεων K_o = 0.5. Για το σημείο Α σε βάθος z_A = 9 m επί του κατακόρυφου άξονα συμμετρίας της επιφάνειας θεμελιώσεως, ζητούνται:



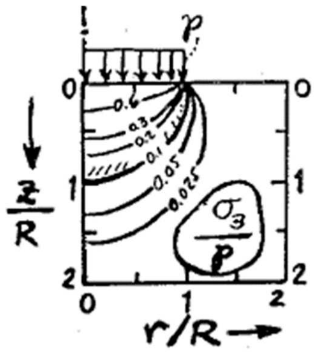
α) Οι επιβαλλόμενες τάσεις $\Delta\sigma_z$ και $\Delta\sigma_r$.

β) Είναι δυνατή η αστοχία του σημείου Α και για ποια τιμή του q; (Νόμος αστοχίας Mohr-Coulomb με ϕ = 30^o και c = 0 kPa).

Επίσης, δίνεται η σχέση για την κατανομή της $\Delta\sigma_z$ σε βάθος z επί του άξονα συμμετρίας κυκλικού θεμελίου ακτίνας R επί ομοιογενούς ημίχωρου:

$$\frac{\Delta\sigma z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[1+\left(\frac{z}{R}\right)^{-2}\right]^{1.5}}$$

… και διάγραμμα για την κατανομή της $\Delta\sigma_3$ (για r=0, $\Delta\sigma_r$ = $\Delta\sigma_3$)



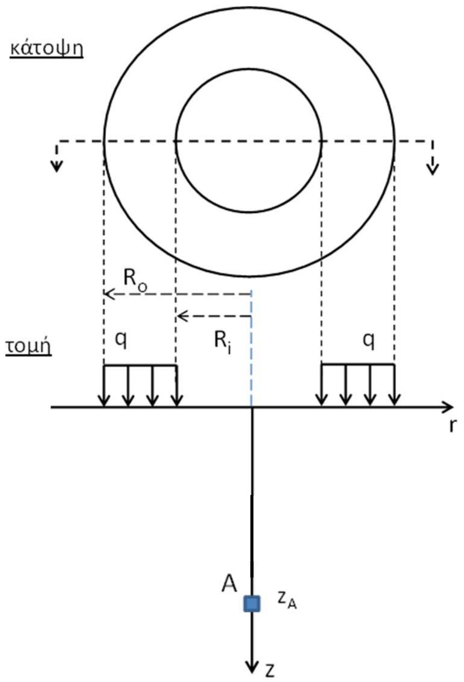
Επιπλέον άσκηση:

α) **Όπως και στην Άσκηση 1.3**, έχουμε επαλληλία ενός κυκλικού θεμελίου με ακτίνα R_o = 6m που επιβάλλει φορτίο q > 0 (θλιπτικό) και ενός κυκλικού θεμελίου με ακτίνα R_i = 3m που επιβάλλει φορτίο q < 0 (εφελκυστικό)

Για την πρόσθετη τάση $\Delta\sigma_z$ χρησιμοποιούμε τη σχέση:

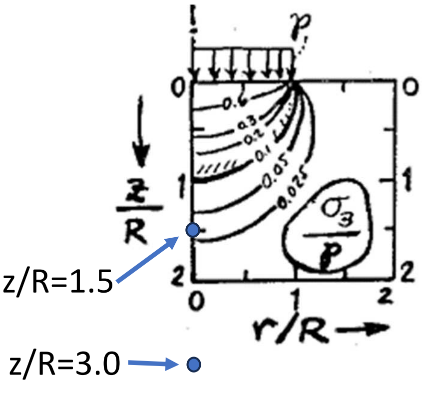
- Κυκλικό θεμέλιο με R=R_o=6m και z=9m δίνει $\Delta\sigma_z/q$ = 0.424
- Κυκλικό θεμέλιο με R=R_i=3m και z=9m δίνει $\Delta\sigma_z/q$ = 0.146

Άρα
$\Delta\sigma_z$/q = 0.424 – 0.146 = **0.278**



Για την πρόσθετη τάση $\Delta\sigma_r$ (=$\Delta\sigma_3$ στον άξονα συμμετρίας r=0) χρησιμοποιούμε το διάγραμμα:

- Κυκλικό θεμέλιο με R=R_o=6m και z=9m:
  r/R=0, z/R=1.5 → $\Delta\sigma_3$/p = 0.03
- Κυκλικό θεμέλιο με R=R_i=3m και z=9m:
  r/R=0, z/R=3.0 → $\Delta\sigma_3$/p = … 0



Άρα
$\Delta\sigma_r$/q = 0.03 – 0 = **0.03**

Επιπλέον άσκηση:

β) Για τον έλεγχο αστοχίας ενός εδαφικού στοιχείου, ελέγχουμε αν ο κύκλος Mohr των ενεργών συνολικών τάσεων (= γεωστατικές+επιφορτικές) εφάπτεται ή όχι στην περιβάλλουσα

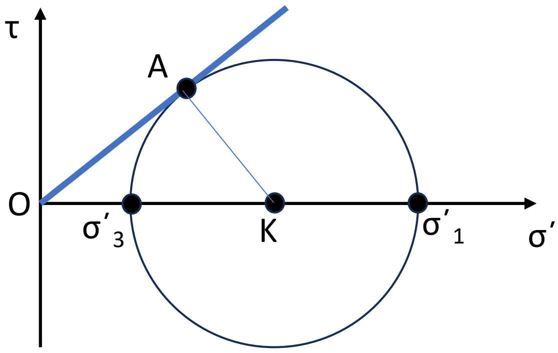
Γεωστατικές τάσεις:
$\sigma_v = \gamma z = 20 \times 9 = 180$ kPa , $\sigma'_h = K_o \sigma'_v = 0.5 \times 180 = 90$ kPa
$u = 0$
$\sigma'_v = \sigma_v - u = 180$ kPa , $\sigma_h = \sigma'_h + u = 90$ kPa

Επιφορτικές (πρόσθετες) τάσεις:
$\Delta\sigma_z = 0.278q$

$\Delta\sigma_r = 0.03q$

Στο κατακόρυφο επίπεδο zr, οι ενεργές τελικές τάσεις: $\sigma'_z = 180 + 0.278q$, $\sigma'_r = 90 + 0.03q$

Επίσης $\tau_{zr}=\tau_{rz}=0$ στον άξονα συμμετρίας $\rightarrow$ $\sigma'_1 = \sigma'_z$ και $\sigma'_3 = \sigma'_r$



Έστω ότι το εδαφικό στοιχείο αστοχεί…

Τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΚ:

$(AK) = 0.5x(\sigma'_1 - \sigma'_3) = 0.5x(90\text{-}0.248q) = 45\text{-}0.124q$
$(OK) = 0.5x(\sigma'_1 + \sigma'_3) = 0.5x(270\text{+}0.308q) = 135\text{+}0.154q$

$\sin\phi=(AK)/(OK) \rightarrow \dots \rightarrow$ **q = 480 kPa**

Σημείωση: Αν $\Delta\sigma_r = 0$, τότε $\sigma'_3 = 90$ kPa = γνωστό σημείο, και θα λυνόταν και γραφικά…