

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ - ΣΕΜΦΕ - ΕΜΠ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

ΑΚΑΔ.ΕΤΟΣ: 2023-2024

ΑΣΚΗΣΗ 16:

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ: ΑΛΚΗΣΤΗ ΔΗΜΑΚΟΠΟΥΛΟΥ

ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Σε αυτή την παρουσίαση:

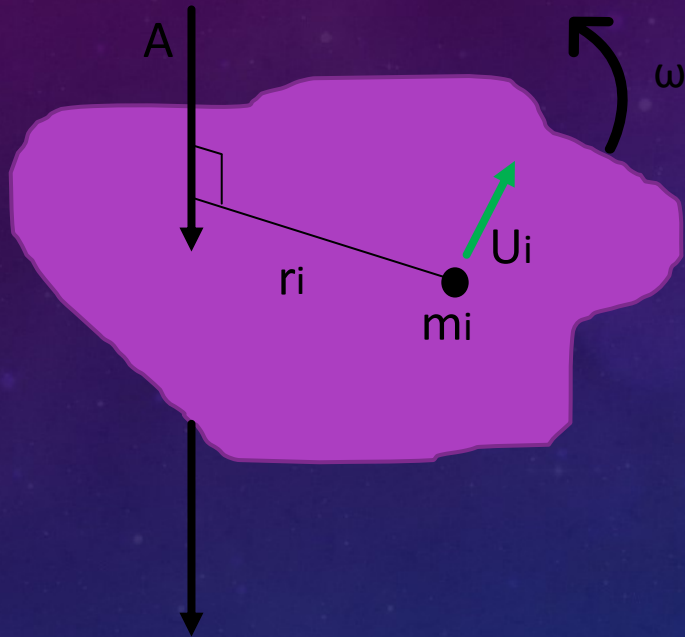
- ❖ Θα εξεταστεί η έννοια της ροπής αδράνειας
- ❖ Θα μελετηθεί η δυναμική ενέργεια σπειροειδούς ελατηρίου
- ❖ Θα αναλυθεί η μέθοδος του στροφικού αρμονικού ταλαντωτή
- ❖ Θα παρουσιαστεί η πειραματική διάταξη
- ❖ Στο πείραμα θα υπολογιστούν οι ροπές αδράνειας ενός δίσκου, μιας σφαίρας, ενός κυλινδρικού σωλήνα και ενός συμπαγούς κυλίνδρου.

Ο εργαστηριακός οδηγός βρίσκεται στο:

http://www.physics.ntua.gr/ergasthria/askhseis_ergasthrion/askhsh_16.pdf

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ – ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

Στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα A



Κινητική ενέργεια στοιχειώδους μάζας m_i που απέχει r_i από τον άξονα περιστροφής και έχει στιγμιαία ταχύτητα $U_i = \omega r_i$

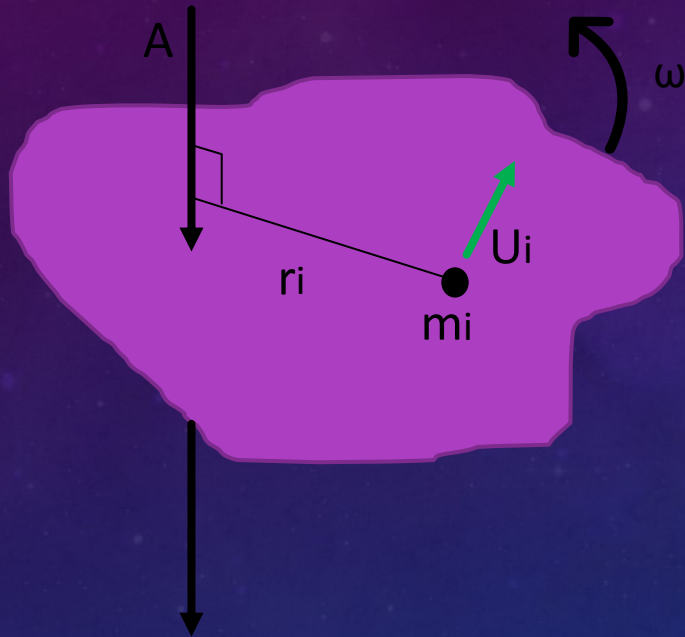
$$K_i = \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2$$

Αθροίζοντας για όλες τις μάζες που αποτελούν το σώμα

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2$$

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ – ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

Στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα A



Αθροίζοντας για όλες τις μάζες που αποτελούν το σώμα

$$K = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i m_i r_i^2$$

Όπου το άθροισμα

$$I_A = \sum_i m_i r_i^2$$

Ορίζεται ως **Ροπή αδράνειας** ως προς άξονα A και εξαρτάται μόνο από τη γεωμετρική κατανομή της μάζας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ – ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

Κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης μάζας m με ταχύτητα U

$$K = \frac{1}{2} \cdot mU^2$$

Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής γύρω από άξονα A με γωνιακή ταχύτητα ω

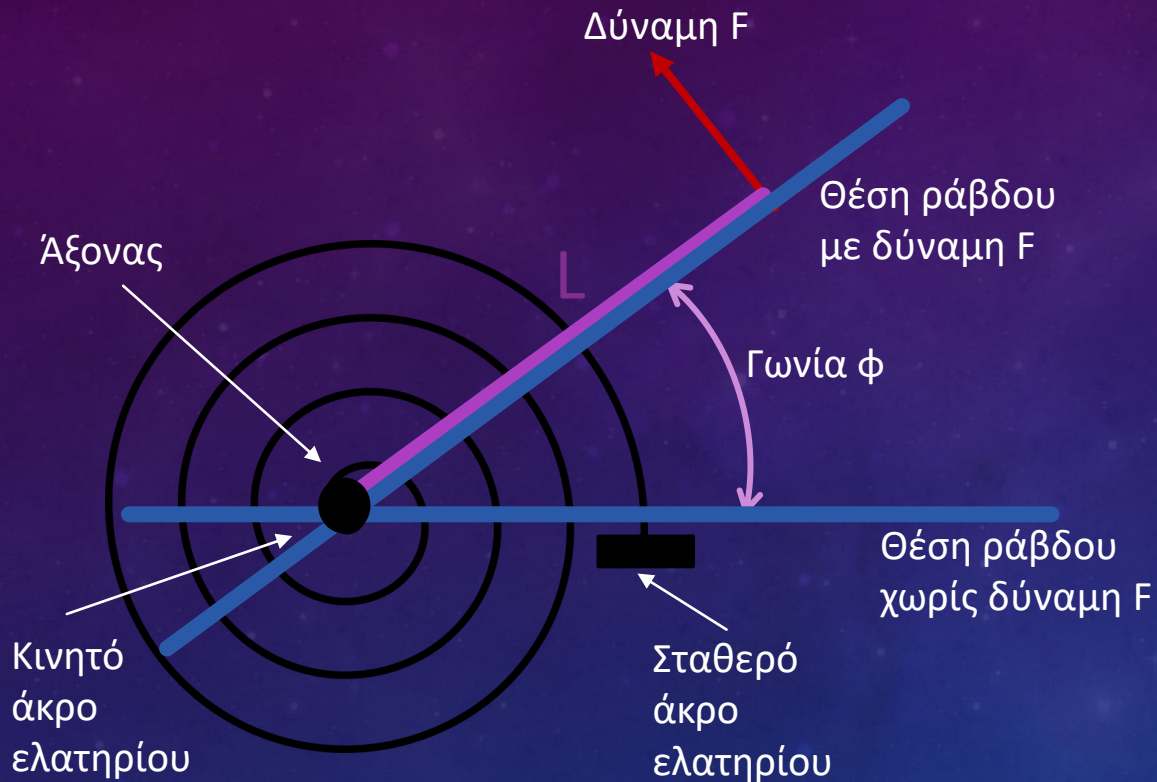
$$K = \frac{1}{2} I_A \omega^2$$

Κίνηση	
Μεταφορική	Περιστροφική
Ταχύτητα U	Γωνιακή ταχύτητα ω
Μάζα m	Ροπή αδράνειας I_A

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΜΕΡΙΚΩΝ ΚΟΙΝΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ομογενές σώμα μάζας M	Άξονας	Ροπή αδράνειας
Ράβδος μήκους L	Κάθετος στη ράβδο, στο κέντρο της	$\frac{1}{12} ML^2$
	Κάθετος στη ράβδο, στο ένα της άκρο	$\frac{1}{3} ML^2$
Κυκλικός δακτύλιος ακτίνας R	Κάθετος στο επίπεδο του δακτυλίου, στο κέντρο του	MR^2
	Μια διάμετρος του δακτυλίου	$\frac{1}{2} MR^2$
Κυκλικός δίσκος ακτίνας R	Κάθετος στο επίπεδο του δίσκου, στο κέντρο του	$\frac{1}{2} MR^2$
	Μια διάμετρος του δίσκου	$\frac{1}{4} MR^2$
Συμπαγής σφαίρα ακτίνας R	Μια διάμετρος της σφαίρας	$\frac{2}{5} MR^2$
Συμπαγής κύλινδρος ακτίνας R	Ο άξονας του κυλίνδρου	$\frac{1}{2} MR^2$
Λεπτότοιχος σωλήνας ακτίνας R	Ο άξονας του σωλήνα	MR^2

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΠΕΙΡΟΕΙΔΟΥΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ



Η δύναμη F ασκεί στο ελατήριο ροπή N_F

$$N_F = F L$$

(L : η απόσταση από το κινητό άκρο του ελατηρίου ως το σημείο στο οποίο ασκείται η δύναμη F)

Το άκρο του ελατηρίου περιστρέφεται κατά γωνία ϕ και αντιδρά ασκώντας ίση και αντίθετη ροπή επαναφοράς

$$N = - N_F$$

Από το Νόμο του Hooke $N = - D \phi$

$$\text{Άρα } F = \frac{D}{L} \phi$$

Το έργο της δύναμης για στροφή γωνίας ϕ είναι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

$$W = U = \frac{1}{2} D \phi^2$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

Στροφικός αρμονικός ταλαντωτής : Σύστημα στερεού σώματος που μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα και σπειροειδούς ελατηρίου που αντιστέκεται στην περιστροφή.



Αν το στερεό (η ράβδος του σχήματος) περιστραφεί κατά μια γωνία ϕ και αφεθεί ελεύθερο, θα εκτελέσει στροφικές ταλαντώσεις με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω .

ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

Στροφικός αρμονικός ταλαντωτής : Σύστημα στερεού σώματος που μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα και σπειροειδούς ελατηρίου που αντιστέκεται στην περιστροφή.



- Στο ελατήριο θα υπάρχει αποθηκευμένη Δυναμική Ενέργεια $U = \frac{1}{2} D\phi^2$
- Λόγω της περιστροφής το σώμα έχει Κινητική Ενέργεια $K = \frac{1}{2} I\omega^2$
- Άρα η ολική ενέργεια του ταλαντωτή θα είναι

$$E = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} D\phi^2$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

- Η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι $E = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}D\phi^2$
- Αν αγνοηθούν οι τριβές $E = \text{σταθερή}$ άρα $\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}D\phi^2\right) \Leftrightarrow$

$$I\omega \frac{d\omega}{dt} + D\phi \frac{d\phi}{dt} = 0$$

- Ισχύει $\omega = \frac{d\phi}{dt}$ άρα $I \frac{d^2\phi}{dt^2} + D\phi = 0$ ή αλλιώς $\frac{d^2\phi}{dt^2} + k^2\phi = 0$ όπου $k = \sqrt{\frac{D}{I}}$

- Καταλήγουμε λοιπόν στην εξίσωση του Απλού Αρμονικού Ταλαντωτή με λύση

$$\phi(t) = \phi_0 \cos(k \cdot t + \theta)$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΡΟΦΙΚΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

Καταλήγουμε λοιπόν στην εξίσωση του Απλού Αρμονικού Ταλαντωτή με λύση

$$\phi(t) = \phi_0 \cos(k \cdot t + \theta) \quad \text{όπου } k = \omega = \frac{2\pi}{T}$$

όμως είχαμε ορίσει $k = \sqrt{\frac{D}{I}}$ άρα έχουμε $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$

Επομένως η Ροπή Αδράνειας ενός σώματος μπορεί να υπολογιστεί από την περίοδο των ταλαντώσεών του

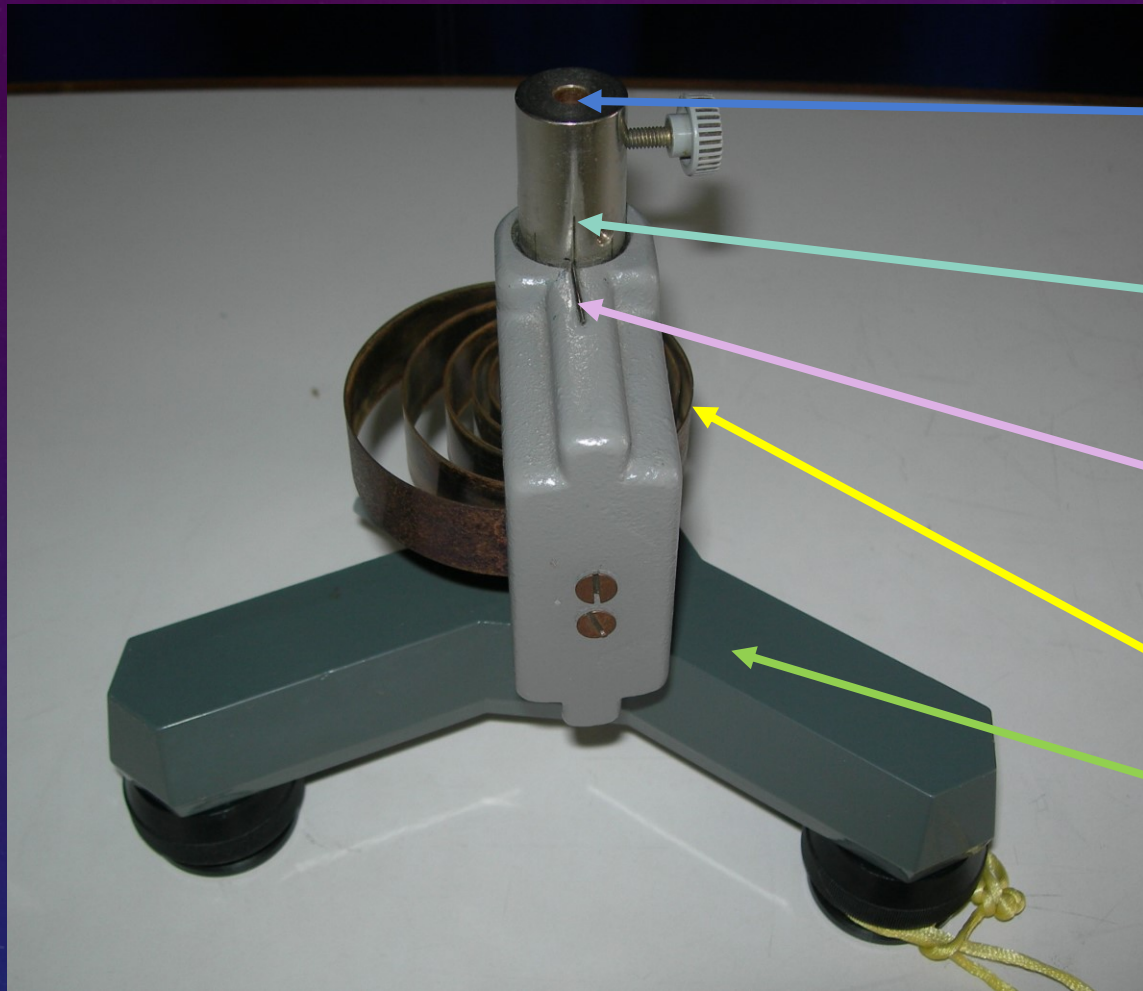
$$I = \frac{T^2 D}{4\pi^2}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ



Άσκηση 16: Ροπή αδράνειας στερεών σωμάτων

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ



Υποδοχή στήριξης σωμάτων

Διαγραμμίσεις για μέτρηση της γωνίας ϕ

Σημείο αναφοράς για μέτρηση της γωνίας ϕ

Ελατήριο

Βάση

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ



Μέτρηση δύναμης F σε συνάρτηση με τη γωνία απόκλισης ϕ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ



Μέτρηση του μήκους L

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ



Μέτρηση περιόδου ταλάντωσης του δίσκου

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

http://www.physics.ntua.gr/ergasthria/askhseis_ergasthrion/askhsh_16.pdf

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!