Λογική Εγκυρότητα

- Να διερευνήσετε αν ο παρακάτω τύπος είναι λογικά έγκυρος: $[\forall x P(x,x) \land \forall x \forall y (P(x,y) \land P(y,x) \to x = y)] \to \neg \exists x \forall y P(x,y)$
  - Αν σχέση P είναι ανακλαστική και αντισυμμετρική τότε σχέση P δεν έχει «ελάχιστο στοιχείο».
  - Δεν είναι λογικά έγκυρο, π.χ. φυσικοί με $P(x, y) \equiv x \leq y$.

Λογική Εγκυρότητα

- Να διερευνήσετε αν οι παρακάτω τύποι είναι λογικά έγκυροι:
  $[\forall x P(x) \to \forall x Q(x)] \to \forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$
  - Αν όταν το P αληθεύει πάντα τότε και το Q αληθεύει πάντα, τότε τα κατηγορήματα P και Q ταυτίζονται.
  - Δεν είναι λογικά έγκυρο, π.χ. P δεν αληθεύει για κάποια στοιχεία και Q αληθεύει για όλα τα στοιχεία.

  $\forall x \exists y (P(x) \to Q(y)) \to \exists y \forall x (P(x) \to Q(y))$

Λογική Εγκυρότητα

$$\varphi_1 \equiv \forall x \neg R(x,x)$$
$$\varphi_2 \equiv \forall x \forall y \forall z (R(x,y) \wedge R(y,z) \rightarrow R(x,z))$$
$$\varphi_3 \equiv \forall x \exists y R(x,y)$$
$$\varphi \equiv \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$$

- Μοντέλο του φ στους φυσικούς;
  - Αν το R(x, y) δηλώνει ότι $x < y$.
- Μοντέλο του φ στο σύμπαν όλων των πεπερασμένων υποσυνόλων των φυσικών;
  - Αν το R(x, y) δηλώνει ότι $x \subset y$.
- Νδο κάθε μοντέλο του φ έχει άπειρο σύμπαν.

Λογική Εγκυρότητα

- Είναι λογικά έγκυροι οι τύποι:

$$\exists x(P(x) \land \neg Q(x)) \to \neg \forall x(P(x) \land Q(x))$$

$$\exists x \forall y[P(x,y) \land \neg P(y,x) \to (P(x,x) \leftrightarrow P(y,y))]$$

$$\forall x \forall y \forall z[P(x,x) \land (P(x,z) \to P(x,y) \lor P(y,z))] \to \exists y \forall z P(y,z)$$

Απλοποίηση / Λογική Ισοδυναμία

- Να διερευνήσετε αν ο τύπος φ αληθεύει στις ερμηνείες (N, ≤), (N, >) και (Z, >).

$$\varphi = \forall x \exists y \exists z [P(x,y) \land P(z,y) \land (P(x,z) \to P(z,x))]$$