



Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Κεφάλαιο 2: Τριφασικά Συστήματα

Μάθημα στις 11/10/2023

Παύλος Σ. Γεωργιλάκης

Καθ. ΕΜΠ



Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

- Μιγαδική Ισχύς:
$$\hat{S} = P + jQ = \hat{V} \cdot \hat{I}^* = \frac{V^2}{\hat{Z}^*} = I^2 \cdot \hat{Z} \quad (2.26)$$

- Απόδειξη:
$$\hat{S} = \hat{V} \cdot \hat{I}^* = (\hat{I} \cdot \hat{Z}) \cdot \hat{I}^* = (\hat{I} \cdot \hat{I}^*) \cdot \hat{Z} = I^2 \cdot \hat{Z} \quad (2.27)$$

$$\text{Αν } \hat{V} = V \angle \theta_V \text{ και } \hat{I} = I \angle \theta_I \text{ , τότε: } \quad (2.28)$$

$$\hat{S} = \hat{V} \cdot \hat{I}^* \Rightarrow \hat{S} = V \cdot I \angle \theta_V - \theta_I \Rightarrow \hat{S} = V \cdot I \angle \theta \quad (2.29)$$

$$\hat{S} = V \cdot I \cdot \cos \theta + jV \cdot I \cdot \sin \theta \quad (2.30)$$

$$\mu\epsilon \quad \theta = \theta_V - \theta_I \quad (2.31)$$

$$P = \operatorname{Re} \{ \hat{S} \} = V \cdot I \cdot \cos \theta \quad (2.32)$$

$$Q = \operatorname{Im} \{ \hat{S} \} = V \cdot I \cdot \sin \theta \quad (2.33)$$



Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

- Συντελεστής Ισχύος: $\Sigma I = \cos \theta = \cos(\theta_V - \theta_I)$ (2.34)

- Αν $\theta > 0$, δηλαδή αν $\theta_V > \theta_I$, τότε $\Sigma I =$ επαγωγικός

- Αν $\theta < 0$, δηλαδή αν $\theta_V < \theta_I$, τότε $\Sigma I =$ χωρητικός

- Έχουμε ότι: $\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{I}} = \frac{V \angle \theta_V}{I \angle \theta_I} = \frac{V}{I} \angle (\theta_V - \theta_I)$ (2.35)

- Από (2.29) και (2.35) προκύπτει ότι η γωνία του συντελεστή ισχύος ($\theta = \theta_V - \theta_I$) της μιγαδικής ισχύος είναι ίδια με τη γωνία της σύνθετης αντίστασης



Στιγμιαία Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (2.36)$$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \quad (2.37)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.38)$$

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos \theta \cdot [1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)] - V \cdot I \cdot \sin \theta \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.39)$$

$$p(t) = P \cdot [1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)] - Q \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.40)$$

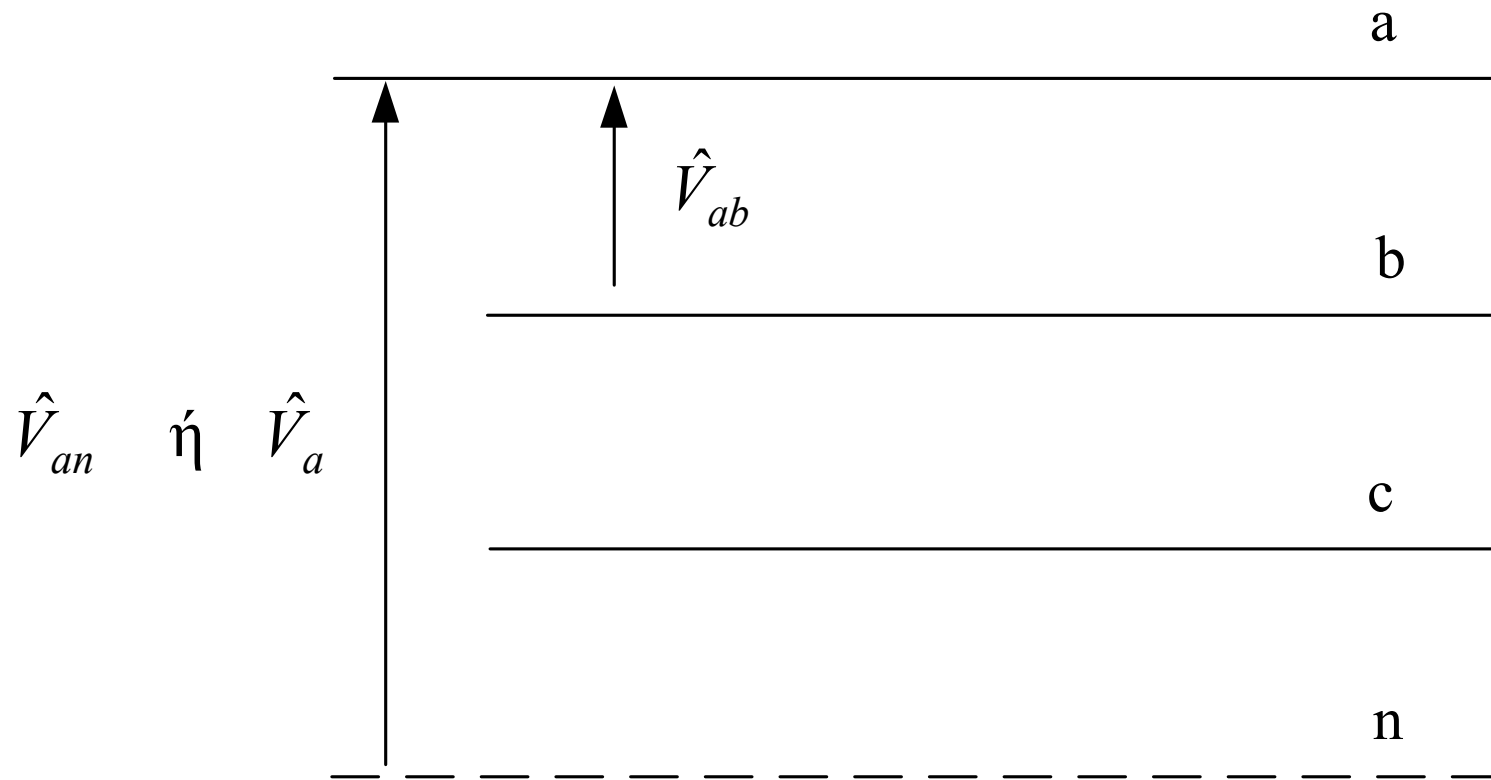
$$\bar{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt \Rightarrow \quad (2.41)$$

$$\bar{P} = P \quad (2.42)$$

- Σε ένα μονοφασικό κύκλωμα, η στιγμιαία ισχύς **ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ** σταθερή και ανεξάρτητη του χρόνου



Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση





Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση

- Δίνεται πάντα η πολική τάση (εκτός αν ρητά αναφέρεται κάτι διαφορετικό)
- Εξέταση συμμετρικών τριφασικών συστημάτων, στα οποία οι τάσεις και τα ρεύματα των τριών φάσεων έχουν ίσα μέτρα, ενώ οι γωνίες τους διαφέρουν κατά 120^0 .

$$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.43)$$

$$\hat{V}_a = V \angle 0^0 \quad (2.46)$$

$$v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t - 120^0) \quad (2.44)$$

$$\hat{V}_b = V \angle -120^0 \quad (2.47)$$

$$v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + 120^0) \quad (2.45)$$

$$\hat{V}_c = V \angle +120^0 \quad (2.48)$$



Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b = V \angle 0^\circ - V \angle -120^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{V}_{ab} = \sqrt{3} \cdot V \angle +30^\circ \quad (2.49)$$

$$\hat{V}_{bc} = \sqrt{3} \cdot V \angle -90^\circ \quad (2.50)$$

$$\hat{V}_{ca} = \sqrt{3} \cdot V \angle +150^\circ \quad (2.51)$$

$$V_\pi = \sqrt{3} \cdot V_\phi \quad (2.52)$$



Τριφασική Ισχύς

$$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.43)$$

$$i_a = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta) \quad (2.53)$$

$$v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t - 120^\circ) \quad (2.44)$$

$$i_b = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta - 120^\circ) \quad (2.54)$$

$$v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + 120^\circ) \quad (2.45)$$

$$i_c = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta + 120^\circ) \quad (2.55)$$

$$p(t) = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c \Rightarrow$$

$$p(t) = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \theta \quad (2.56)$$

- Το τριφασικό σύστημα μεταφέρει σταθερή στιγμιαία τριφασική ισχύ (σημαντικό πλεονέκτημα έναντι του μονοφασικού)
- Η συνολική μεταφερόμενη στιγμιαία τριφασική ισχύς είναι ίση με την τριφασική ενεργό ισχύ



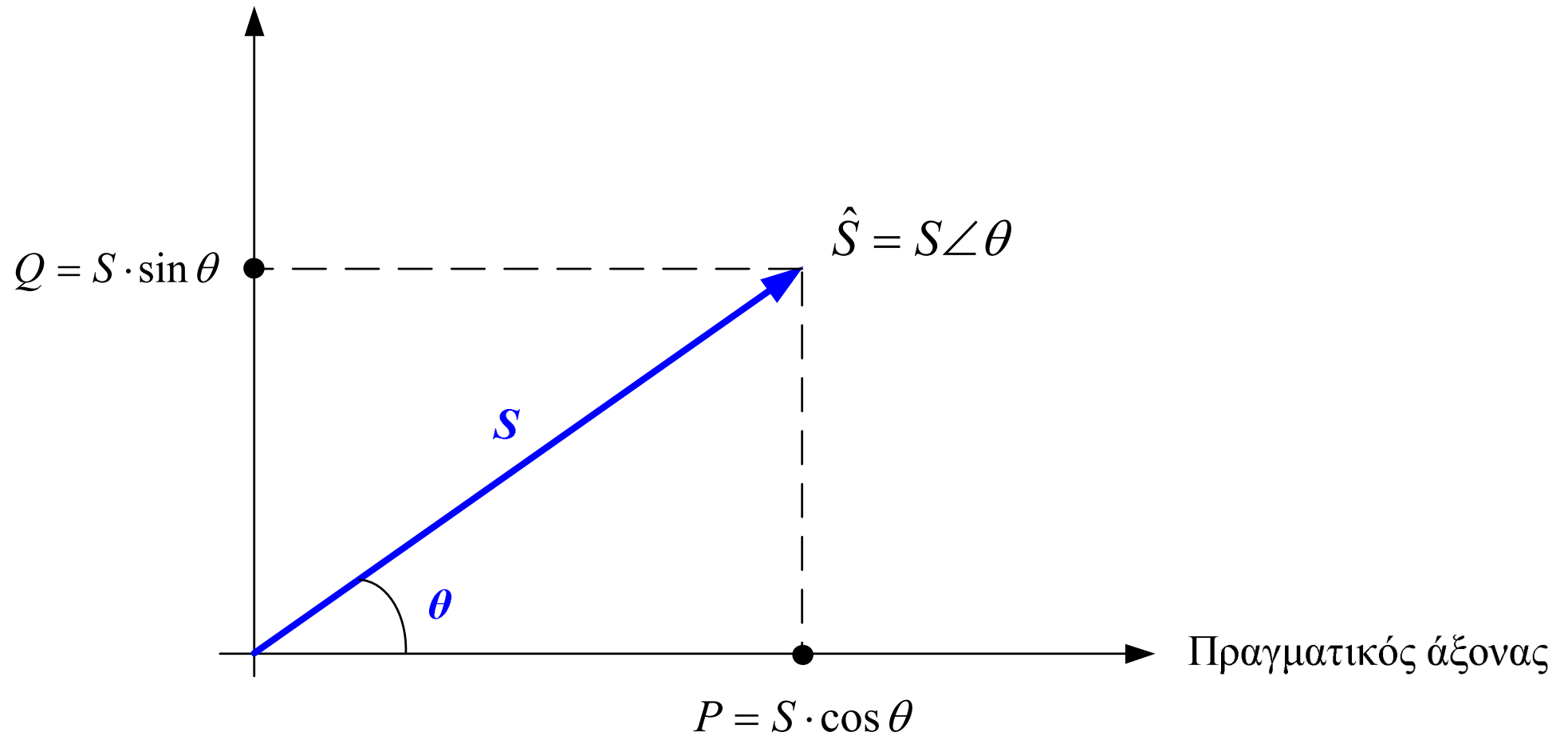
Τριφασική Ισχύς

- Τριφασική μιγαδική ισχύς: $\hat{S} = 3 \cdot \hat{V}_\varphi \cdot \hat{I}_\varphi^* = P + jQ = S \cdot \cos \theta + jS \cdot \sin \theta$
- Τριφασική φαινόμενη ισχύς (VA): $S = 3 \cdot V_\varphi \cdot I_\varphi = \sqrt{3} \cdot V_\pi \cdot I_L$
- Τριφασική ενεργός ισχύς (W): $P = 3 \cdot V_\varphi \cdot I_\varphi \cdot \cos \theta = \sqrt{3} \cdot V_\pi \cdot I_L \cdot \cos \theta$
- Τριφασική άεργος ισχύς (VAR): $Q = 3 \cdot V_\varphi \cdot I_\varphi \cdot \sin \theta = \sqrt{3} \cdot V_\pi \cdot I_L \cdot \sin \theta$



Τριφασική Ισχύς

Φανταστικός άξονας





Συνδεσμολογίες

Γεννήτρια	Φορτίο
Υ	Υ
Υ	Δ
Δ	Υ
Δ	Δ

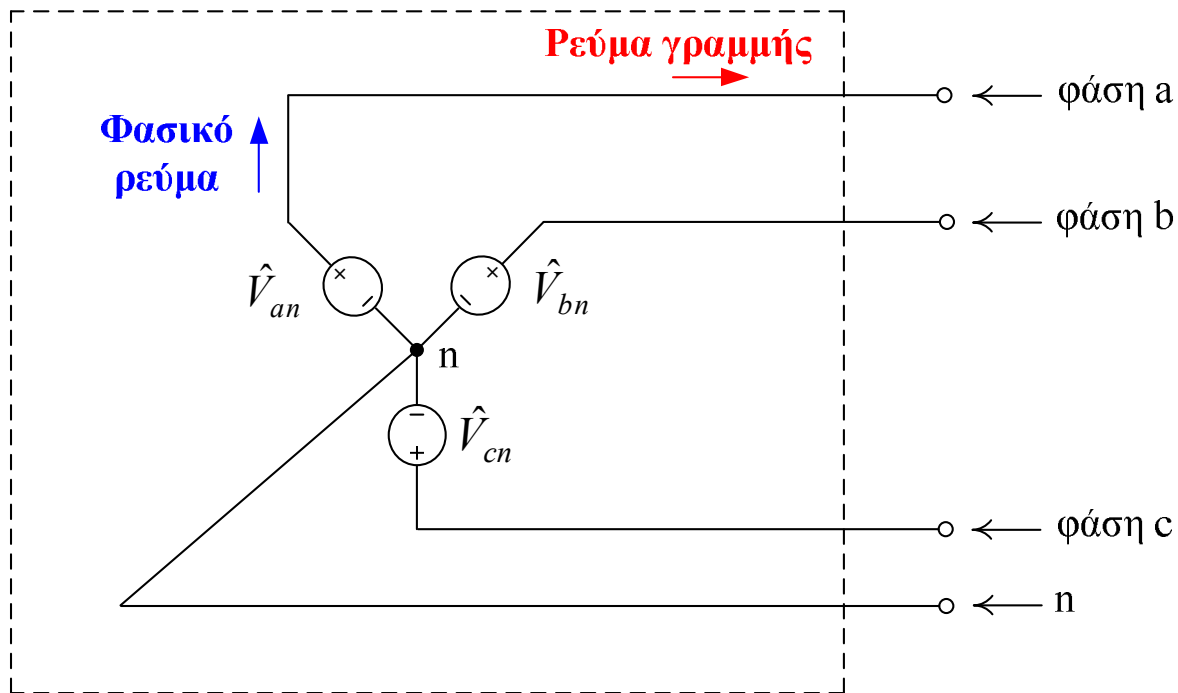


Συνδεσμολογία Γεννήτριας σε Αστέρα (Y)

$$V_{\pi} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi}$$

$$I_L = I_{\varphi}$$

$$S = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_L$$



Τριφασική
γεννήτρια

$$\hat{V}_{an} = V_{\varphi} \angle 0^{\circ} \quad (2.57)$$

$$\hat{V}_{bn} = V_{\varphi} \angle -120^{\circ} \quad (2.58)$$

$$\hat{V}_{cn} = V_{\varphi} \angle +120^{\circ} \quad (2.59)$$

$$\hat{V}_{ab} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi} \angle +30^{\circ} \quad (2.60)$$

$$\hat{V}_{bc} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi} \angle -90^{\circ} \quad (2.61)$$

$$\hat{V}_{ca} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi} \angle +150^{\circ} \quad (2.62)$$

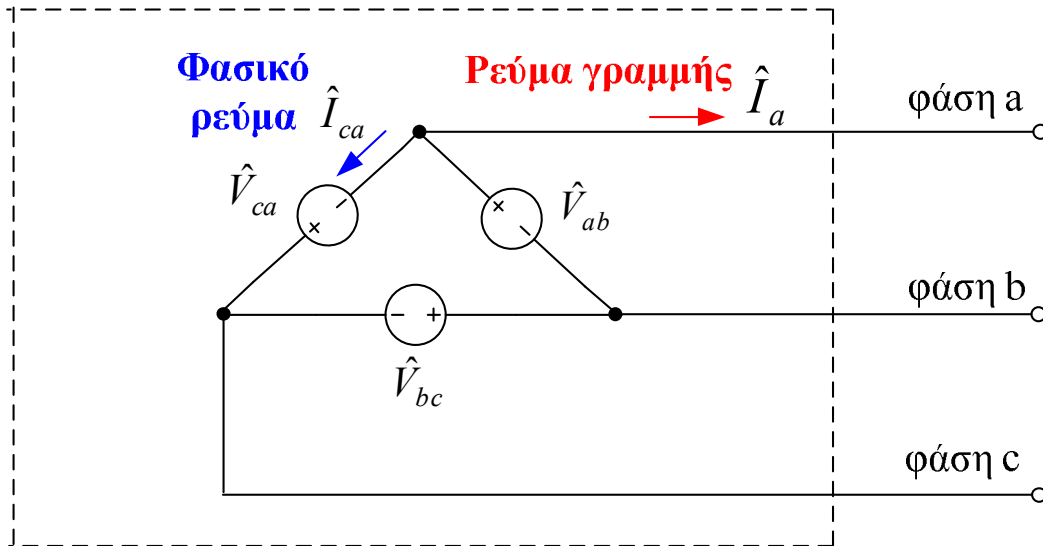


Συνδεσμολογία Γεννήτριας σε Τρίγωνο (Δ)

$$V_{\pi} = V_{\varphi}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_{\varphi}$$

$$S = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_L$$



Τριφασική
γεννήτρια

$$\hat{I}_{ab} = I_{\varphi} \angle -\theta^0 \quad (2.63)$$

$$\hat{I}_{bc} = I_{\varphi} \angle -\theta^0 - 120^0 \quad (2.64)$$

$$\hat{I}_{ca} = I_{\varphi} \angle -\theta^0 + 120^0 \quad (2.65)$$

$$\hat{I}_a = \sqrt{3} \cdot I_{\varphi} \angle -\theta^0 - 30^0 \quad (2.66)$$

$$\hat{I}_b = \sqrt{3} \cdot I_{\varphi} \angle -\theta^0 - 150^0 \quad (2.67)$$

$$\hat{I}_c = \sqrt{3} \cdot I_{\varphi} \angle -\theta^0 + 90^0 \quad (2.68)$$

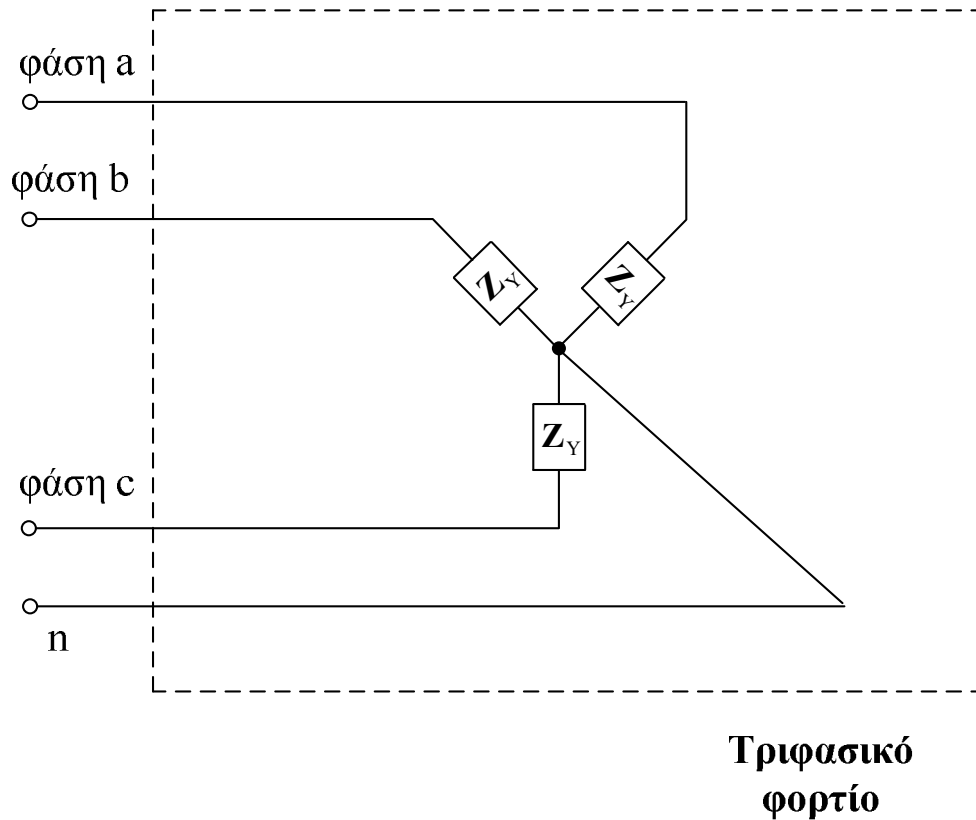


Συνδεσμολογία Φορτίου σε Αστέρα (Y)

$$V_{\pi} = \sqrt{3} \cdot V_{\phi}$$

$$I_L = I_{\phi}$$

$$S = 3 \cdot V_{\phi} \cdot I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_L$$



$$\hat{S}_Y = 3 \cdot \hat{V}_{\phi} \cdot \hat{I}_{\phi}^* \quad (2.69)$$

$$\hat{I}_{\phi} = \frac{\hat{V}_{\phi}}{\hat{Z}_Y} \quad (2.70)$$

$$\hat{S}_Y = \frac{3 \cdot V_{\phi}^2}{\hat{Z}_Y^*} \quad (2.71)$$

$$V_{\phi} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} \quad (2.72)$$

$$\hat{S}_Y = \frac{V_{\pi}^2}{\hat{Z}_Y^*} \quad (2.73)$$

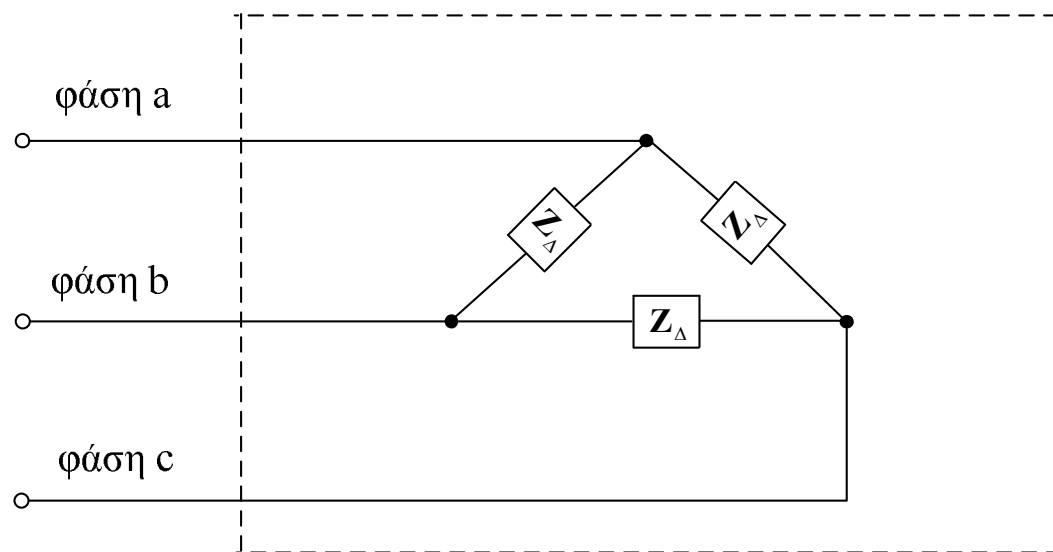


Συνδεσμολογία Φορτίου σε Τρίγωνο (Δ)

$$V_{\pi} = V_{\varphi}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_{\varphi}$$

$$S = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_L$$



Τριφασικό
φορτίο

$$\hat{S}_{\Delta} = 3 \cdot \hat{V}_{\varphi} \cdot \hat{I}_{\varphi}^* \quad (2.74)$$

$$\hat{I}_{\varphi} = \frac{\hat{V}_{\varphi}}{\hat{Z}_{\Delta}} \quad (2.75)$$

$$V_{\varphi} = V_{\pi} \quad (2.76)$$

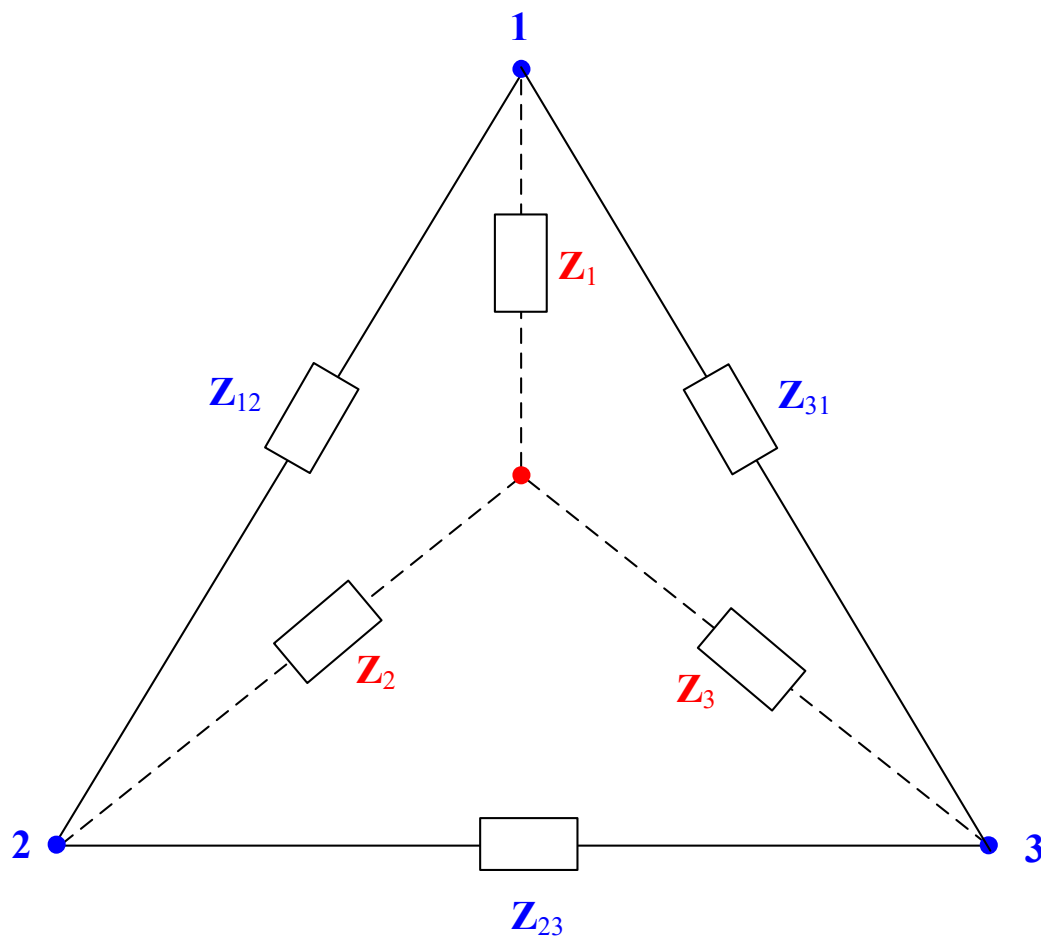
$$\hat{S}_{\Delta} = \frac{3 \cdot V_{\pi}^2}{\hat{Z}_{\Delta}^*} \quad (2.77)$$

$$\hat{Z}_{\Delta} = 3 \cdot \hat{Z}_Y \quad (2.78)$$

$$\hat{S}_{\Delta} = \frac{V_{\pi}^2}{\hat{Z}_Y^*} = \hat{S}_Y \quad (2.79)$$



Μετατροπή Τριγώνου Σύνθετων Αντιστάσεων σε Αστέρη



$$\hat{Z}_1 = \frac{\hat{Z}_{12} \cdot \hat{Z}_{31}}{\hat{Z}_{12} + \hat{Z}_{23} + \hat{Z}_{31}} \quad (2.80)$$

$$\hat{Z}_{12} = \hat{Z}_{23} = \hat{Z}_{31} = \hat{Z}_{\Delta} \quad (2.81)$$

$$\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2 = \hat{Z}_3 = \hat{Z}_Y \quad (2.82)$$

$$\hat{Z}_Y = \frac{\hat{Z}_{\Delta}}{3} \quad (2.83)$$