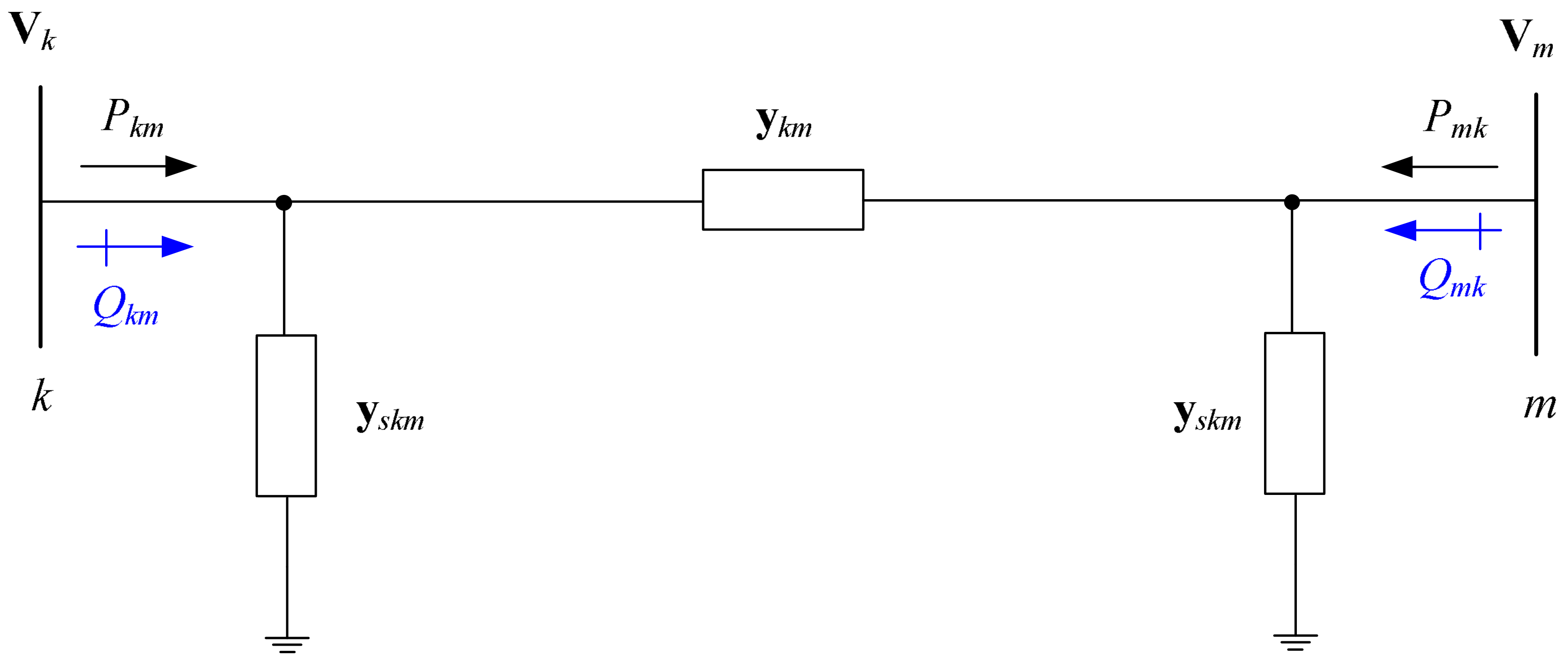
Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Κεφάλαιο 10: Μελέτη Ροών Φορτίου

Μάθημα στις 10/01/2024

Παύλος Σ. Γεωργιλάκης
Καθ. ΕΜΠ

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς



$\mathbf{V}_k = V_k \angle \delta_k$ $\mathbf{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$ $\mathbf{y}_{skm} = g_{skm} + jb_{skm}$ $\mathbf{V}_m = V_m \angle \delta_m$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς

$$\boxed{P_{km} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}$$

$$P_{mk} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k) - V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)$$

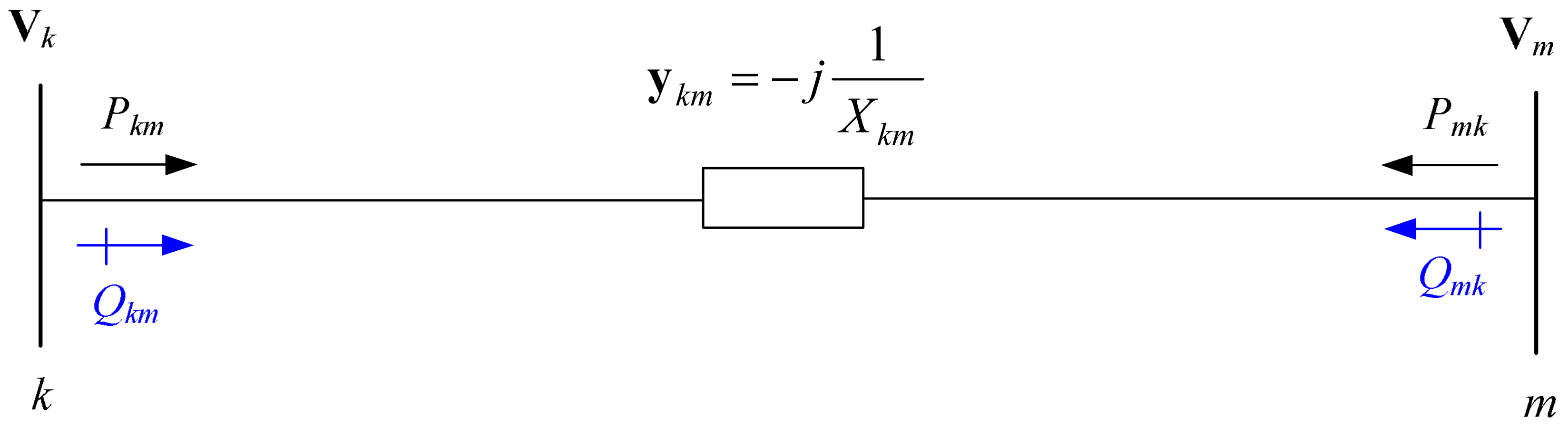
$$\boxed{PLoss_{km} = P_{km} + P_{mk}}$$

$$\boxed{Q_{km} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)}$$

$$Q_{mk} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k) + V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)$$

$$\boxed{QLoss_{km} = Q_{km} + Q_{mk}}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)



$$\mathbf{y}_{km} = \frac{1}{\mathbf{z}_{km}} = \frac{1}{R_{km} + jX_{km}} = \frac{1}{jX_{km}} = -j\frac{1}{X_{km}} = g_{km} + jb_{km} \Rightarrow \boxed{g_{km} = 0 \quad , \quad b_{km} = \frac{-1}{X_{km}}}$$

$$\mathbf{y}_{skm} = j\frac{BT_{km}}{2} = 0 = g_{skm} + jb_{skm} \Rightarrow \boxed{g_{skm} = 0 \quad , \quad b_{skm} = 0}$$

Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς Χωρίς Απώλειες (R=0)

$$\boxed{P_{km} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}} \qquad P_{mk} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$PLoss_{km} = P_{km} + P_{mk} = 0$$

$$\boxed{Q_{km} = \frac{V_k^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}} \qquad Q_{mk} = \frac{V_m^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$QLoss_{km} = Q_{km} + Q_{mk} \neq 0$$

Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

- Το πρόβλημα ροών φορτίου συνίσταται στη λύση ενός συστήματος $\boldsymbol{n+m-1}$ μη γραμμικών εξισώσεων.
- Το πρόβλημα ροών φορτίου επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους, όπως:

1. Μέθοδος Gauss
2. Μέθοδος Gauss–Seidel
3. Μέθοδος Newton–Raphson
4. Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροών φορτίου

Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

Μέθοδος Gauss–Seidel

$$\mathbf{V}_k^{(i+1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{kk}} \cdot \left\{ \frac{P_k - jQ_k^{(i)}}{\left[\mathbf{V}_k^{(i)}\right]^*} - \sum_{m \in A_1(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i+1)} - \sum_{m \in A_2(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i)} \right\} \qquad (10.16)$$

- $A_1(k)$ είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό k, για τους οποίους η τάση έχει ήδη υπολογιστεί στην ανακύκλωση $i+1$.
- $A_2(k)$ είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό k, για τους οποίους η τάση έχει υπολογιστεί στην ανακύκλωση i.

Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση

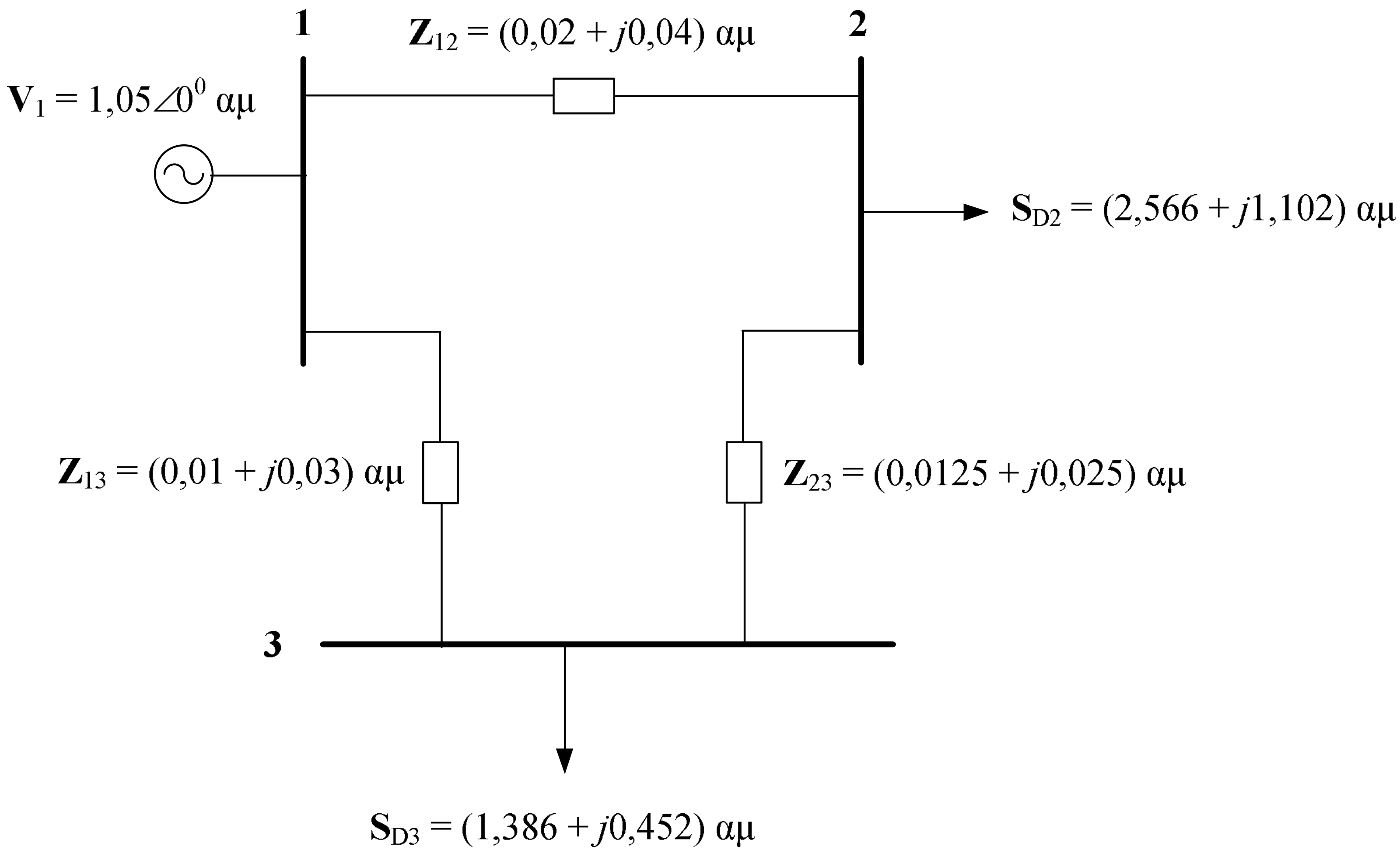
Στο τριφασικό ΣΗΕ του Σχήματος (της επόμενης διαφάνειας), η βάση ισχύος είναι 100 MVA. Ζητούνται:

1. Τα $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_3$ με τη μέθοδο Gauss–Seidel με ακρίβεια τεσσάρων (4) δεκαδικών ψηφίων.

2. Η πραγματική και η άεργη ισχύς του ζυγού αναφοράς.

3. Οι ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς και οι απώλειες ισχύος των γραμμών μεταφοράς. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα των ροών ισχύος.

Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση



Ερώτημα 1: Λύση

$$\mathbf{y}_{12} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{12}} = \frac{1}{0{,}02 + j0{,}04} \Rightarrow \mathbf{y}_{12} = (10 - j20)\ \alpha\mu$$

$$\mathbf{y}_{13} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{13}} = \frac{1}{0{,}01 + j0{,}03} \Rightarrow \mathbf{y}_{13} = (10 - j30)\ \alpha\mu$$

$$\mathbf{y}_{23} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{23}} = \frac{1}{0{,}0125 + j0{,}025} \Rightarrow \mathbf{y}_{23} = (16 - j32)\ \alpha\mu$$

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{12} & -\mathbf{y}_{13} \\ -\mathbf{y}_{12} & \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23} & -\mathbf{y}_{23} \\ -\mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{23} & \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Ερώτημα 1: Λύση

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} \text{ αμ}$$

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 2{,}566 \Rightarrow P_2 = -2{,}566 \text{ αμ}$$

$$Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - 1{,}102 \Rightarrow Q_2 = -1{,}102 \text{ αμ}$$

$$P_3 = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1{,}386 \Rightarrow P_3 = -1{,}386 \text{ αμ}$$

$$Q_3 = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 0{,}452 \Rightarrow Q_3 = -0{,}452 \text{ αμ}$$

Αρχικές τιμές Gauss–Seidel: $\mathbf{V}_3^{(0)} = 1\angle 0^0$ αμ $\mathbf{V}_2^{(0)} = 1\angle 0^0$ αμ

Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{22}} \cdot \left\{ \frac{P_2 - jQ_2}{\left[\mathbf{V}_2^{(0)}\right]^*} - \mathbf{Y}_{21} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{23} \cdot \mathbf{V}_3^{(0)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{26 - j52} \cdot \left\{ \frac{-2{,}566 + j1{,}102}{\left[1\angle 0^0\right]^*} + (10 - j20) \cdot (1{,}05\angle 0^0) + (16 - j32) \cdot (1\angle 0^0) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = (0{,}9825 - j0{,}0310) \ \ \alpha\mu$$

Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{33}} \cdot \left\{ \frac{P_3 - jQ_3}{\left[\mathbf{V}_3^{(0)}\right]^*} - \mathbf{Y}_{31} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{32} \cdot \mathbf{V}_2^{(1)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{26 - j62} \cdot \left\{ \frac{-1{,}386 + j0{,}452}{\left[1\angle 0^0\right]^*} + (10 - j30) \cdot (1{,}05\angle 0^0) + (16 - j32) \cdot (0{,}9825 - j0{,}0310) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = (1{,}0011 - j0{,}0353) \ \text{αμ}$$

Ερώτημα 1: Λύση

Ανακύκλωση	V_2 (αμ)	V_3 (αμ)
1	$0{,}9825 - j\,0{,}0310$	$1{,}0011 - j\,0{,}0353$
2	$0{,}9816 - j\,0{,}0520$	$1{,}0008 - j\,0{,}0459$
3	$0{,}9808 - j\,0{,}0578$	$1{,}0004 - j\,0{,}0488$
4	$0{,}9801 - j\,0{,}0598$	$1{,}0002 - j\,0{,}0497$
5	$0{,}9801 - j\,0{,}0599$	$1{,}0001 - j\,0{,}0499$
6	$0{,}9801 - j\,0{,}0599$	$1{,}0000 - j\,0{,}0500$
7	$0{,}9800 - j\,0{,}0600$	$1{,}0000 - j\,0{,}0500$

Ερώτημα 1: Λύση

Τελική λύση:

$$\boxed{\mathbf{V}_2 = (0{,}9800 - j0{,}0600)\ \text{αμ} = 0{,}98183\angle -3{,}5035^0\ \ \text{αμ}}$$

$$\boxed{\mathbf{V}_3 = (1{,}0000 - j0{,}0500)\ \text{αμ} = 1{,}00125\angle -2{,}8624^0\ \ \text{αμ}}$$

Ερώτημα 2: Λύση

Μιγαδική εξίσωση ροής φορτίου του ζυγού 1:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{Y}_{11}^* \cdot V_1^2 + \mathbf{Y}_{12}^* \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2^* + \mathbf{Y}_{13}^* \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_3^* \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_1 = (20 + j50) \cdot 1{,}05^2 + (-10 - j20) \cdot 1{,}05 \cdot (0{,}98 + j0{,}06) + (-10 - j30) \cdot 1{,}05 \cdot (1{,}00 + j0{,}05) \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{S}_1 = (4{,}095 + j1{,}89)\ \text{αμ} = 409{,}5\ \text{MW} + j189\ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$P_{12} = (g_{12} + g_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot cos(\delta_1 - \delta_2) - V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot sin(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$P_{12} = (10 + 0) \cdot 1{,}05^2 - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot 10 \cdot cos(0^0 + 3{,}5035^0) - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot (-20) \cdot sin(0^0 + 3{,}5035^0) \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{12} = 1{,}995 \ \text{αμ} = 199{,}5 \ \text{MW}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

Ροή αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$Q_{12} = -(b_{12} + b_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot sin(\delta_1 - \delta_2) + V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot cos(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = -(-20 + 0) \cdot 1{,}05^2 - 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot 10 \cdot sin(0^0 + 3{,}5035^0) + 1{,}05 \cdot 0{,}98183 \cdot (-20) \cdot cos(0^0 + 3{,}5035^0) \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{12} = 0{,}84 \ \ \alpha\mu = 84 \ \ \text{MVAR}}$$

Αντίστοιχα, υπολογίζεται ότι:

$$\boxed{P_{21} = -191{,}0 \ \ \text{MW}} \qquad \boxed{Q_{21} = -67 \ \ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3: Λύση

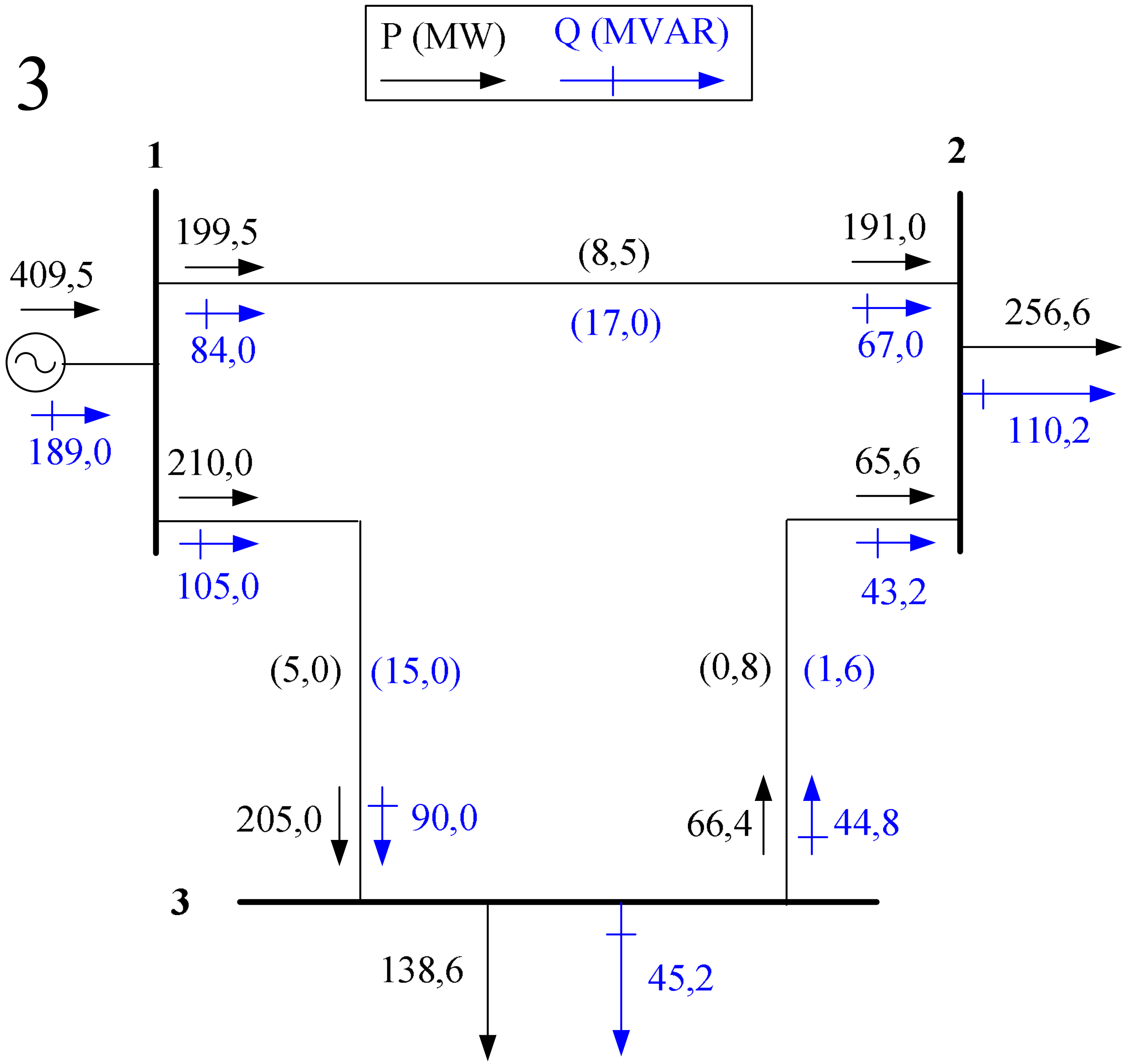
Απώλειες ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$PLoss_{12} = P_{12} + P_{21} = 199{,}5 - 191 \Rightarrow \quad \boxed{PLoss_{12} = 8{,}5 \ \text{MW}}$$

Απώλειες αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$QLoss_{12} = Q_{12} + Q_{21} = 84 - 67 \Rightarrow \quad \boxed{QLoss_{12} = 17{,}0 \ \text{MVAR}}$$

Ερώτημα 3


P (MW)
Q (MVAR)
1
2
3
409,5
189,0
199,5
84,0
(8,5)
(17,0)
191,0
67,0
256,6
110,2
210,0
105,0
65,6
43,2
(5,0)
(15,0)
(0,8)
(1,6)
205,0
90,0
66,4
44,8
138,6
45,2