



Άσκηση 1: Μετακινήσεις

Στη μακρινή Χώρα των Αλγορίθμων υπάρχουν N πόλεις που συνδέονται μεταξύ τους με M λεωφόρους διπλής κατεύθυνσης. Κάθε λεωφόρος συνδέει δύο πόλεις. Μάλιστα η μετακίνηση στις λεωφόρους είναι τόσο γρήγορη που μπορούμε να θεωρήσουμε ότι γίνεται στιγμιαία! Έτσι είναι συνηθισμένο οι κάτοικοι να διαμένουν σε διαφορετική πόλη από αυτή στην οποία εργάζονται.

Οι λεωφόροι είναι παλιές και χρειάζονται καθημερινή συντήρηση, με αποτέλεσμα να κλείνουν από μία χρονική στιγμή και μετά. Ξέρουμε ότι η i -οστή λεωφόρος κλείνει για συντήρηση τη χρονική στιγμή $t_i > 0$, και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μετακινήσεις μόνο κατά τις χρονικές στιγμές $t \in [0, t_i]$. Βέβαια οι λεωφόροι έχουν σχεδιαστεί ώστε τη χρονική στιγμή 0, όλοι να μπορούν να μεταβούν στην εργασία τους.

Σας έχει ανατεθεί να βελτιώσετε τις συγκοινωνίες της χώρας. Το χρήματα που έχετε στη διάθεσή σας επαρκούν για K οδικά έργα. Κάθε οδικό έργο περιλαμβάνει είτε την πλήρη ανακατασκευή μιας υπάρχουσας λεωφόρου είτε τη δημιουργία μιας νέας στη θέση της. Μετά από αυτό, η αντίστοιχη λεωφόρος δεν θα χρειάζεται πλέον συντήρηση, και θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μετακινήσεις οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Στόχος αυτών των έργων είναι να μεγιστοποιήσουμε την τελευταία χρονική στιγμή T^* όπου εξασφαλίζεται ότι όλοι μπορούν να μεταβούν στην εργασία τους (ή ισοδύναμα, εξασφαλίζεται ότι η συνδεσιμότητα της χώρας είναι αντίστοιχη με τη συνδεσιμότητα κατά τη χρονική στιγμή 0). Αυτό είναι σημαντικό γιατί οι κάτοικοι δεν θα χρειάζεται να ξεκινήσουν για την εργασία τους πριν τη χρονική στιγμή T^* , και έτσι θα έχουν περισσότερο χρόνο για να ξεκουραστούν. Πρέπει λοιπόν να υπολογίσετε τη μέγιστη χρονική στιγμή T^* που μπορεί να επιτευχθεί με K οδικά έργα.

Σημείωση: Προσέξτε ότι δεν γνωρίζουμε ποιος δουλεύει πού. Γνωρίζουμε μόνο ότι τη χρονική στιγμή 0, ο καθένας μπορεί να μεταβεί από την κατοικία στην εργασία του. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι τη χρονική στιγμή 0 μπορούμε να μεταβούμε από κάθε πόλη σε οποιαδήποτε άλλη!

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input τρεις θετικούς ακεραίους N , M , και K , που αντιστοιχούν στο πλήθος των πόλεων, στο πλήθος των λεωφόρων, και στο πλήθος των οδικών έργων. Σε κάθε μία από τις επόμενες M γραμμές, θα δίνονται τρεις θετικοί ακέραιοι a_i , b_i , και t_i που δηλώνουν ότι υπάρχει μια λεωφόρος που συνδέει τις πόλεις a_i και b_i και κλείνει για συντήρηση τη χρονική στιγμή t_i . Μεταξύ κάθε ζεύγους πόλεων, θα υπάρχει το πολύ μία λεωφόρος που τις συνδέει.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν θετικό ακέραιο, τη μέγιστη χρονική στιγμή T^* όπου εξασφαλίζεται ότι όλοι μπορούν να μεταβούν στην εργασία τους, αν κάνουμε τα οδικά έργα με βέλτιστο τρόπο. Αν τα οδικά έργα μπορούν να εξασφαλίσουν απεριόριστο χρόνο ξεκούρασης για τους κατοίκους, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει μόνο μία γραμμή με τη λέξη “infinity”.

Περιορισμοί:

$$1 \leq N, M, K \leq 3 \cdot 10^5$$

$$1 \leq t_i \leq 2 \cdot 10^9$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

4 5 1

4 2 4

3 4 10

4 1 5

2 1 3

3 2 8

Παράδειγμα Εξόδου:

8

Άσκηση 2: Προεδρική Εκδρομή

Κάθε χρόνο, ο Πρόεδρος της Δημοκρατίας των Αλγορίθμων παίρνει το πολυτελές του αυτοκίνητο και κάνει μια εκδρομή στη χώρα, θέλοντας να απολαύσει τα θαυμάσια τοπία και να έρθει σε επαφή με τους κατοίκους. Το δρομολόγιό του είναι αυστηρά προκαθορισμένο και ανακοινώνεται έγκαιρα, ώστε οι κάτοικοι να προγραμματίσουν τις δραστηριότητές τους και να μπορούν να παρακολουθήσουν την προεδρική πομπή. Για λόγους ασφαλείας, αμέσως μόλις το προεδρικό αυτοκίνητο εισέρχεται σε κάποιον δρόμο, η αστυνομία απαγορεύει την είσοδο σε αυτόν. Η απαγόρευση εισόδου ισχύει μέχρι τη στιγμή που το προεδρικό αυτοκίνητο ολοκληρώνει το συγκεκριμένο τμήμα της διαδρομής και δεν επηρεάζει τα οχήματα που είχαν εισέλθει στον δρόμο νωρίτερα (ανεξάρτητα από την κατεύθυνση κίνησης των οχημάτων και του προεδρικού αυτοκινήτου). Φέτος χρειάζεται να ταξιδέψετε την ημέρα της προεδρικής εκδρομής και θέλετε να βρείτε πως θα φτάσετε έγκαιρα στον προορισμό σας.

Ξεθάβετε λοιπόν τον χάρτη της χώρας και το ρίχνετε στη δουλειά. Στη χώρα υπάρχουν συνολικά N πόλεις και M δρόμοι διπλής κατεύθυνσης. Κάθε δρόμος e συνδέει 2 διαφορετικές πόλεις και χρειάζεται $d(e)$ λεπτά για να διανυθεί (από οποιοδήποτε όχημα, ανεξάρτητα από τις κυκλοφοριακές συνθήκες). Το δρομολόγιο του Προέδρου περιλαμβάνει K διαφορετικές πόλεις, τις $c(1), c(2), \dots, c(K-1), c(K)$ με αυτή τη σειρά. Ο Πρόεδρος ξεκινά το λεπτό $t(1) = 0$ από την πόλη $c(1)$, φθάνει στην πόλη $c(2)$ στο λεπτό $t(2) = d(c(1), c(2))$, φθάνει στην πόλη $c(3)$ στο λεπτό $t(3) = d(c(1), c(2)) + d(c(2), c(3))$, κ.ο.κ. Αν ο Πρόεδρος φθάσει στην πόλη $c(j)$ στο λεπτό $t(j)$, ο δρόμος $\{c(j), c(j+1)\}$ δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί από άλλα οχήματα (σε καμία από τις δύο κατευθύνσεις) από το λεπτό $t(j)$ μέχρι και το λεπτό $t(j) + d(c(j), c(j+1)) - 1$. Ο δρόμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί κανονικά, και στις δύο κατευθύνσεις, αν ένα όχημα ξεκινήσει να τον χρησιμοποιεί οποιαδήποτε χρονική στιγμή μέχρι και το λεπτό $t(j) - 1$ και οποιαδήποτε χρονική στιγμή από το λεπτό $t(j) + d(c(j), c(j+1))$ και μετά.

Εσείς πρόκειται να ταξιδέψετε από την πόλη A στην πόλη B και θα ξεκινήσετε το ταξίδι σας το λεπτό $T \geq 0$. Θέλετε να γράψετε ένα πρόγραμμα που θα υπολογίζει την ελάχιστη χρονική διάρκεια της διαδρομής σας, με δεδομένη την περιορισμένη διαθεσιμότητα κάποιων δρόμων λόγω της προεδρικής εκδρομής.

Λεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας θα διαβάσει από το standard input, στην πρώτη γραμμή, δύο θετικούς ακέραιους, N και M , που αντιστοιχούν στο πλήθος των πόλεων και στο πλήθος των δρόμων (οι πόλεις είναι αριθμημένες από 1 μέχρι N). Η δεύτερη γραμμή θα περιέχει 4 θετικούς ακεραίους A, B, T και K που αντιστοιχούν στην αφετηρία A , στον τερματισμό B και στο λεπτό που ξεκινάτε το ταξίδι σας, και στο πλήθος των πόλεων που περιλαμβάνονται στο δρομολόγιο του Προέδρου. Η τρίτη γραμμή θα περιέχει θετικούς ακέραιους που αντιστοιχούν στις πόλεις $c(1), c(2), \dots, c(K)$ που περιλαμβάνονται στο δρομολόγιο. Σε κάθε μία από τις επόμενες M γραμμές θα υπάρχουν 3 φυσικοί αριθμοί $u, v, d(u, v)$ που δηλώνουν ότι υπάρχει δρόμος που ενώνει τις πόλεις u και v και διανύεται σε $d(u, v)$ λεπτά. Μπορείτε να υποθέσετε ότι η χώρα των Αλγορίθμων είναι συνεκτική, ότι μεταξύ κάθε δύο διαδοχικών πόλεων στο δρομολόγιο του Προέδρου υπάρχει δρόμος, και ότι ο Πρόεδρος δεν διέρχεται δύο φορές από τον ίδιο δρόμο.

Λεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στην ελάχιστη χρονική διάρκεια (σε λεπτά) του ταξιδιού σας από την πόλη A στην πόλη B , με δεδομένο ότι το ταξίδι σας ξεκινά το λεπτό T ¹. Σημειώστε ότι για μεγάλες τιμές των N και M , η ελάχιστη διάρκεια του ταξιδιού (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που χρειάζονται για τον υπολογισμό της) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

¹ **Εξήγηση Παραδείγματος:** Ο Πρόεδρος ξεκινά το λεπτό 0 από την πόλη 5, φθάνει στην πόλη 3 στο λεπτό 15, στην πόλη 2 στο λεπτό 23, και καταλήγει στην πόλη 4 στο λεπτό 26. Έτσι ο δρόμος $\{2, 3\}$ δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το λεπτό 15 μέχρι και το λεπτό 22. Οπότε εσείς ξεκινάτε το λεπτό 20 από την πόλη 1, φθάνετε στην πόλη 2 στο λεπτό 22 και αναχωρείτε από αυτή το λεπτό 23, φθάνετε στην πόλη 3 στο λεπτό 31, και καταλήγετε στην πόλη 6 στο λεπτό 41. Η συνολική διάρκεια του ταξιδιού σας είναι $41 - 20 = 21$ λεπτά.

Περιορισμοί:

$$3 \leq K \leq N \leq 60000$$

$$N - 1 \leq M \leq 300000$$

$$0 \leq d(u, v), T \leq 10000$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

6 5
1 6 20 4
5 3 2 4
1 2 2
2 3 8
2 4 3
3 6 10
3 5 15

Παράδειγμα Εξόδου:

21