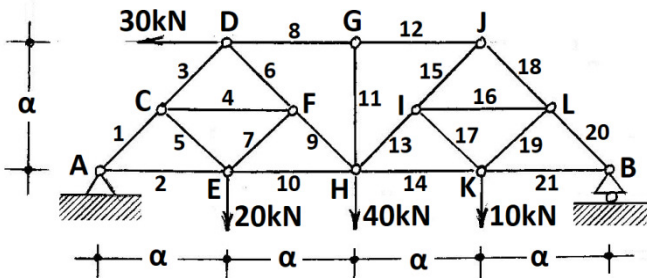
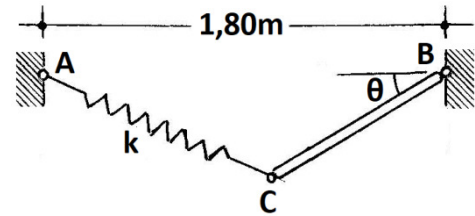


«Στατική Στερεού Σώματος», Σχολή Ν.Μ.Μ., 1^ο Εξάμ.

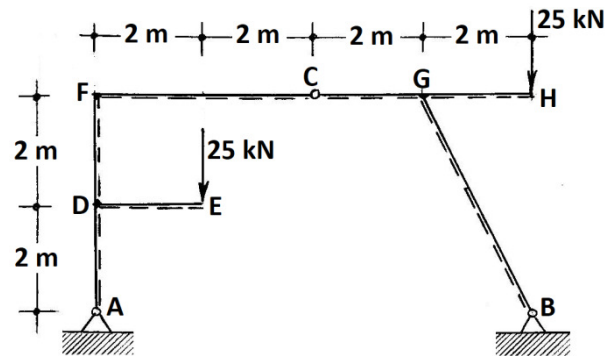
Γραπτή Εξέταση (Επαναληπτική)

1. (2,5 μον.) Στο σύστημα που απεικονίζεται στο σχήμα η ομογενής ράβδος CB έχει βάρος $W = 75 \text{ N}$ και μήκος $l_\rho = 0,9 \text{ m}$, ενώ το φυσικό μήκος του ελατηρίου AC είναι $l_{ελ} = 0,9 \text{ m}$. Αν στη θέση στατικής ισορροπίας η γωνία θ είναι 30° , να υπολογιστεί η σταθερά k του ελατηρίου.

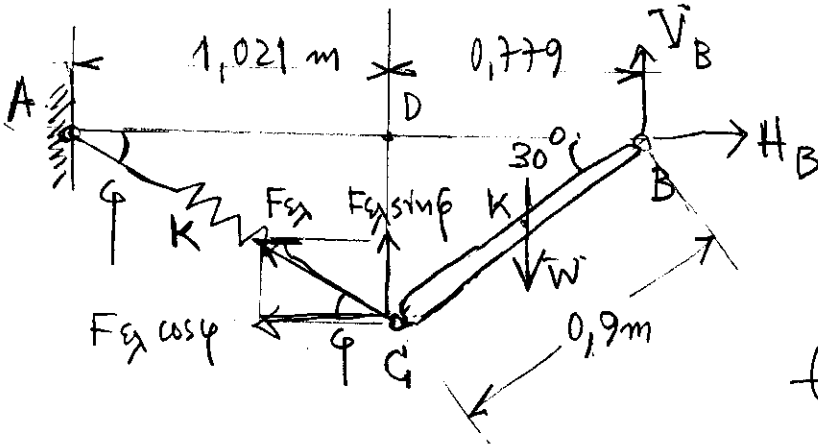


2. (3,5 μον.) (α) Να αποδειχθεί ότι το δικτύωμα του σχήματος είναι στερεό (στερεότητα δίσκου και στερεότητα φορέα) και ισοστατικό, (β) να υπολογιστούν οι αντιδράσεις στήριξης, και (γ) να υπολογιστούν οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων 8, 9, 10, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15 και 17. (Όλες οι γωνίες είναι ή 90° ή 45° .)

3. (4 μον.) Δίνεται ο τριαρθρωτός φορέας του σχήματος. (α) Να υπολογιστούν οι αντιδράσεις στήριξης και οι συνιστώσες της δύναμης που μεταβιβάζεται στην εσωτερική άρθρωση C, (β) να υπολογιστούν τα N , Q , M στις τομές: $A_{αν}$, D_κ , D_δ , $D_{αν}$, $E_{αρ}$, F_κ , F_δ , C , $G_{αρ}$, G_κ , G_δ , $H_{αρ}$, και $B_{αν}$, και (γ) να σχεδιαστούν τα διαγράμματα (N), (Q), (M).



1^ο Θέμα (2,5 μ.α.)



$$DB = 0,9 \cdot \cos 30^\circ = 0,779 \text{ m}$$

$$AD = 1,8 - 0,779 = 1,021 \text{ m}$$

$$DC = 0,9 \cdot \sin 30^\circ = 0,45 \text{ m}$$

$$AC = \sqrt{1,021^2 + 0,45^2} = 1,116 \text{ m}$$

$$\tan \varphi = \frac{0,45}{1,021} = 0,4407$$

$$\Rightarrow \varphi = 23,79^\circ \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0,915 \\ \sin \varphi = 0,403 \end{cases}$$

Επιτιμή ισορροπίας αρθρώσεως CB:

$$\sum (+ \Sigma \mathcal{M}_i)_B = 0 \quad \vee \quad \frac{0,9}{2} \cdot \cos 30^\circ \cdot W - 0,9 \cdot \cos 30^\circ \cdot F_{sx} \sin \varphi - 0,9 \cdot \sin 30^\circ \cdot F_{sx} \cos \varphi = 0$$

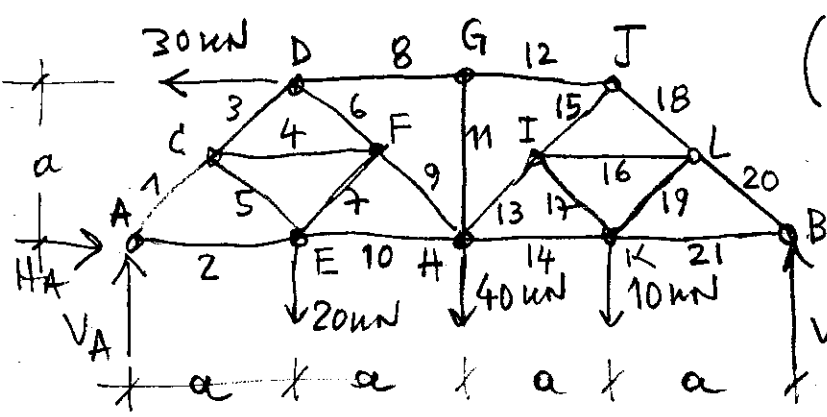
$$\Rightarrow \boxed{F_{sx} = \frac{0,45 \cdot \cos 30^\circ \cdot 75}{0,3141 + 0,4118} = 40,26 \text{ N}}$$

$$F_{sx} = k \cdot x = k (AC - 0,9) \Rightarrow$$

$$\boxed{k = \frac{F_{sx}}{AC - 0,9} = \frac{40,26 \text{ N}}{1,116 \text{ m} - 0,9 \text{ m}} = 186,39 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

2^ο Θέμα: (3,5 μν.) (α) Ο δίκτυς είναι ορθός επειδή οι δύο υποδίκτυοι AEGDCA και BLJIHKB, που είναι ορθογώνιοι τετράγωνα, συνδέονται με μια ορθογώνια Η και με μια διαγώνια ράβδο 12.

Ο φορέας είναι ορθός επειδή υπάρχουν $v = 2 + 1 = 3$ κινημάτιες. Εξ. κιν. αλ. Ε. Ο κατασκευαστής $v + p = 2k$ ή $2 + 3 = 2 \cdot 2.5$ ✓



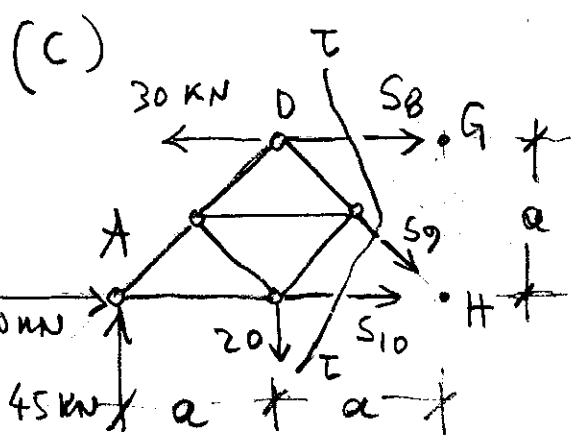
(β) Υπολογισμός αντιδράσεων

$\pm \sum X_i = 0$ ή $H_A - 30 = 0 \Rightarrow H_A = 30 \text{ kN}$

$\uparrow \sum Y_i = 0$ ή $V_A - 20 - 40 - 10 + V_B = 0$ ή $V_A + V_B = 70$ (1)

$\sum \Sigma (M_i)_A = 0$ ή $a \cdot 30 - a \cdot 20 - 2a \cdot 40 - 3a \cdot 10 + 4a \cdot V_B = 0 \Rightarrow$

$V_B = 25 \text{ kN}$, (1) $\Rightarrow V_A = 45 \text{ kN}$



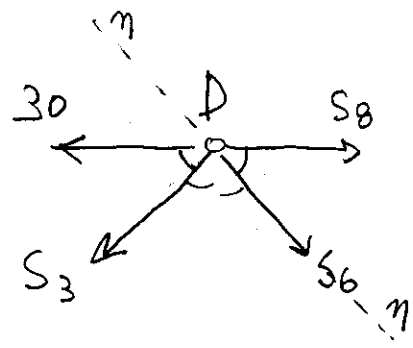
2ο μν Ritter z-z:

$\uparrow \sum Y_i = 0$ ή $45 - 20 - S_g \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow S_g = 35,36 \text{ kN}$

$\sum \Sigma (M_i)_H = 0$ ή $-a S_B + a \cdot 30 + a \cdot 20 - 2a \cdot 45 = 0 \Rightarrow S_B = -40 \text{ kN}$

$\sum \Sigma (M_i)_D = 0$ ή $a \cdot S_{10} + a \cdot 30 - a \cdot 45 = 0 \Rightarrow S_{10} = 15 \text{ kN}$

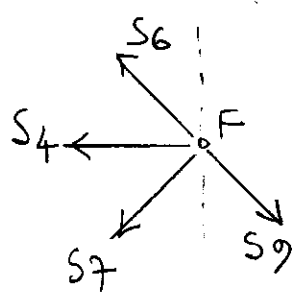
.../...



Κόμβος D

$$+\downarrow \Sigma F_{\eta} = 0 \quad \text{ή} \quad -30 \frac{\sqrt{2}}{2} + S_8 \frac{\sqrt{2}}{2} + S_6 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_6 = 49,50 \text{ kN}}$$

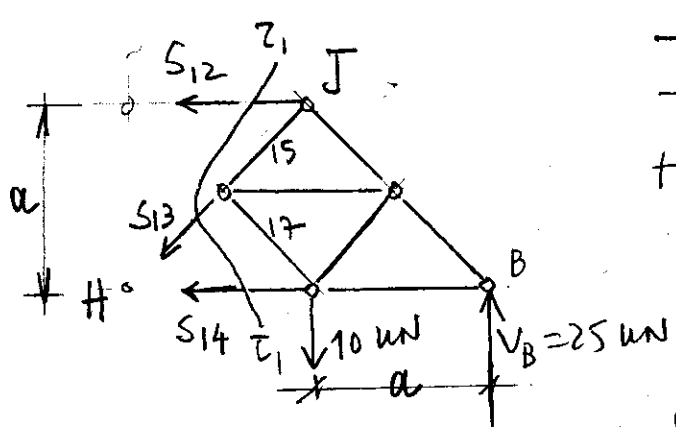


Κόμβος F

$$+\uparrow \Sigma \gamma_i = 0 \quad \text{ή} \quad S_6 \frac{\sqrt{2}}{2} - S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} - S_9 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow$$

$$\boxed{S_7 = 14,15 \text{ kN}}$$

Κόμβος G κενός (από την ανάλυση): $S_{11} = 0$
 και $S_{12} = S_8 = -40 \text{ kN}$



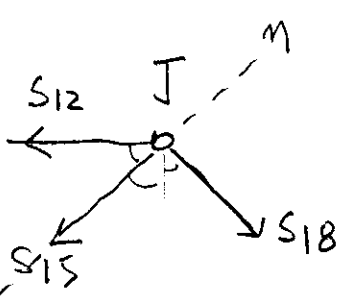
τομή Ritter z1-z1

$$+\uparrow \Sigma \gamma_i = 0 \quad \text{ή} \quad -S_{13} \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 + V_B = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{S_{13} = 21,21 \text{ kN}}$$

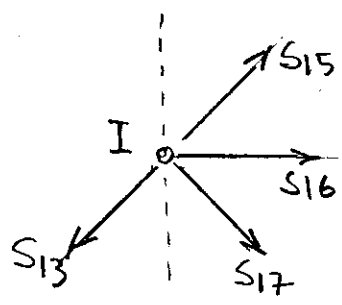
$$\Sigma \varepsilon(M_i) = 0 \quad \text{ή} \quad -a S_{14} + a V_B = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{14} = 25 \text{ kN}}$$



Κόμβος J

$$+\downarrow \Sigma F_{\eta} = 0 \quad \text{ή} \quad S_{12} \frac{\sqrt{2}}{2} + S_{15} = 0 \Rightarrow \boxed{S_{15} = 28,28 \text{ kN}}$$



Κόμβος I

$$+\uparrow \Sigma \gamma_i = 0 \quad \text{ή} \quad S_{15} \frac{\sqrt{2}}{2} - S_{13} \frac{\sqrt{2}}{2} - S_{17} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{S_{17} = 7,07 \text{ kN}}$$

.../...

Diversion

$$S_8 = -40 \text{ kN}$$

$$S_9 = 35,36 \text{ kN}$$

$$S_{10} = 15 \text{ kN}$$

$$S_6 = 49,50 \text{ kN}$$

$$S_7 = 14,15 \text{ kN}$$

$$S_{11} = 0$$

$$S_{12} = -40 \text{ kN}$$

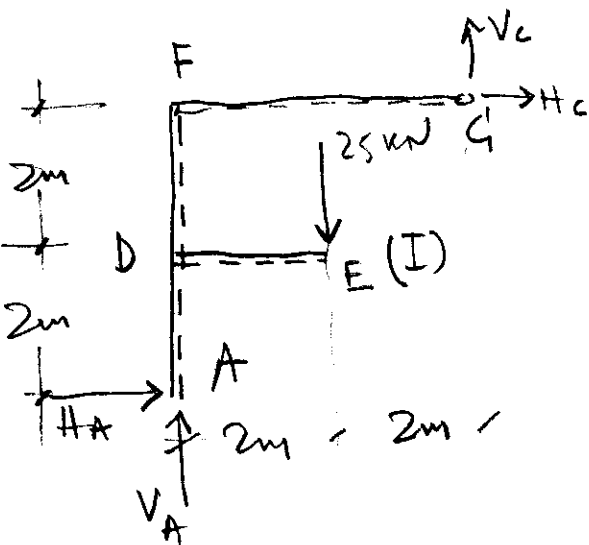
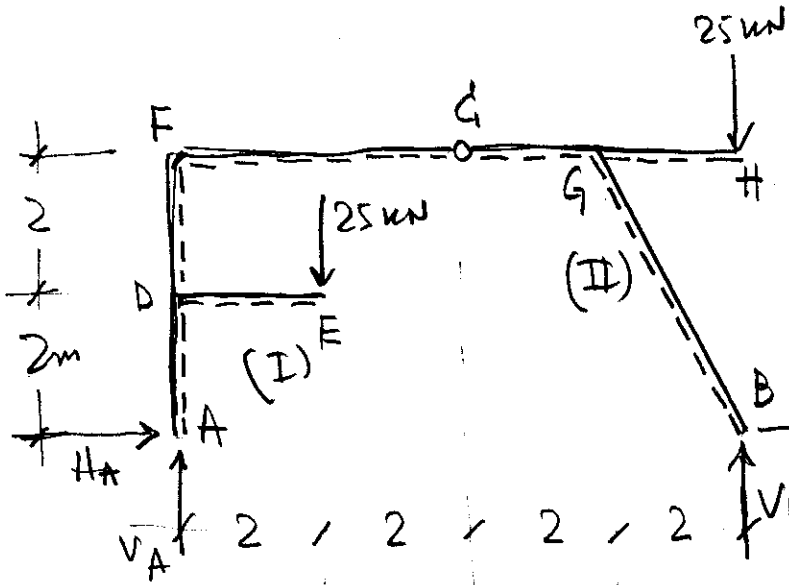
$$S_{13} = 21,21 \text{ kN}$$

$$S_{14} = 25 \text{ kN}$$

$$S_{15} = 28,28 \text{ kN}$$

$$S_{17} = 7,07 \text{ kN}$$

3=0 θρίπα (4 μ.α.)



(α) απόλυτος ορθός

$\rightarrow \sum X_i = 0 \text{ μ' } H_A + H_B = 0 \quad (1)$

$\uparrow \sum Y_i = 0 \text{ μ' } V_A + V_B - 25 - 25 = 0 \quad (2)$

$\curvearrowright \sum (M_i)_B = 0 \text{ μ'}$

$-8 V_A + 6 \cdot 25 = 0 \Rightarrow$

$V_A = 18,75 \text{ kN}$

(2) $\Rightarrow V_B = 31,25 \text{ kN}$

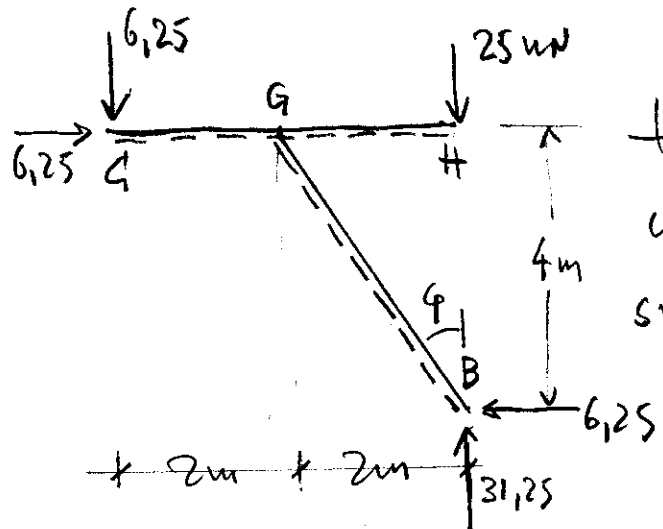
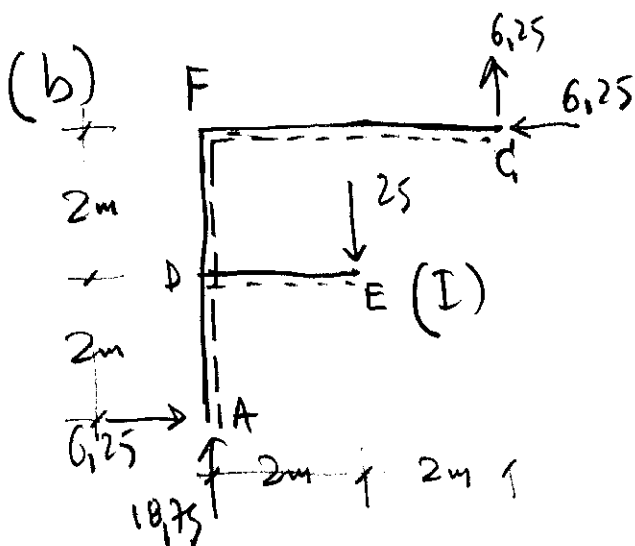
Απόλυτος γωνία (I)

$\curvearrowright \sum (M_i)_C = 0 \text{ μ' } 2 \cdot 25 + 4 \cdot H_A - 4 V_A = 0$

$\text{μ' } H_A = 6,25 \text{ kN} \quad (1) \Rightarrow H_B = -0,25 \text{ kN}$

$\rightarrow \sum X_i = 0 \text{ μ' } H_A + H_C = 0 \Rightarrow H_C = -6,25 \text{ kN}$

$\uparrow \sum Y_i = 0 \text{ μ' } V_A - 25 + V_C = 0 \Rightarrow V_C = 6,25 \text{ kN}$



$\tan \varphi = \frac{1}{2}$
 $\cos \varphi = 0,894$
 $\sin \varphi = 0,447$

.../...

$$\begin{aligned} N_{A\alpha v} &= -18,75 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_{A\alpha v} &= -6,25 \text{ kN} \\ M_{A\alpha v} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{B\alpha k} &= -18,75 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_{B\alpha k} &= -6,25 \text{ kN} \\ M_{B\alpha k} &= -2 \cdot 6,25 = -12,50 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{D\delta} &= 0 \\ \text{(II)} \quad Q_{D\delta} &= 25 \text{ kN} \\ M_{D\delta} &= -2 \cdot 25 = -50 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{E\epsilon} &= 0 \\ \text{(II)} \quad Q_{E\epsilon} &= 25 \text{ kN} \\ M_{E\epsilon} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{D\alpha v} &= -18,75 + 25 = 6,25 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_{D\alpha v} &= -6,25 \text{ kN} \\ M_{D\alpha v} &= -2 \cdot 6,25 + 2 \cdot 25 = 37,5 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{F\kappa} &= -18,75 + 25 = 6,25 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_{F\kappa} &= -6,25 \text{ kN} \\ M_{F\kappa} &= -4 \cdot 6,25 + 2 \cdot 25 = 25 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{F\delta} &= -6,25 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_{F\delta} &= 18,75 - 25 = -6,25 \text{ kN} \\ M_{F\delta} &= M_{F\kappa} = 25 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_C &= -6,25 \text{ kN} \\ \text{(I)} \quad Q_C &= 18,75 - 25 = -6,25 \text{ kN} \\ M_C &= 18,75 \cdot 4 - 6,25 \cdot 4 - 2 \cdot 25 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{G\epsilon} &= -6,25 \text{ kN} \\ \text{(II)} \quad Q_{G\epsilon} &= 25 - 31,25 = -6,25 \text{ kN} \\ M_{G\epsilon} &= -2 \cdot 25 + 2 \cdot 31,25 - 4 \cdot 6,25 = -12,50 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{G\delta} &= 0 \\ \text{(II)} \quad Q_{G\delta} &= 25 \text{ kN} \\ M_{G\delta} &= -2 \cdot 25 = -50 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{G\kappa} &= -31,25 \cdot \overset{0,894}{\cos \varphi} - 6,25 \cdot \overset{0,447}{\sin \varphi} = -30,73 \text{ kN} \\ \text{(II)} \quad Q_{G\kappa} &= 6,25 \cdot \cos \varphi - 31,25 \cdot \sin \varphi = -8,38 \text{ kN} \\ M_{G\kappa} &= 2 \cdot 31,25 - 4 \cdot 6,25 = 37,5 \text{ kNm} \end{aligned}$$

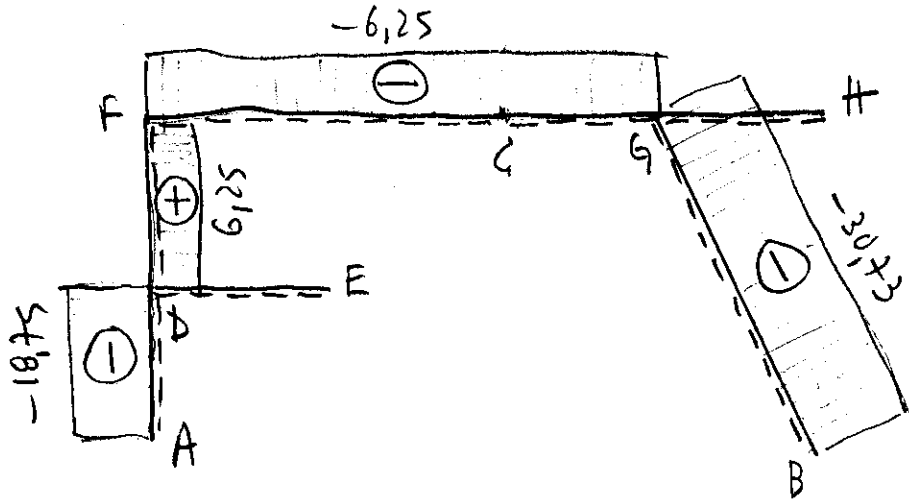
$$\begin{aligned} N_{H\epsilon} &= 0 \\ \text{(II)} \quad Q_{H\epsilon} &= 25 \text{ kN} \\ M_{H\epsilon} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{B\alpha v} &= N_{G\kappa} = -30,73 \text{ kN} \\ \text{(II)} \quad Q_{B\alpha v} &= Q_{G\kappa} = -8,38 \text{ kN} \\ M_{B\alpha v} &= 0 \end{aligned}$$

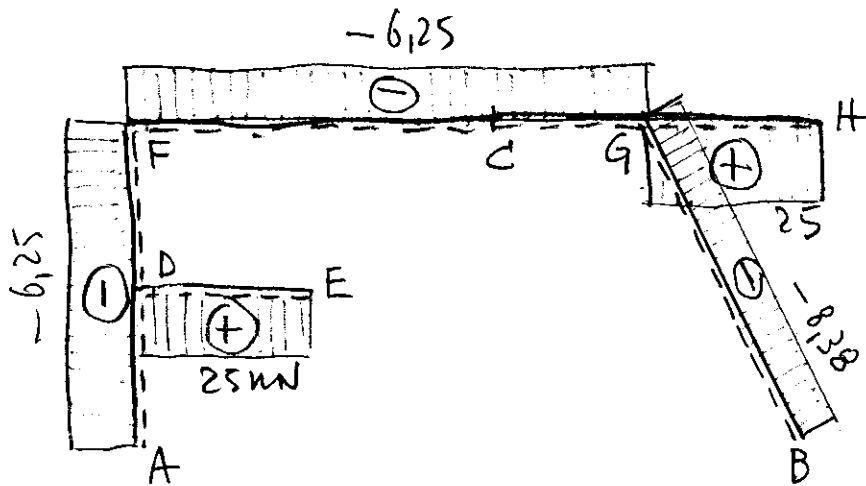
(8)

7

(N)



(Q)



(M)

