



ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II

Τμήμα Α-Λ

2. Ωθήσεις γαιών και τοίχοι αντιστήριξης (βαρύτητας)

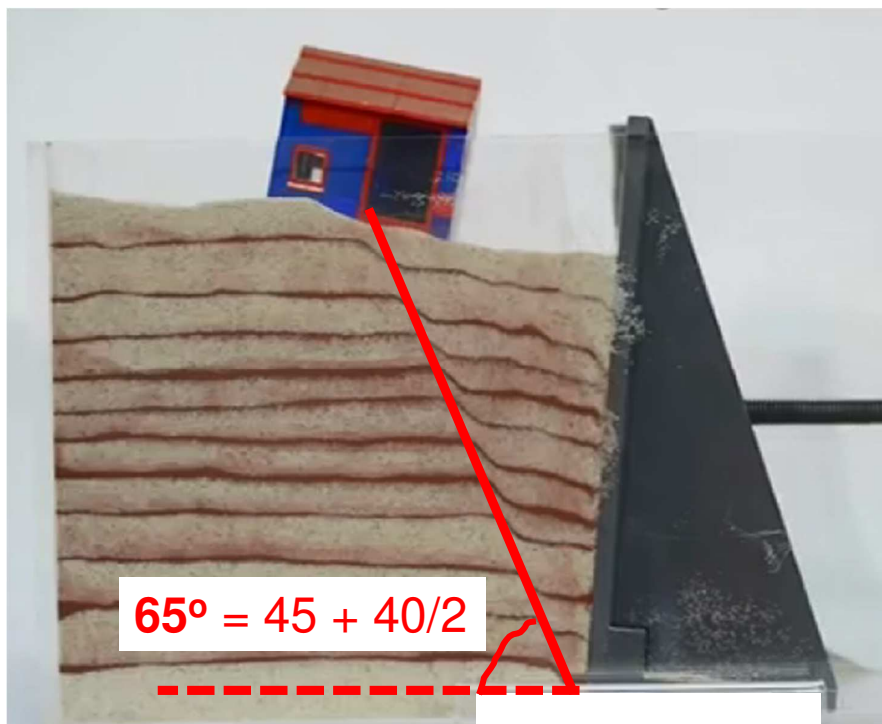
Μέρος Β

Μετακινούμενος τοίχος - Αστοχία κατά Coulomb
Σχεδιασμός τοίχων αντιστήριξης βαρύτητας

Rankine (1857): «στατική» μέθοδος - ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

Πείραμα: Λείος τοίχος που αντιστηρίζει ξηρή άμμο **Τοίχος:**

1. απείρου ύψους ✗
2. λείος ✓
3. κατακόρυφος ✓
4. που στρέφεται γύρω από τη βάση του (σε άπειρο βάθος) → οριζόντια μετατόπιση δ ✓



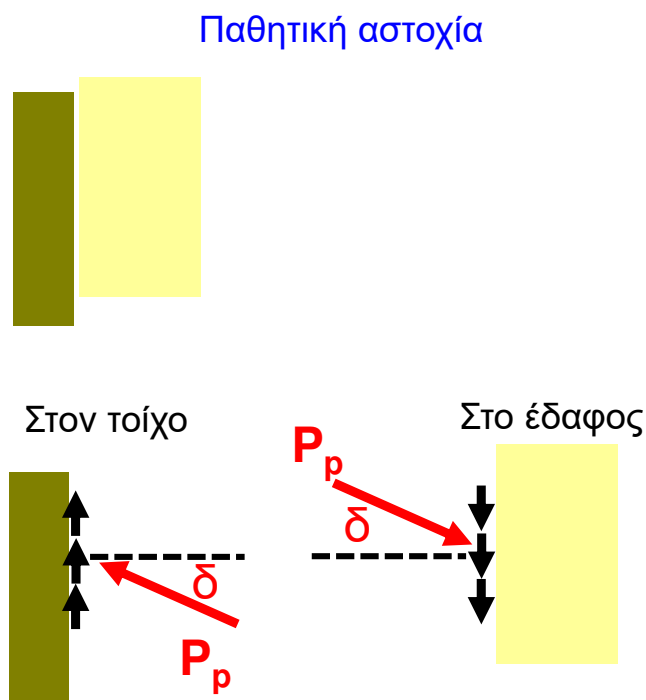
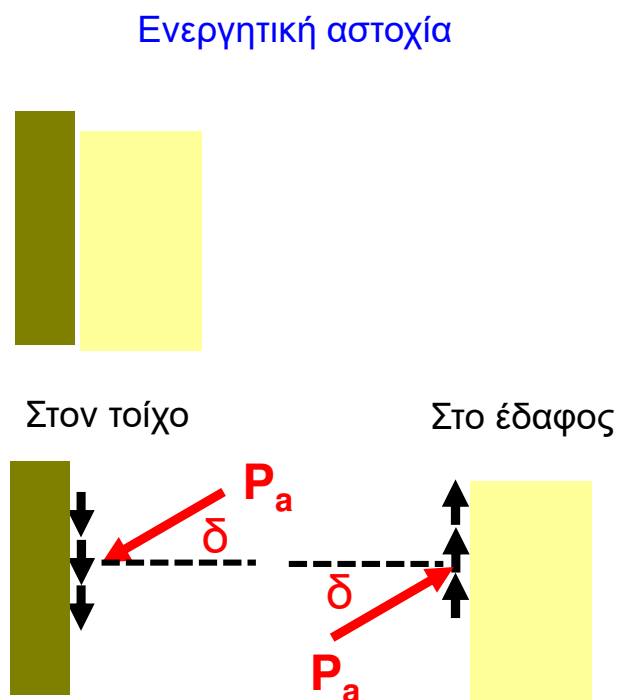
Έδαφος:

5. οριζόντιο ✓
6. μηδενική ή ομοιόμορφη επιφόρτιση q ✗

Πρακτικά ελέγχονται οι προϋποθέσεις 2, 3 για τοίχο + 5, 6 για έδαφος

Τι συμβαίνει αν ΔΕΝ ισχύουν οι προϋποθέσεις Rankine

2. Αν ο τοίχος ΔΕΝ είναι λείος ... διατμητικές τάσεις επί του τοίχου

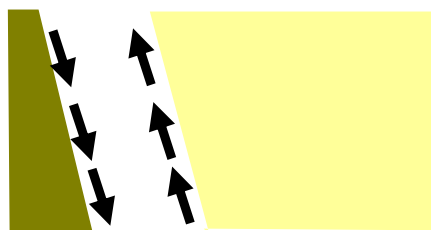
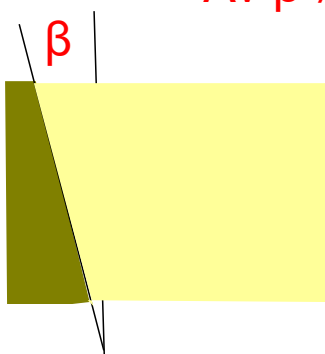


όπου $\delta = \text{γωνία τριβής τοίχου} - \text{εδάφους} = 0.5\phi$

Τι συμβαίνει αν ΔΕΝ ισχύουν οι προϋποθέσεις Rankine

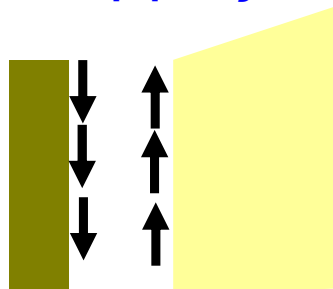
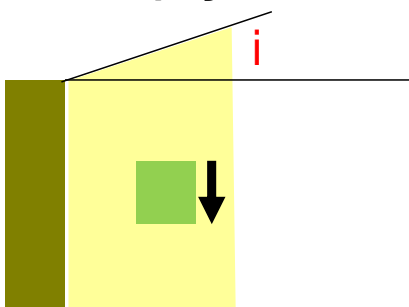
3. Αν ο τοίχος ΔΕΝ είναι κατακόρυφος ... διατμητικές τάσεις επί του τοίχου

Αν $\beta \neq 0$, τότε $\beta = \text{μικρή γωνία (π.χ. } 5^\circ)$



λόγω στατικής ισορροπίας

5. Αν το έδαφος ΔΕΝ είναι οριζόντιο ... διατμητικές τάσεις επί του τοίχου

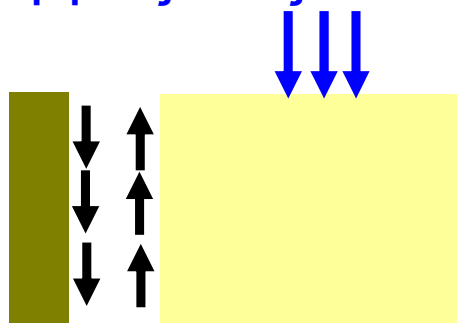
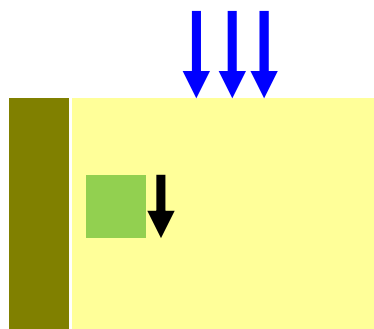


λόγω στατικής ισορροπίας

Τι συμβαίνει αν ΔΕΝ ισχύουν οι προϋποθέσεις Rankine

6. Αν η επιφόρτιση ΔΕΝ είναι ομοιόμορφη

... διατμητικές τάσεις επί του τοίχου



λόγω στατικής ισορροπίας

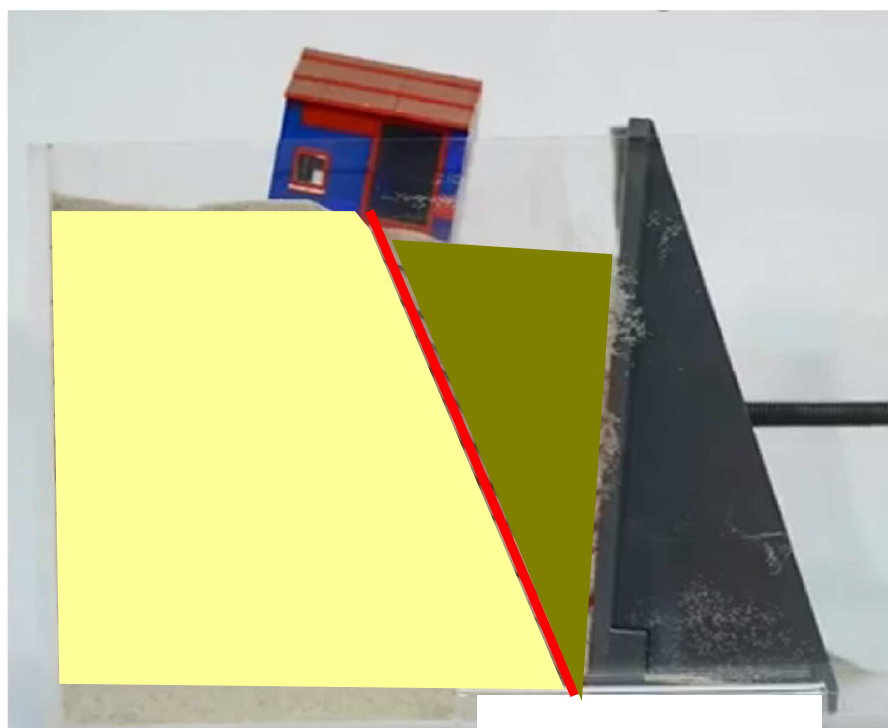
Σε κάθε περίπτωση,

αν ΔΕΝ ισχύουν οι προϋποθέσεις Rankine δημιουργούνται **διατμητικές τάσεις επί του τοίχου**

Coulomb (1776): «κινηματική» μέθοδος

ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Ισχύει για κάθε συνδυασμό τοίχου-εδάφους-επιφόρτισης



1. Η **ΑΣΤΟΧΙΑ** αφορά **πρίσμα εδάφους** πίσω από τοίχο, που ολισθαίνει **ως στερεό σώμα** επί **επιπέδου επιφάνειας αστοχίας**

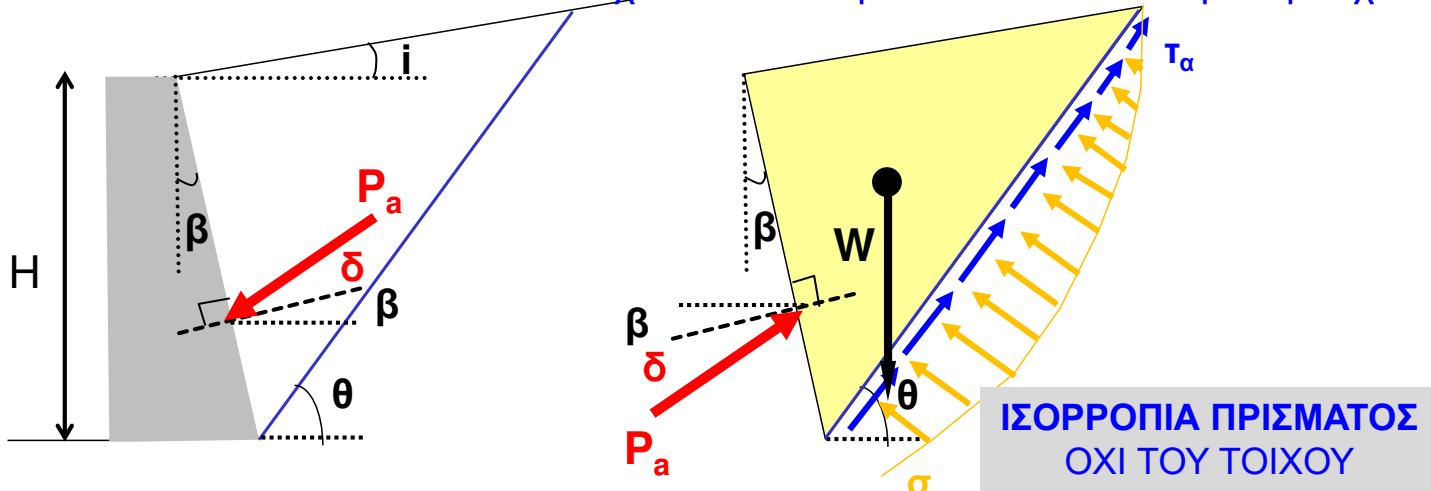
2. Η εκτίμηση της **συνισταμένης ώθησης επί του τοίχου** προκύπτει από την **ισορροπία** του **στερεού πρίσματος εδάφους**, ακριβώς τη στιγμή της **ΑΣΤΟΧΙΑΣ**

ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΡΙΑΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$
 Αστοχία επί απότομου επιπέδου από βάση τοίχου



ΔΡΑΣΗ = Μετακίνηση πρίσματος προς τα «κάτω»

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ = ΤΡΙΒΗ ... φορά προς τα «πάνω»

διαμητική τάση τ (τριβής) αυξάνει έως... $T_\alpha = T_{αστοχίας}$

ορθή τάση σ ανάλογη με το βάθος με συνισταμένη N

τη στιγμή της ΑΣΤΟΧΙΑΣ: $T_\alpha = \sigma \tan\phi$

συνισταμένη $T_\alpha = \int T_\alpha dl$

$$T_\alpha = \int (\sigma \tan\phi) dl$$

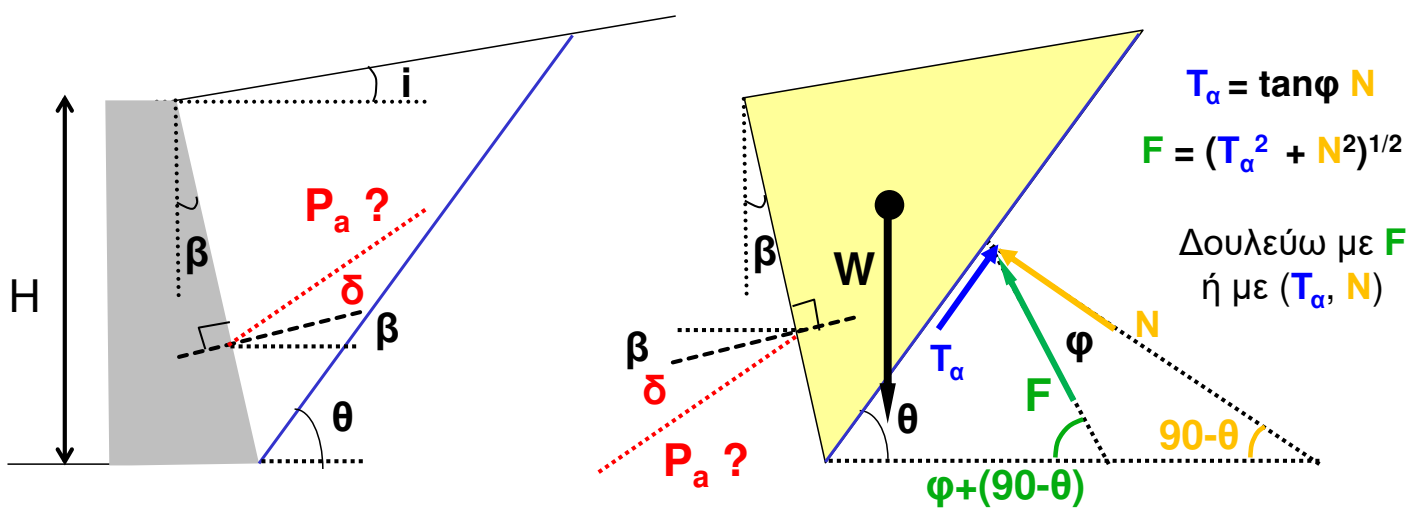
$$T_\alpha = \tan\phi \int \sigma dl$$

$$T_\alpha = \tan\phi N$$

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$



$$T_\alpha = \tan\phi N$$

$$F = (T_\alpha^2 + N^2)^{1/2}$$

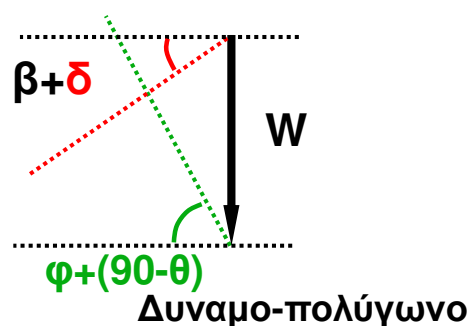
Δουλεύω με F
ή με (T_α, N)

Δυνάμεις Μέτρο Δ/νση (ως προς οριζ.)

W $\gamma E_{\muβαδόν}$ 90

F ? $\phi + (90 - \theta)$

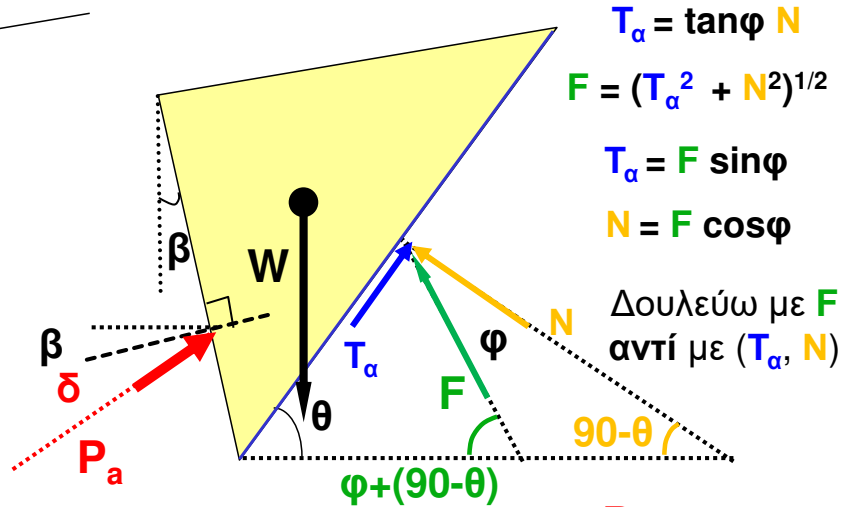
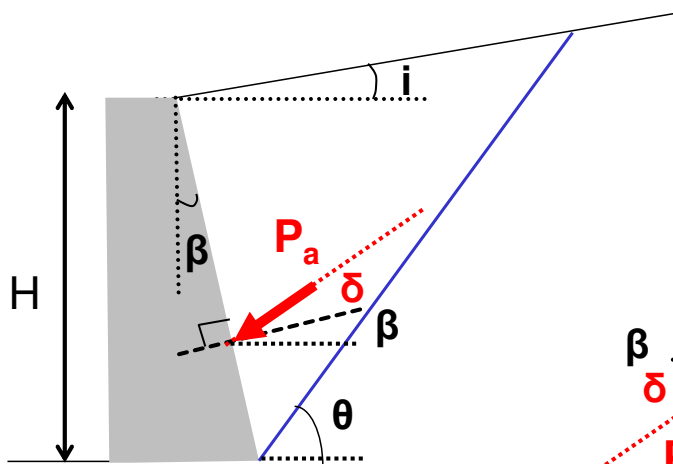
P_a ? $\beta + \delta$



Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$

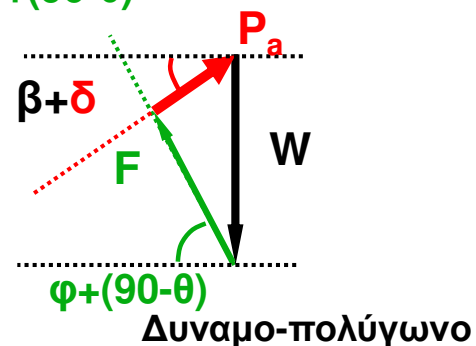


Επίλυση: Σύστημα 2x2

$$\Sigma F_h = 0 \rightarrow P_a \cos(\beta + \delta) = F \cos[\phi + (90 - \theta)]$$

$$\Sigma F_v = 0 \rightarrow P_a \sin(\beta + \delta) + F \sin[\phi + (90 - \theta)] = W$$

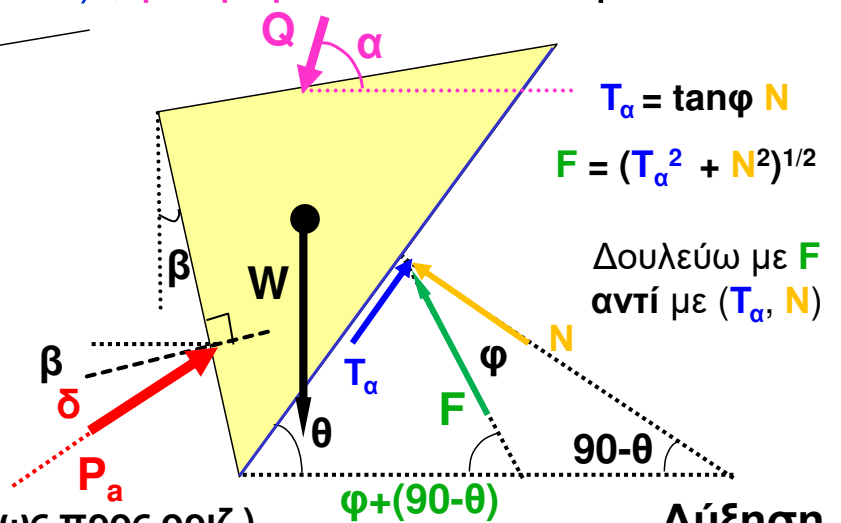
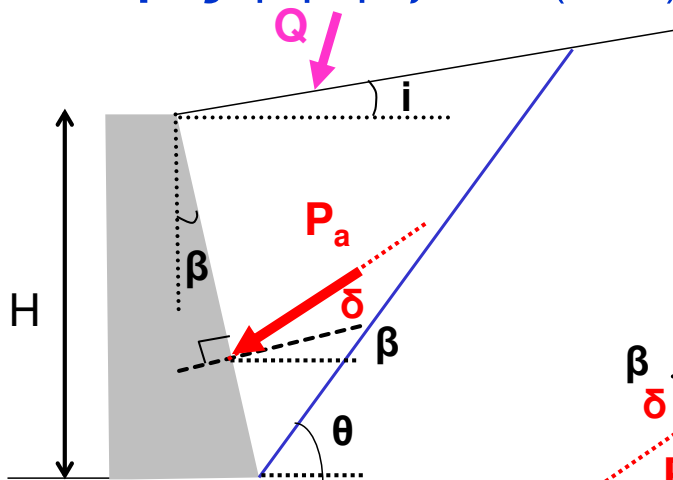
ή νόμος των ημιτόνων: $\frac{P_a}{\sin(\theta - \phi)} = \frac{W}{\sin[(\beta + \delta) + \phi + (90 - \theta)]}$



Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με φορτίο Q και με $c=0$

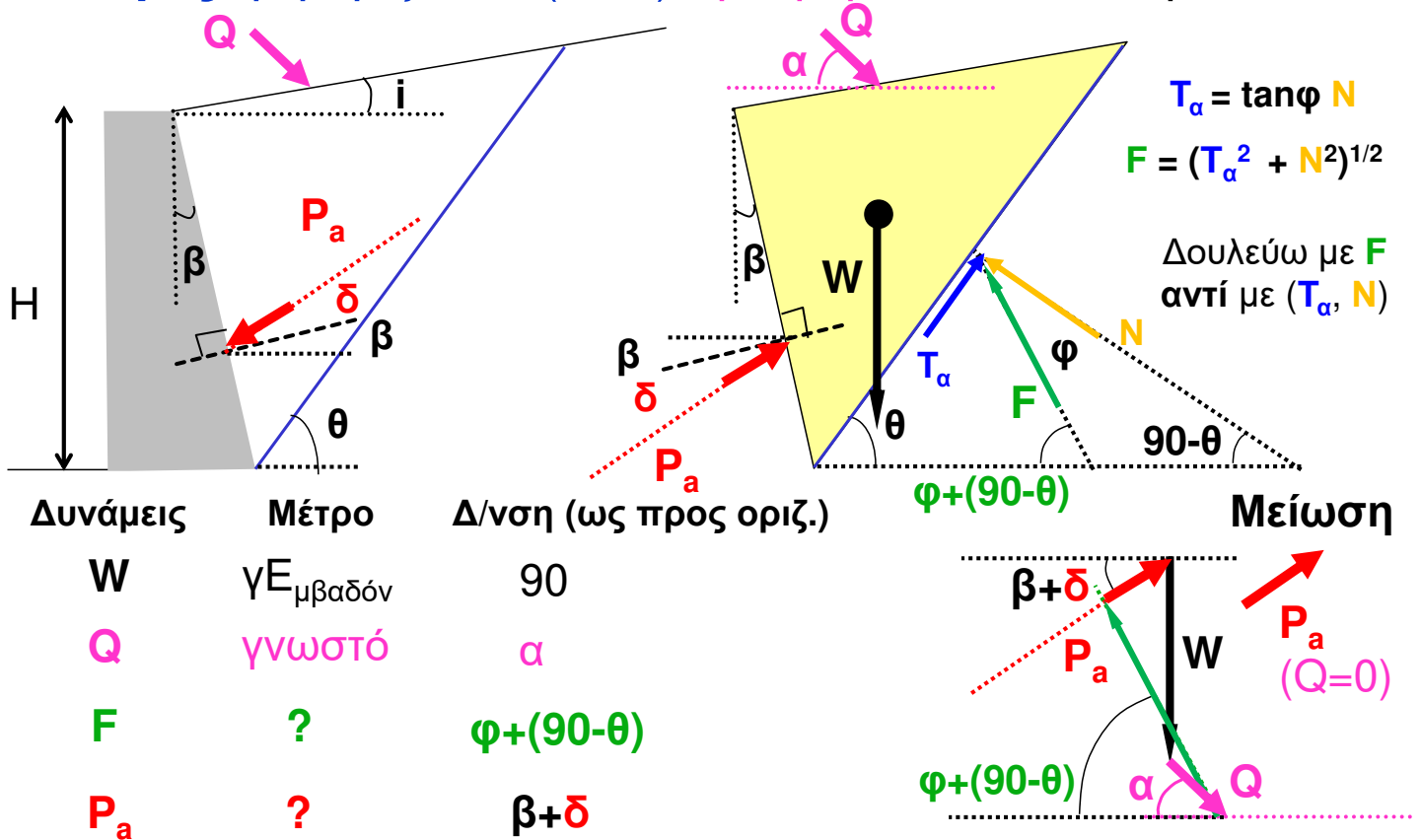


Δυνάμεις	Μέτρο	Δ/νση (ως προς οριζ.)	Αύξηση
W	$\gamma E_{\mu\beta\alpha\delta\omicron\nu}$	90	
Q	γνωστό	α	
F	?	$\phi + (90 - \theta)$	
P_a	?	$\beta + \delta$	P_a ($Q=0$)

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

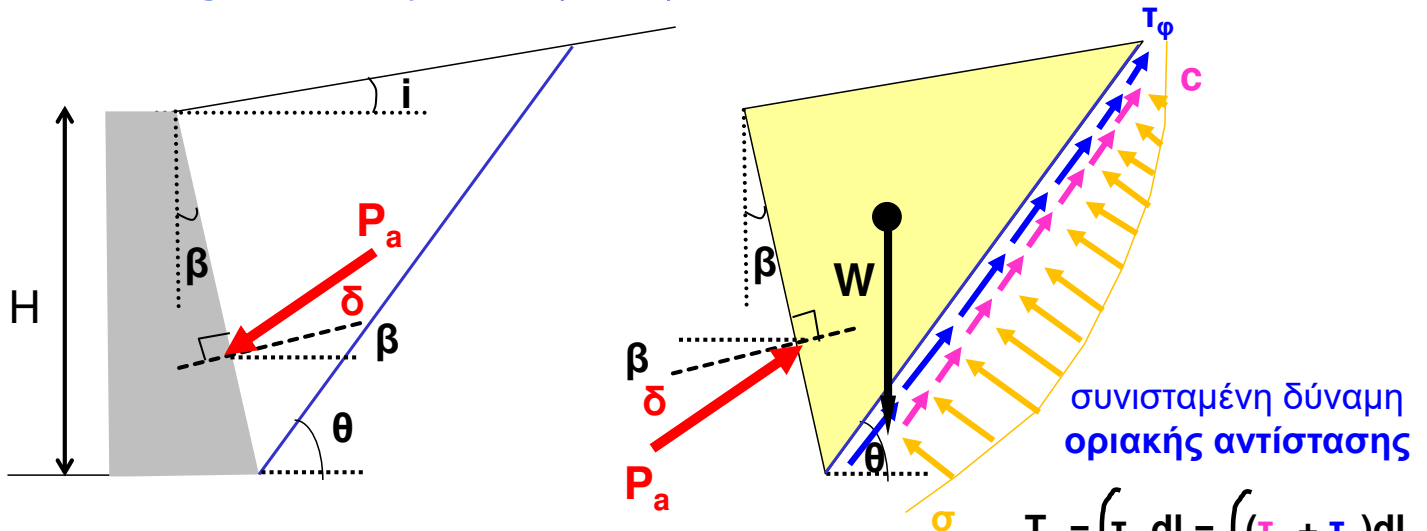
Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με φορτίο Q και με $c=0$



Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c \neq 0$



ΔΡΑΣΗ = Μετακίνηση πρίσματος προς τα «κάτω»

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ = ΤΡΙΒΗ + ΣΥΝΟΧΗ ... φορά προς τα «πάνω»

τη στιγμή της ΑΣΤΟΧΙΑΣ:

$$T_\alpha = T_c + T_\varphi = c + \sigma \tan\varphi$$

$$T_\alpha = \int T_\alpha dl = \int (T_c + T_\varphi) dl$$

$$T_\alpha = \int (c + \sigma \tan\varphi) dl$$

$$T_\alpha = \int c dl + \tan\varphi \int \sigma dl$$

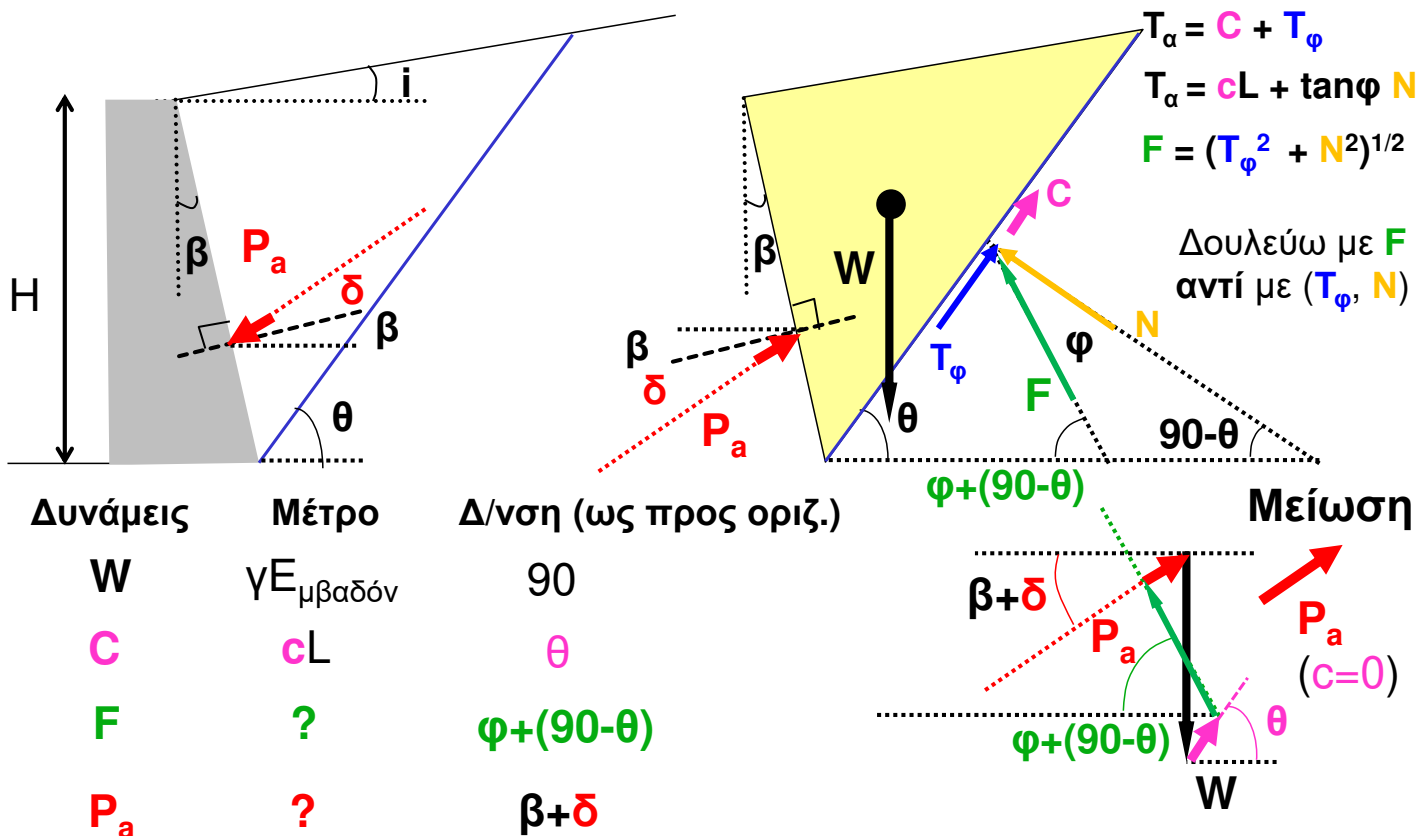
$$T_\alpha = cL + \tan\varphi N = C + T_\varphi$$

συνισταμένη δύναμη οριακής αντίστασης

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

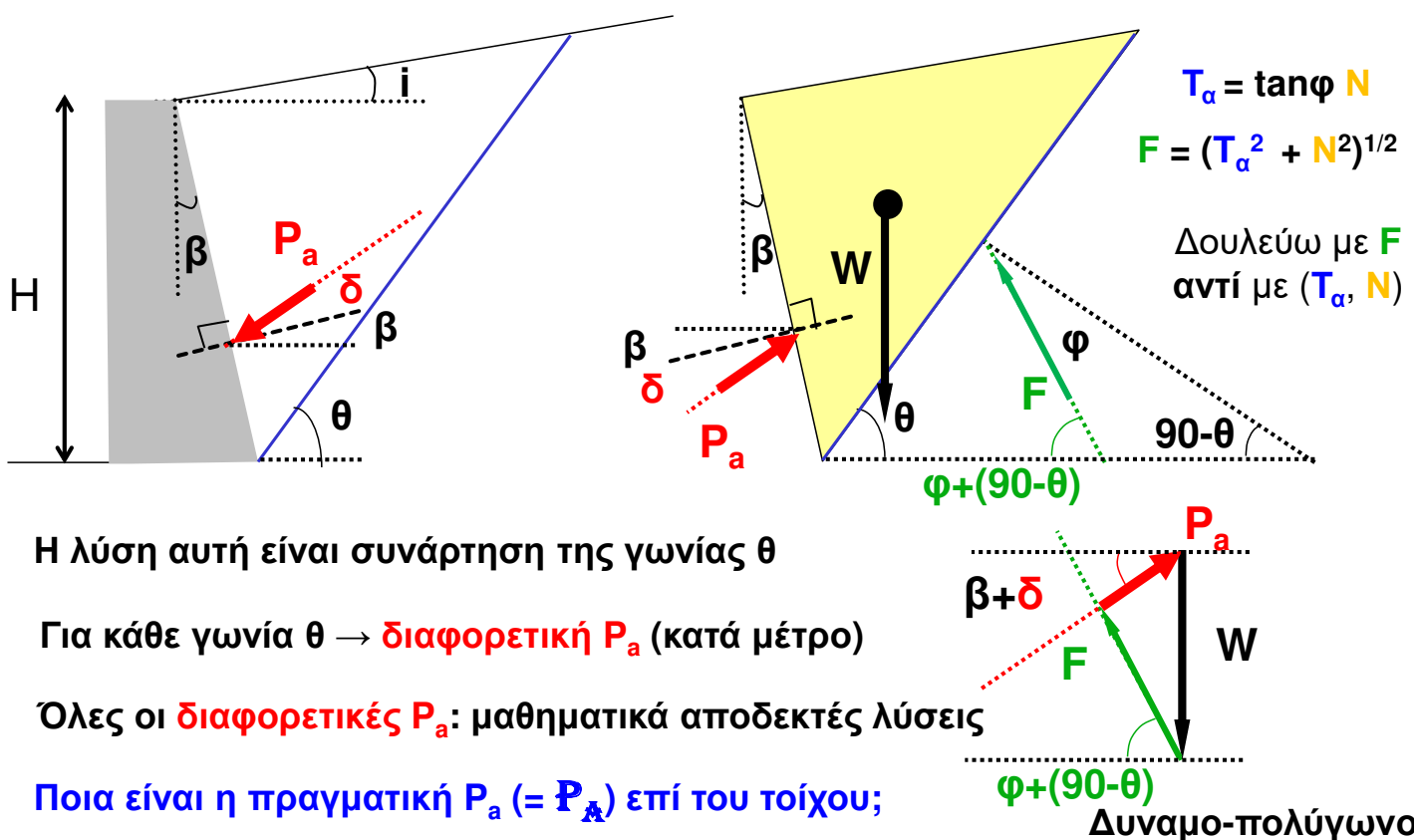
Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c \neq 0$



Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι



Η λύση αυτή είναι συνάρτηση της γωνίας θ

Για κάθε γωνία $\theta \rightarrow$ διαφορετική P_a (κατά μέτρο)

Όλες οι διαφορετικές P_a : μαθηματικά αποδεκτές λύσεις

Ποια είναι η πραγματική $P_a (= P_{\Delta})$ επί του τοίχου;

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι

Δυναμο-πολύγωνο:

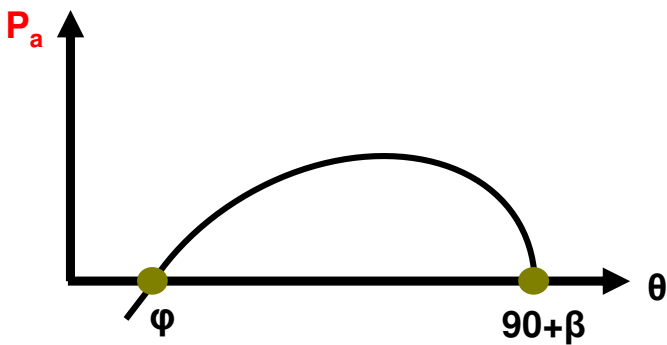
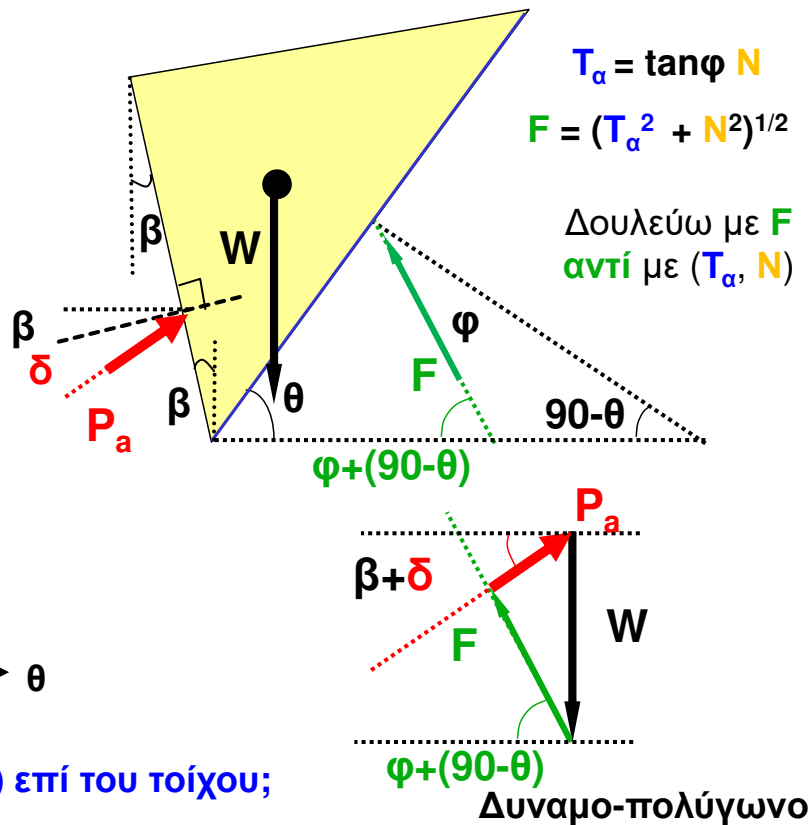
Για να προκύπτει $P_a > 0$

Θα πρέπει $\varphi + (90 - \theta) < 90 \rightarrow \theta > \varphi$

Γεωμετρία:

Για να υπάρχει πρίσμα, που να ωθεί τον τοίχο ($P_a > 0$):

Θα πρέπει $\theta < 90 + \beta$



Ποια είναι η πραγματική $P_a (= P_A)$ επί του τοίχου;

Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι

Για ΜΗΔΕΝΙΚΗ μετατόπιση τοίχου

... ουδέτερες ωθήσεις P_0

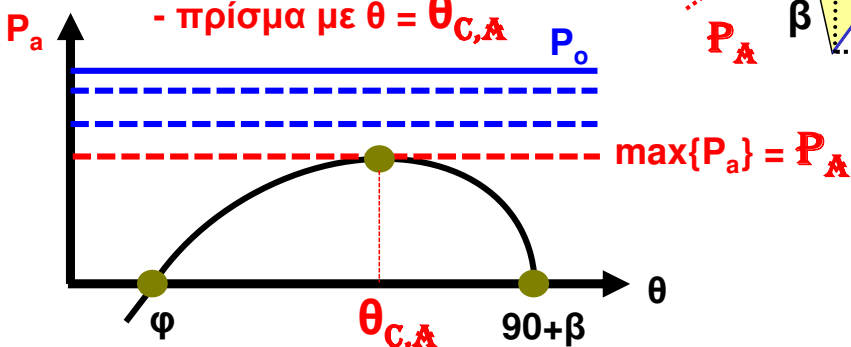
Για μετατόπιση τοίχου «προς τα έξω»

... οι ωθήσεις μειώνονται

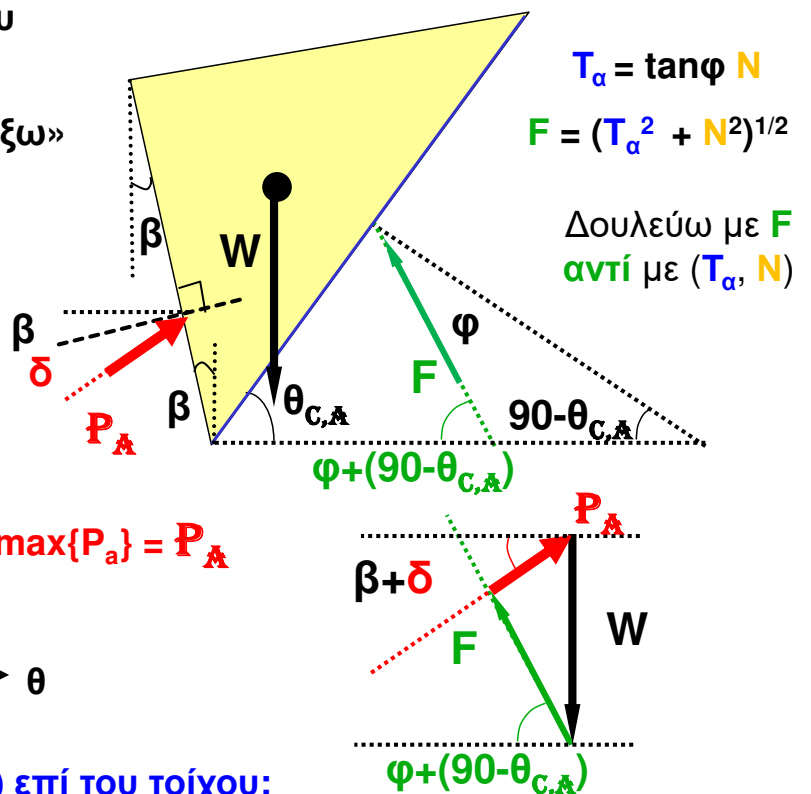
Η **ΑΣΤΟΧΙΑ** θα προκύψει με την 1^η μαθηματικά αποδεκτή λύση

- $\max\{P_a\} = P_A$

- πρίσμα με $\theta = \theta_{C,A}$



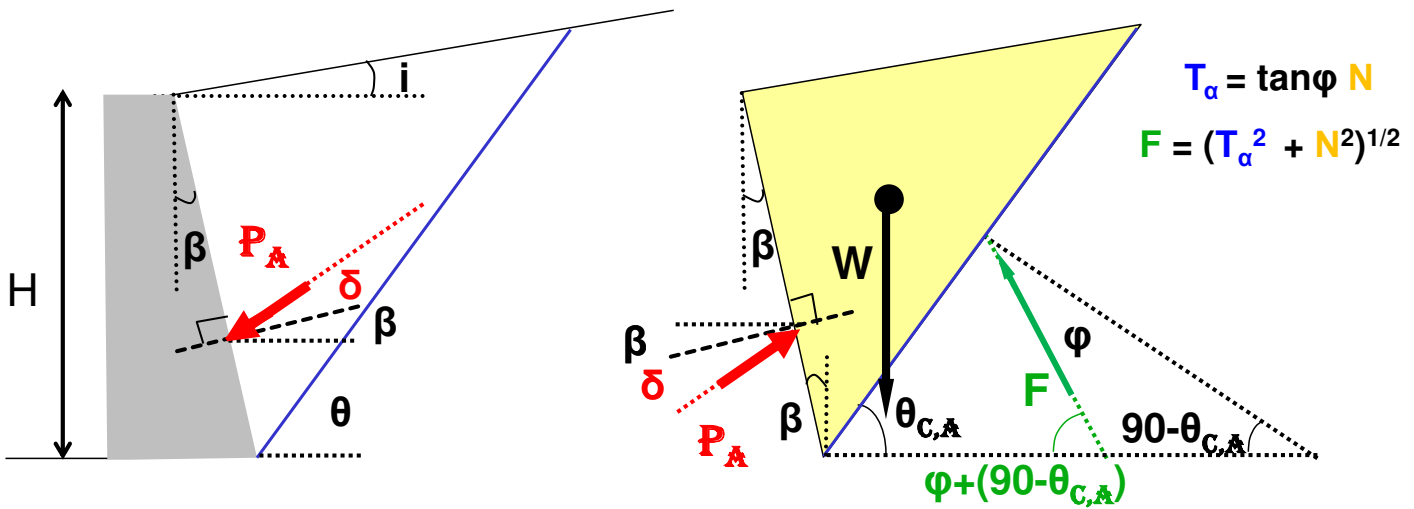
Ποια είναι η πραγματική $P_a (= P_A)$ επί του τοίχου;



Θεωρία Coulomb: ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ και $c = 0$



$$T_\alpha = \tan\phi N$$

$$F = (T_\alpha^2 + N^2)^{1/2}$$

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\varphi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta + \beta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi - i)}{\cos(\delta + \beta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

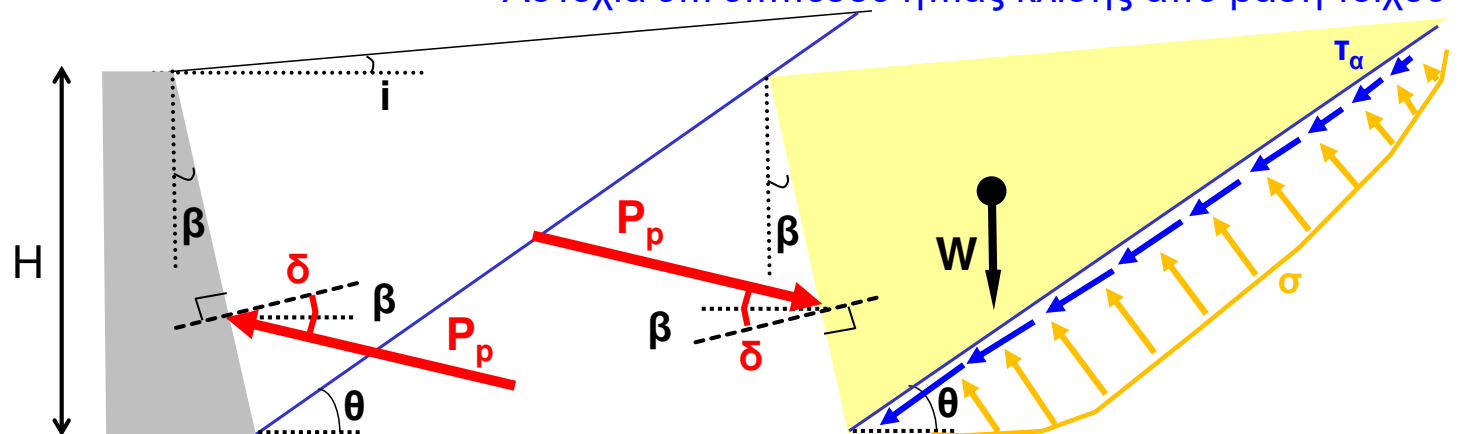
Ειδική λύση, που **δεν** έχει γενική εφαρμογή

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$

Αστοχία επί επιπέδου ήπιας κλίσης από βάση τοίχου



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ ΟΧΙ ΤΟΥ ΤΟΙΧΟΥ

ΔΡΑΣΗ = Μετακίνηση πρίσματος προς τα «άνω»

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ = ΤΡΙΒΗ ... φορά προς τα «κάτω»

διαμητική τάση τ (τριβής) αυξάνει έως... $T_\alpha = T_{αστοχίας}$

ορθή τάση σ ανάλογη με το βάθος με **συνισταμένη N**

τη στιγμή της ΑΣΤΟΧΙΑΣ: $T_\alpha = \sigma \tan\phi$

$$\text{συνισταμένη } T_\alpha = \int T_\alpha dl$$

$$T_\alpha = \int (\sigma \tan\phi) dl$$

$$T_\alpha = \tan\phi \int \sigma dl$$

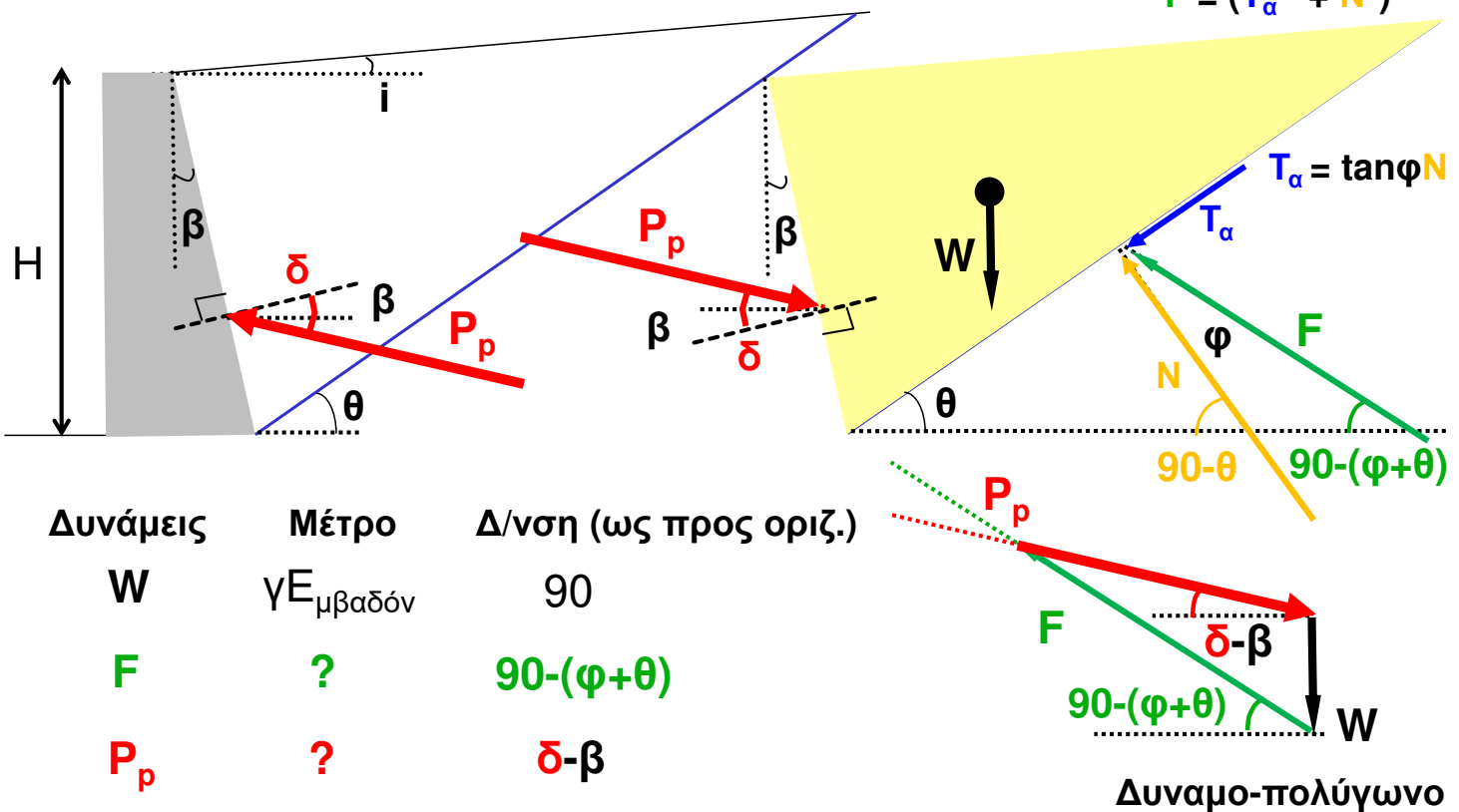
$$T_\alpha = \tan\phi N$$

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$

$$F = (T_\alpha^2 + N^2)^{1/2}$$

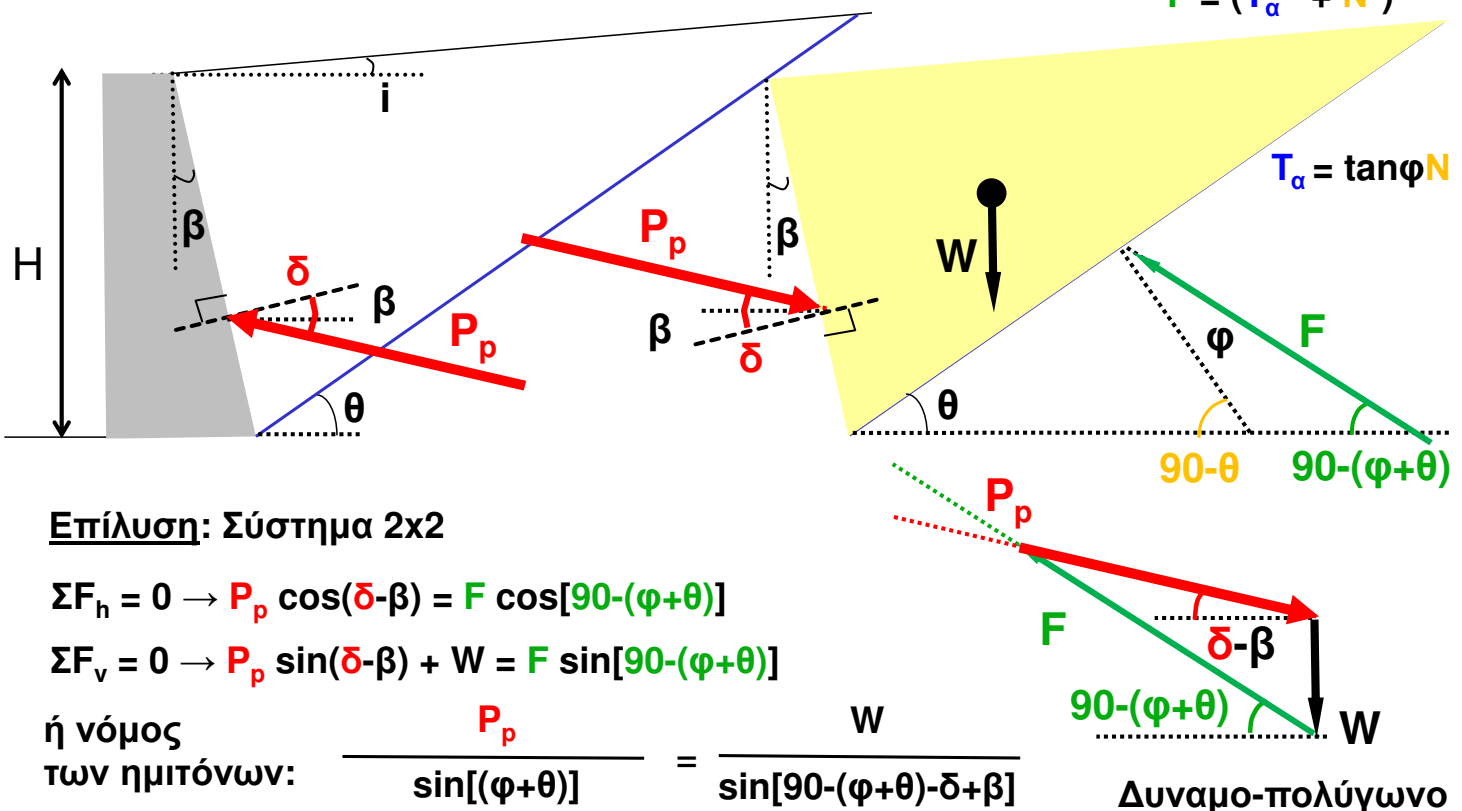


Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c=0$

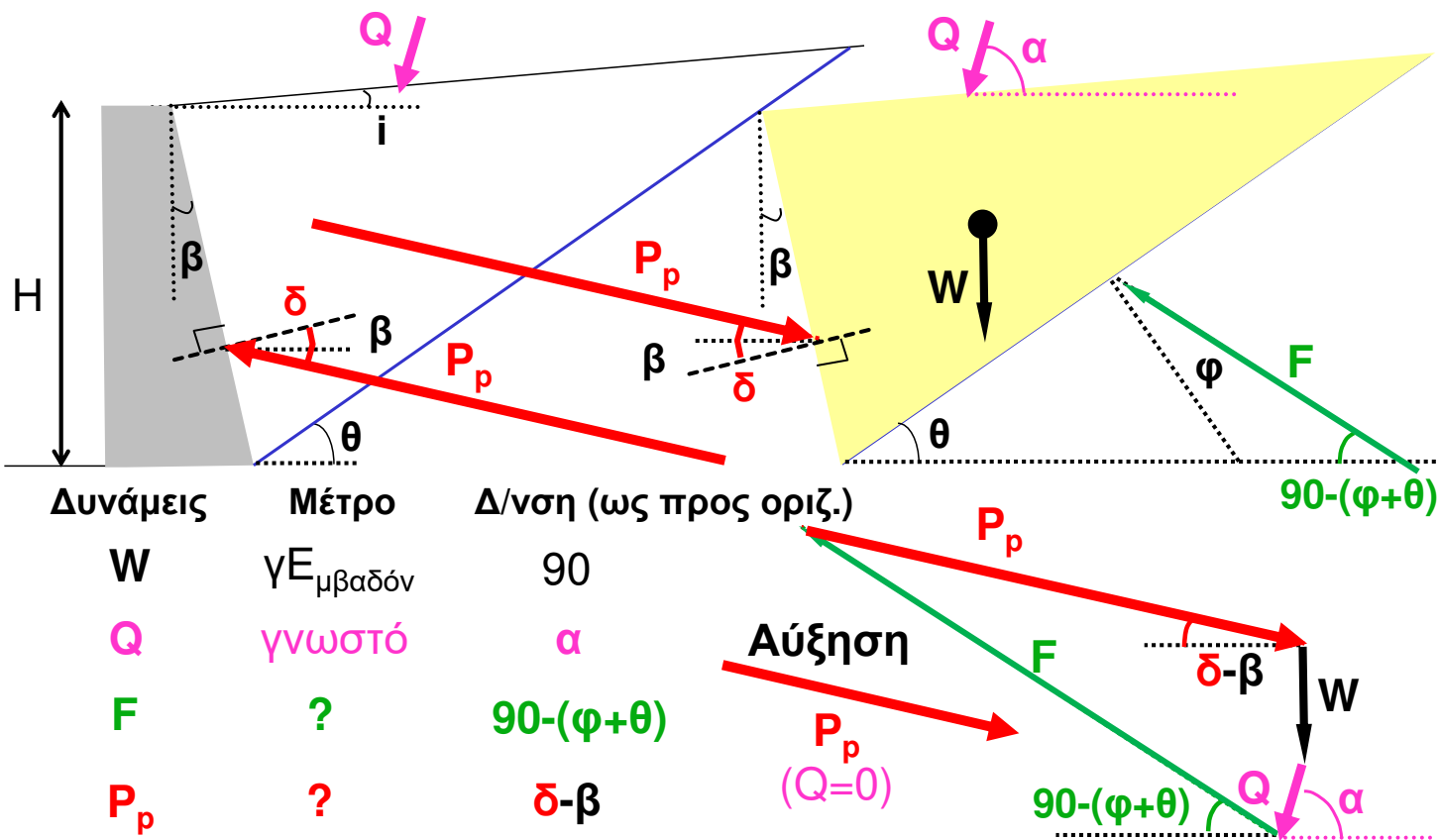
$$F = (T_\alpha^2 + N^2)^{1/2}$$



Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

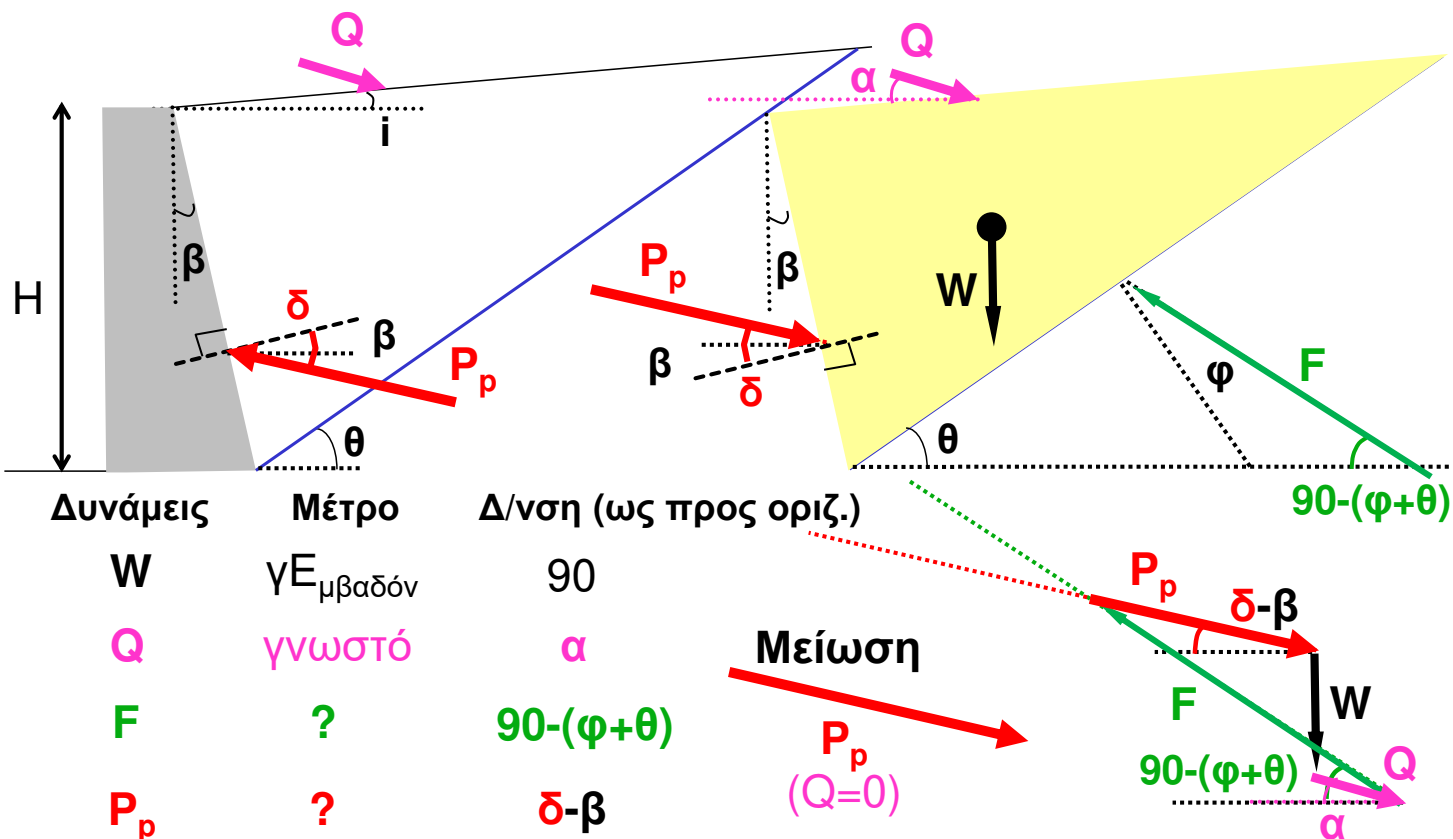
Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με φορτίο Q και με $c=0$



Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με φορτίο Q και με $c=0$

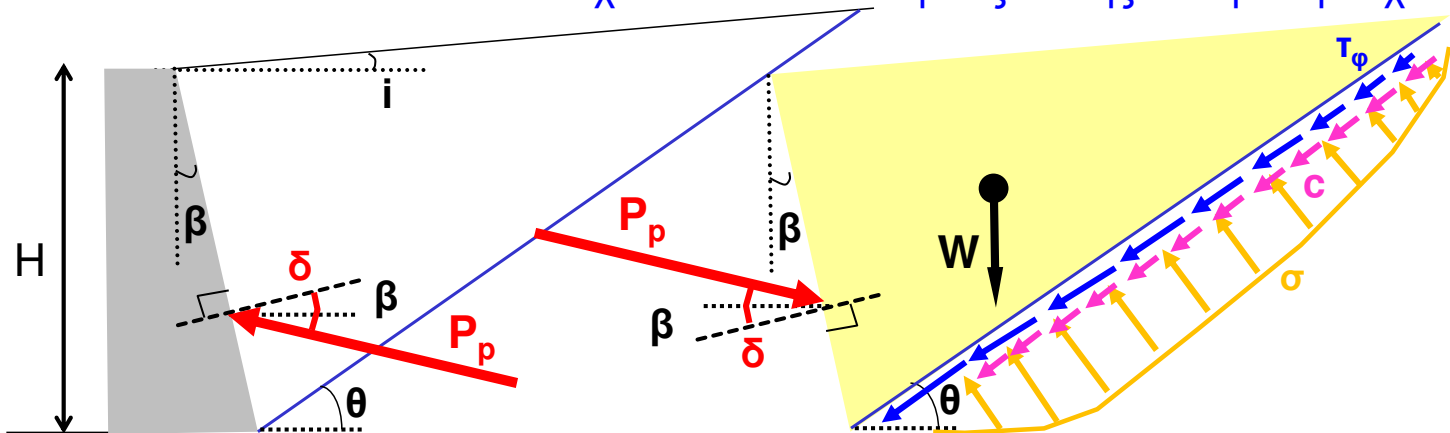


Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c \neq 0$

Αστοχία επί επιπέδου ήπιας κλίσης από βάση τοίχου



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ ΟΧΙ ΤΟΥ ΤΟΙΧΟΥ

ΔΡΑΣΗ = Μετακίνηση πρίσματος προς τα «άνω»

$$\text{συνισταμένη } T_\alpha = \int \tau_\alpha dl$$

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ = ΤΡΙΒΗ + ΣΥΝΟΧΗ με φορά προς τα «κάτω»

$$T_\alpha = \int (c + \sigma \tan \phi) dl$$

διαμητική τάση τ (τριβής) αυξάνει έως... $T_\alpha = T_{\text{αστοχίας}}$

ορθή τάση σ ανάλογη με το βάθος με συνισταμένη N

$$T_\alpha = c \int dl + \tan \phi \int \sigma dl$$

τη στιγμή της ΑΣΤΟΧΙΑΣ: $T_\alpha = T_c + T_\phi = c + \sigma \tan \phi$

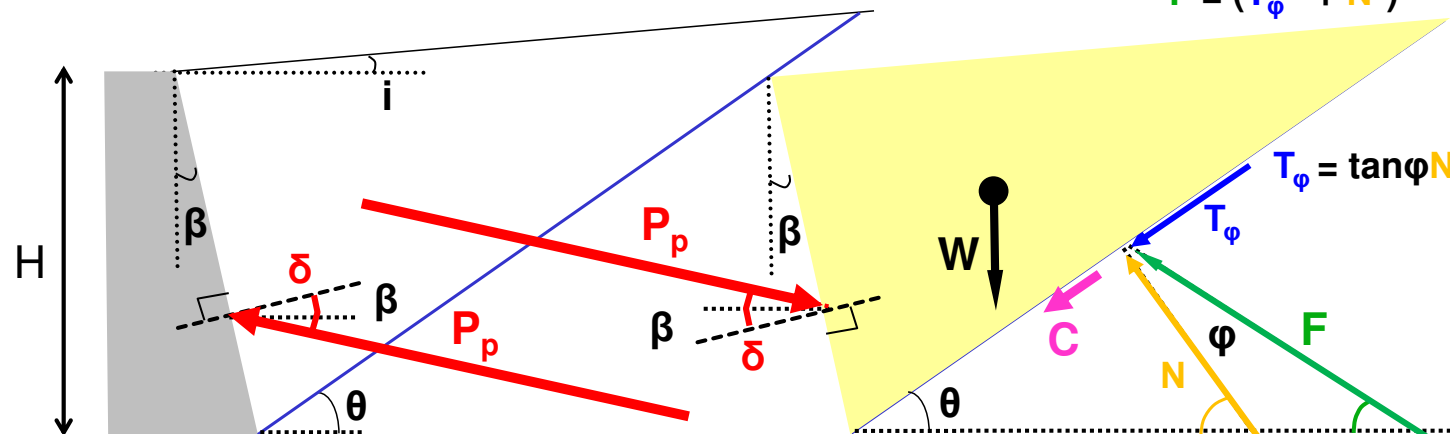
$$T_\alpha = cL + \tan \phi N = C + T_\phi$$

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , αφόρτιστο.... και με $c \neq 0$

$$F = (T_\phi^2 + N^2)^{1/2}$$



Δυνάμεις Μέτρο Δ/ση (ως προς οριζ.)

W $\gamma E_{\text{μβαδόν}}$ 90

C cL θ

F ? $90-(\phi+\theta)$

P_p ? $\delta-\beta$

Αύξηση

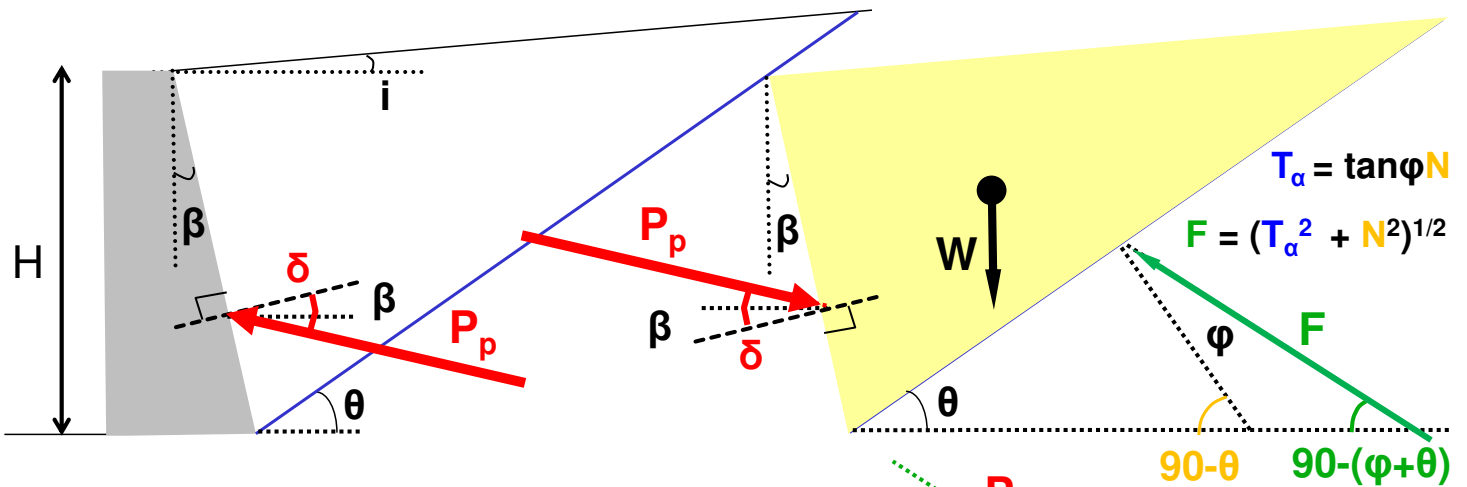
P_p
($c=0$)

$90-(\phi+\theta)$

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι



Η λύση αυτή είναι συνάρτηση της γωνίας θ

Για κάθε γωνία $\theta \rightarrow$ διαφορετική P_p (κατά μέτρο)

Όλες οι διαφορετικές P_p : μαθηματικά αποδεκτές λύσεις

Ποια είναι η πραγματική $P_p (= P_p)$ επί του τοίχου;

Δυναμο-πολύγωνο

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι

Δυναμο-πολύγωνο:

Για να μην προκύπτει $P_p \rightarrow \infty$

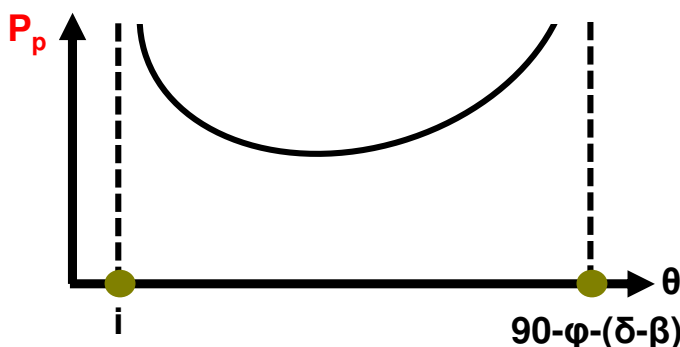
Θα πρέπει $90 - (\phi + \theta) > \delta - \beta \rightarrow$

$\rightarrow \theta < 90 - \phi - (\delta - \beta)$

Γεωμετρία:

Για να μην προκύπτει «απεριόριστο» πρίσμα ($P_p \rightarrow \infty$):

Θα πρέπει $\theta > i$



Ποια είναι η πραγματική $P_p (= P_p)$ επί του τοίχου;

Δυναμο-πολύγωνο

Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

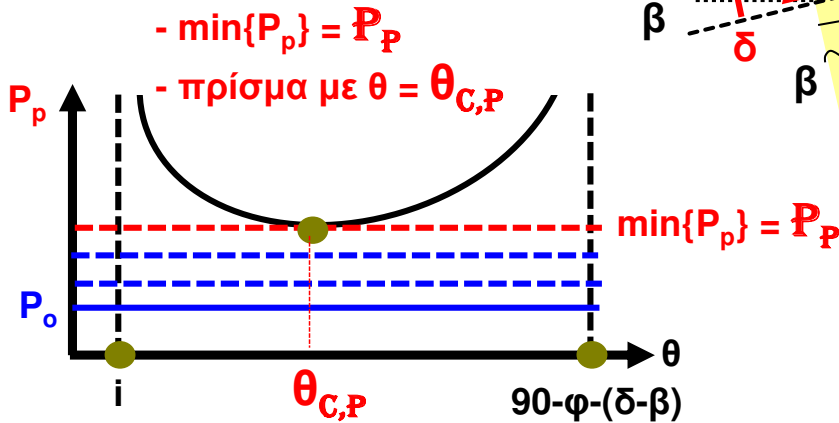
Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ ή όχι, με $c = 0$ ή όχι

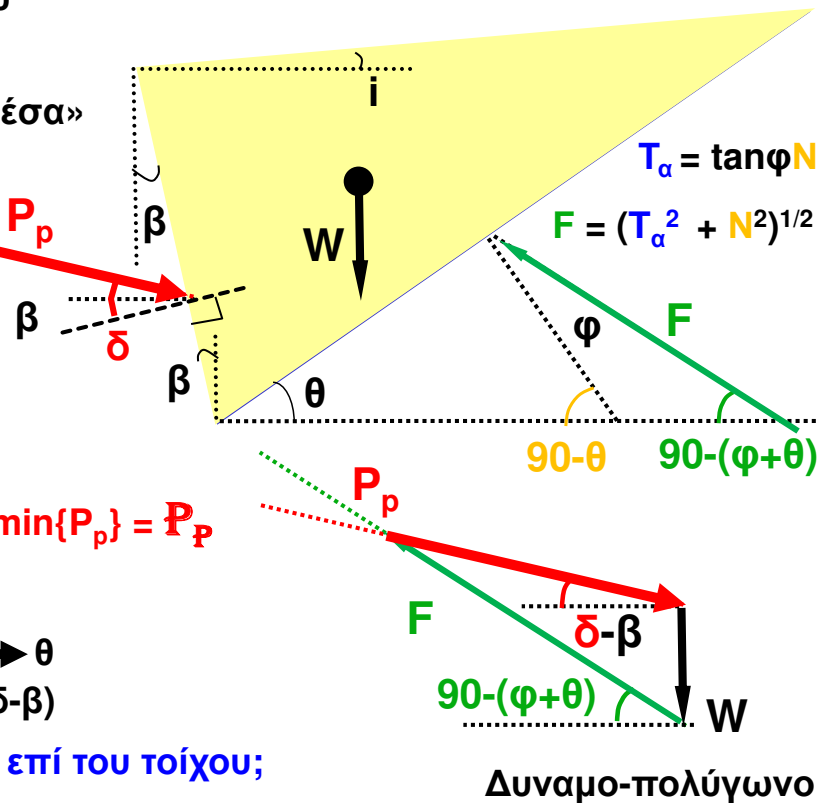
Για ΜΗΔΕΝΙΚΗ μετατόπιση τοίχου
... ουδέτερες ωθήσεις P_0

Για μετατόπιση τοίχου «προς τα μέσα»
... οι ωθήσεις αυξάνονται

Η ΑΣΤΟΧΙΑ θα προκύψει με την 1^η μαθηματικά αποδεκτή λύση



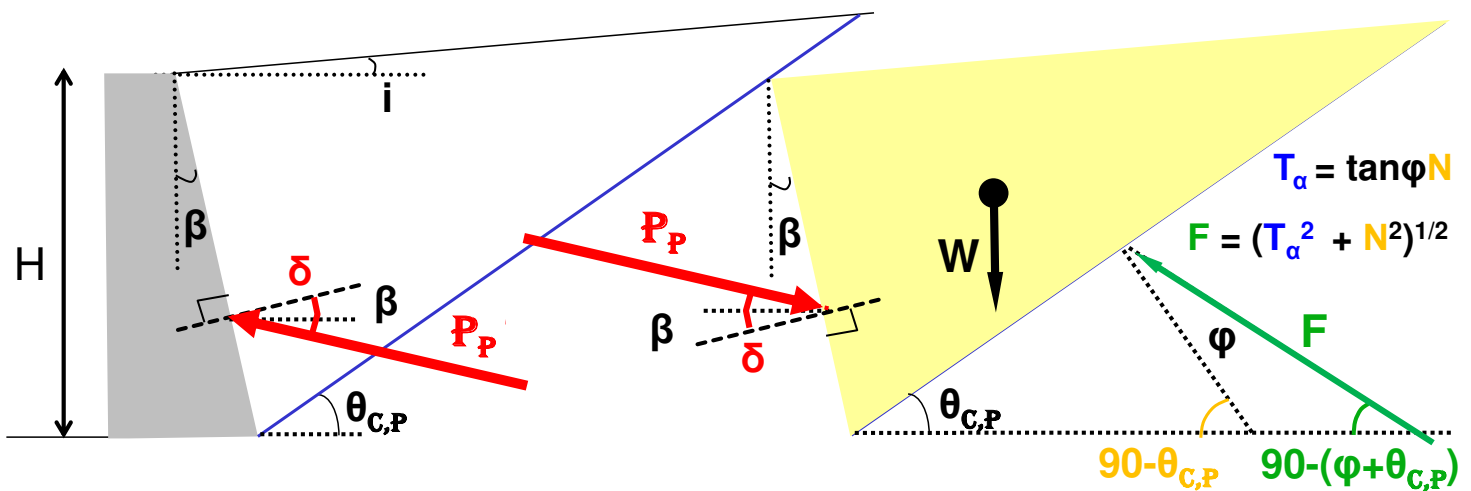
Ποια είναι η πραγματική $P_p (= P_p)$ επί του τοίχου;



Θεωρία Coulomb: ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ

Τοίχος: μη κατακόρυφος ($\beta \neq 0$) , μη λείος ($\delta \neq 0$)

Έδαφος: μη οριζόντιο ($i \neq 0$) , με $Q = 0$ και $c = 0$

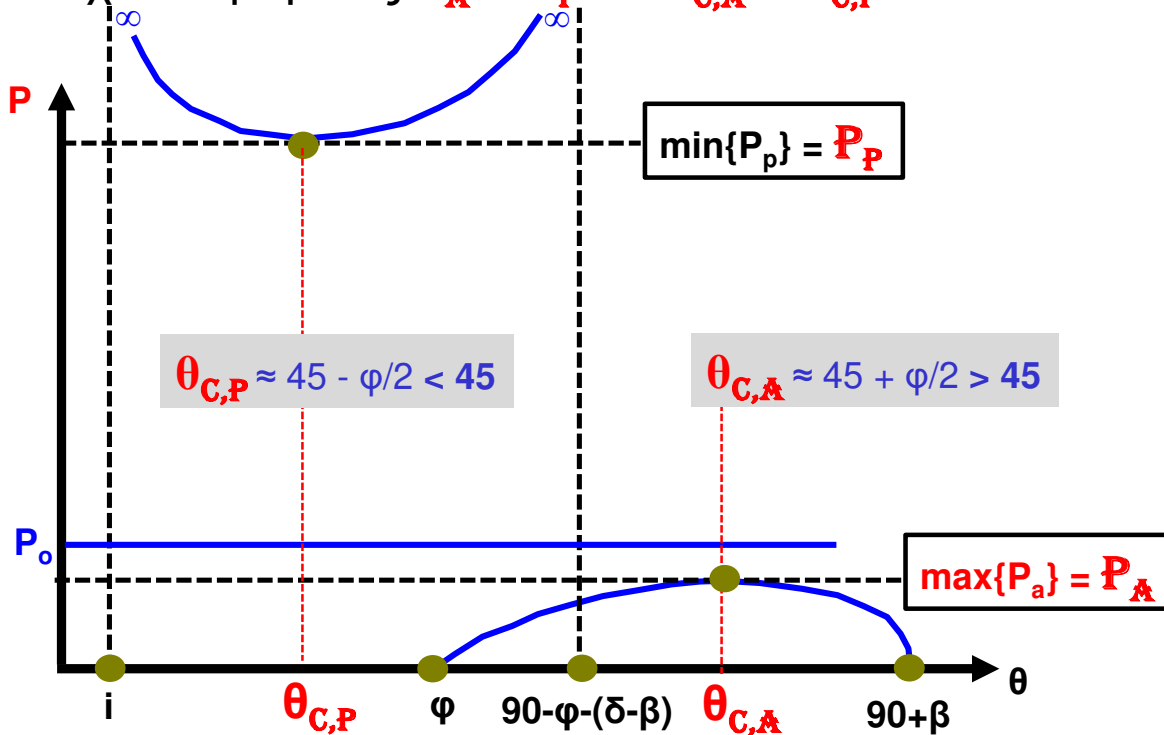


$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\varphi + \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta - \beta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi) \sin(\varphi + i)}{\cos(\delta - \beta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

Ειδική λύση, που **δεν** έχει γενική εφαρμογή

Θεωρία Coulomb: ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Σχετικό μέγεθος P_A & P_P και $\theta_{C,A}$ & $\theta_{C,P}$



2. Θεωρία Coulomb: Ισοροπία δυνάμεων, όχι ροπών

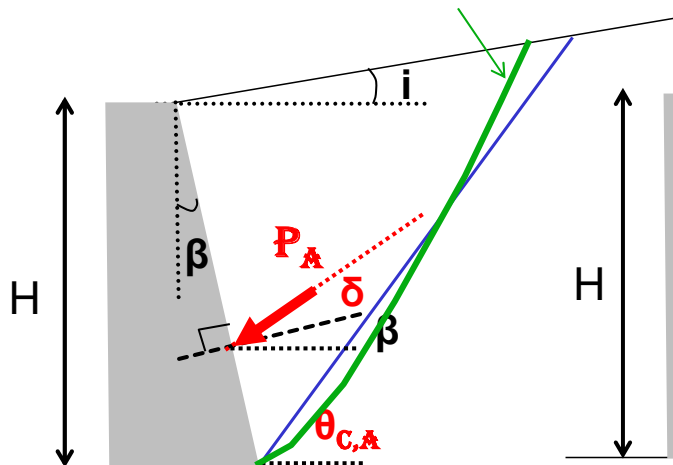
... πηγή ανακρίβειας

... καμία αναφορά σε σημεία εφαρμογής των P_A & P_P

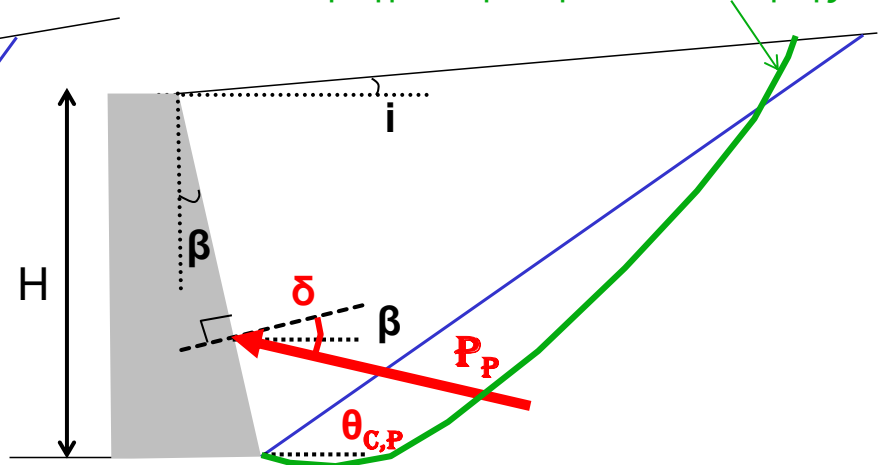
Θεωρία Coulomb: ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

3. Ακρίβεια μεθόδου

πραγματική επιφάνεια ολίσθησης



πραγματική επιφάνεια ολίσθησης



επαρκής προσέγγιση

→ P_A ακριβής

ανεπαρκής προσέγγιση → P_P ακριβής ($\delta < \varphi/3$)

P_P υπερεκτίμηση ($\delta > \varphi/3$)

4. Τυπικές τιμές γωνίας τριβής εδάφους – τοίχου δ

$\delta = (0.5 - 0.6)\varphi$ για τοίχο από σκυρόδεμα

$\delta = (0.4 - 0.5)\varphi$ για τοίχο από χάλυβα

Θεωρία Coulomb: ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

5. Σχέση Coulomb - Rankine

Όταν:

$i = 0^\circ$ (οριζόντιο έδαφος)

$\delta = 0^\circ$ (λείος τοίχος)

$\beta = 0^\circ$ (κατακόρυφος τοίχος)

οι δύο μέθοδοι (Rankine & Coulomb) δίνουν ταυτόσημα αποτελέσματα για τις συνισταμένες ωθήσεις, δηλαδή

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$

$$P_P = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_P$$

Επίσης προκύπτει: $\theta_{C,A} = 45 + \varphi/2$ $\theta_{C,P} = 45 - \varphi/2$

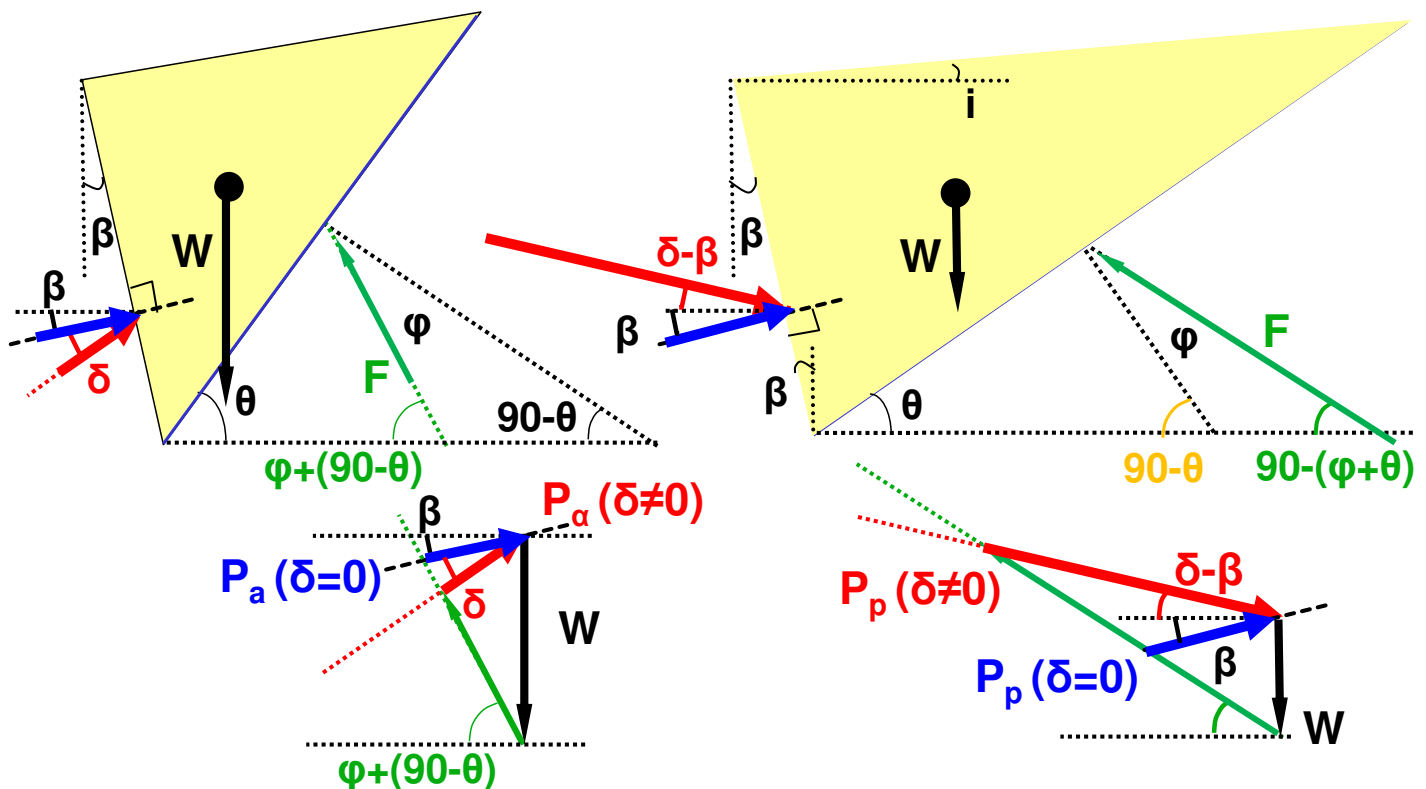
... και εύλογα οι συνισταμένες P_A , P_P ασκούνται σε ύψος $H/3$

Θεωρία Coulomb: ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

6. Ποια η επίδραση της τριβής τοίχου – εδάφους;

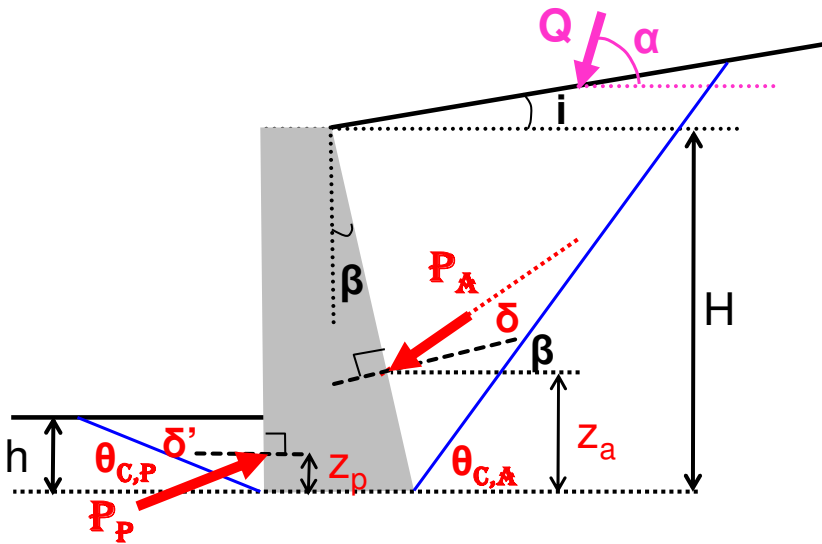
Η τριβή μειώνει (λίγο) την P_A

Η τριβή αυξάνει (πολύ) την P_P



Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1



Πρώτα εκτιμώνται:

- η ενεργητική ώθηση P_A
 - η παθητική ώθηση P_P
- πίσω και μπροστά από τον τοίχο

Η εκτίμηση των P_A και P_P γίνεται:

- με ολοκλήρωση των οριζοντίων τάσεων κατά Rankine, ή
- με απευθείας εκτίμηση των ωθήσεων κατά Coulomb

Η εκτίμηση συμπεριλαμβάνει τα σημεία εφαρμογής τους (π.χ. Z_a και Z_p μετρούμενα κατακόρυφα από τη βάση του τοίχου)

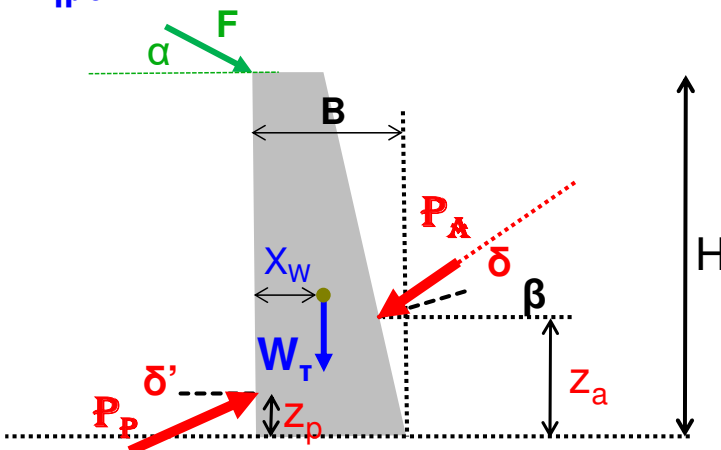
Η εκτίμηση των Z_a και Z_p γίνεται:

- επακριβώς μέσω ολοκλήρωσης κατά Rankine, ή
- προσεγγιστικά (σε ύψος $H/3$ και $h/3$, συνήθως) κατά Coulomb

Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (Z_a και Z_p)

Βήμα 2



Άλλες δυνάμεις επί του τοίχου

- Ίδιον βάρος τοίχου $W_T = \gamma_T E_T$ και σημείο εφαρμογής του (x_w) (π.χ. $\gamma_T = 24 - 25 \text{ kN/m}^3$ για άοπλο και οπλισμένο σκυρόδεμα, $E_T = BH$ για ορθογώνιο τοίχο)
- Εξωτερική δύναμη F (διεύθυνση, φορά, σημείο εφαρμογής)

- Γνωρίζουμε ότι $|\varepsilon_{ha}| \ll \varepsilon_{hp}$, δηλαδή οι P_A και P_P δεν προκύπτουν για την ίδια μετατόπιση τοίχου.
- Η μετακίνηση τοίχου για P_P είναι «μεγάλη», οπότε σχεδιάζουμε για να... μη συμβεί.
- Για μετακίνηση τοίχου $\delta/H \approx (1 \text{ έως } 2)$ $|\varepsilon_{ha}|$ προκύπτει $K = \sigma_h/\sigma_v = K_p / 2$ ή $K_p / 3$ στο κατάντη έδαφος.
- Το κατάντη έδαφος πάχους h μπορεί να υποσκαφεί υδραυλικά, ή να αφαιρεθεί κατά λάθος στο μέλλον

Θεωρούμε:

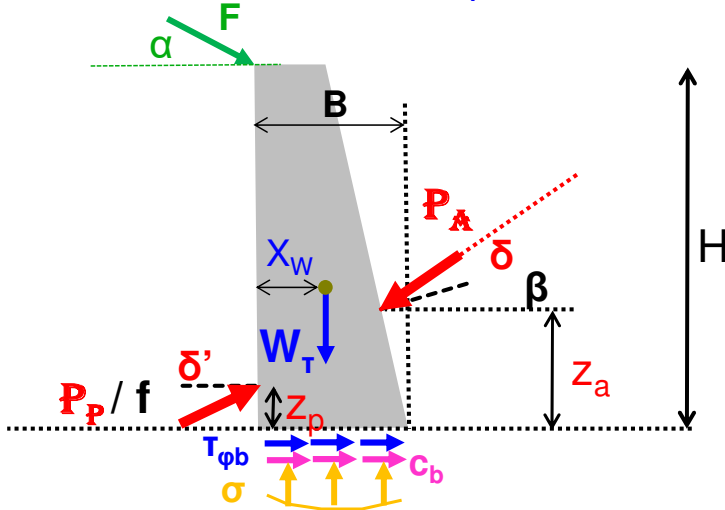
$$P_P / f$$

όπου $f = 2$ έως 3

Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (z_a και z_p)

Βήμα 2: Άλλες δυνάμεις (W_T , F)



Βήμα 3: Έλεγχος έναντι **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



συνισταμένη δύναμη οριακής αντίστασης

ΔΡΑΣΗ: Μετακίνηση τοίχου προς τα αριστερά («έξω») μέσω ολίσθησης στο επίπεδο της βάσης του τοίχου

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ στη βάση (base) του τοίχου = **ΣΥΝΟΧΗ** + **ΤΡΙΒΗ** με φορά προς τα δεξιά

Τη στιγμή της **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ** (αστοχίας):

$$T_{a,b} = T_{cb} + T_{fb} = c_b + \sigma \tan \varphi_b$$

$$T_{\alpha,b} = \int T_{\alpha,b} dl = \int (T_{cb} + T_{fb}) dl$$

$$T_{\alpha,b} = \int (c_b + \sigma \tan \varphi_b) dl$$

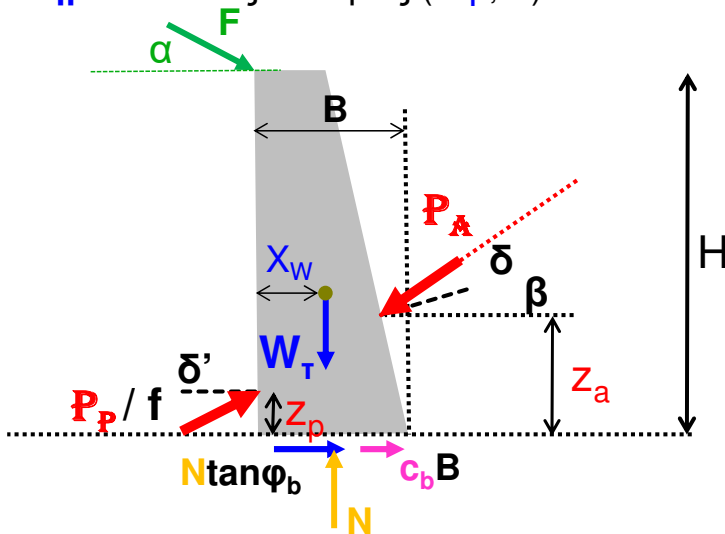
$$T_{\alpha,b} = \int c_b dl + \tan \varphi_b \int \sigma dl$$

$$T_{\alpha,b} = c_b B + \tan \varphi_b N$$

Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (z_a και z_p)

Βήμα 2: Άλλες δυνάμεις (W_T , F)



Βήμα 3: Έλεγχος έναντι **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος

$$\Sigma F_v = 0 \rightarrow N = W_T + F \sin \alpha + P_A \sin(\delta + \beta) - (P_P/f) \sin \delta'$$

Δυνάμεις ολίσθησης κατά μήκος του επιπέδου ολίσθησης (βάση του τοίχου)

$$P_A \cos(\delta + \beta)$$

Δυνάμεις αντίστασης κατά μήκος του επιπέδου ολίσθησης (βάση του τοίχου)

$$c_b B + N \tan \varphi_b + (P_P/f) \cos \delta' + F \cos \alpha$$

ΔΡΑΣΗ: Μετακίνηση τοίχου προς τα αριστερά («έξω»)

ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ στη βάση (base) του τοίχου = **ΣΥΝΟΧΗ** + **ΤΡΙΒΗ** με φορά προς τα δεξιά

Τη στιγμή της **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ** (αστοχίας):

$$T_{a,b} = c_b B + N \tan \varphi_b$$

Συντελεστής Ασφαλείας έναντι **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

$$Y_{ολ} = FS_{ολ} = \frac{\text{Δυνάμεις Αντίστασης}}{\text{Δυνάμεις Ολίσθησης}}$$

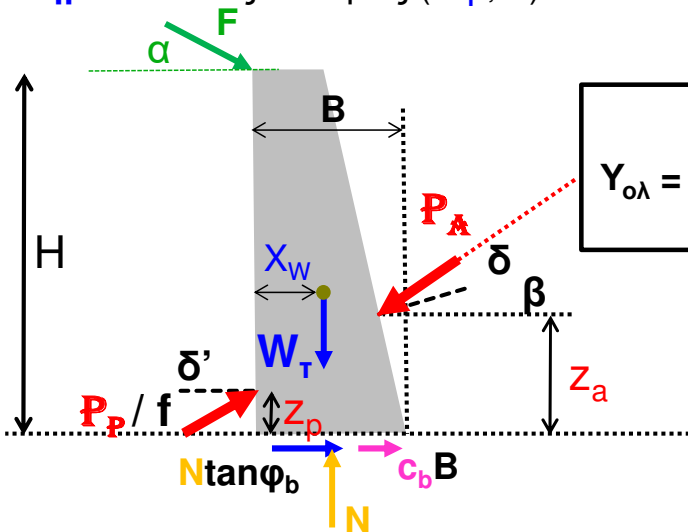
Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (z_a και z_p)

Βήμα 2: Άλλες δυνάμεις (W_T, F)

Βήμα 3: Έλεγχος έναντι ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Συντελεστής Ασφαλείας
έναντι ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ



$$Y_{ολ} = FS_{ολ} = \frac{c_b B + N \tan \phi_b + (P_P/f) \cos \delta' + F \cos \alpha}{P_A \cos(\delta + \beta)}$$

όπου $N = W_T + F \sin \alpha + P_A \sin(\delta + \beta) - (P_P/f) \sin \delta'$

$$Y_{ολ} = FS_{ολ} \geq 1.3$$

Εναλλακτικά:

$$c_b B + N \tan \phi_b$$

$$Y_{ολ} = \frac{c_b B + N \tan \phi_b}{P_A \cos(\delta + \beta) - (P_P/f) \cos \delta' - F \cos \alpha}$$

Δυσμενής δράση Ευμενείς δράσεις

Σημειώσεις:

1. Αν ίδιο έδαφος αριστερά-δεξιά $\delta = \delta'$
2. Στη βάση του τοίχου, η διεπιφάνεια είναι πιο τραχιά από τις κατακόρυφες παρειές:
 $\tan \phi_b = (2/3 \text{ έως } 1.0) \tan \phi$
3. Αντίστοιχα: $c_b = (2/3 \text{ έως } 1.0) c$, αλλά λόγω της "δεδομένης" ολίσθησης, ίσως $c_b = 0$

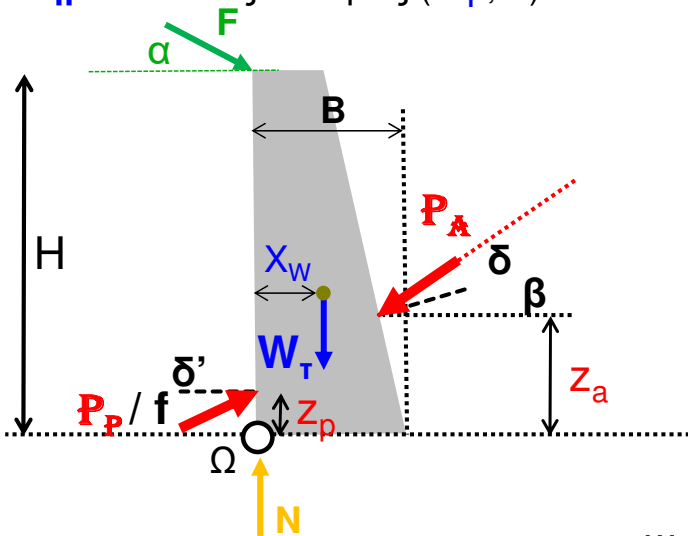
Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (z_a και z_p)

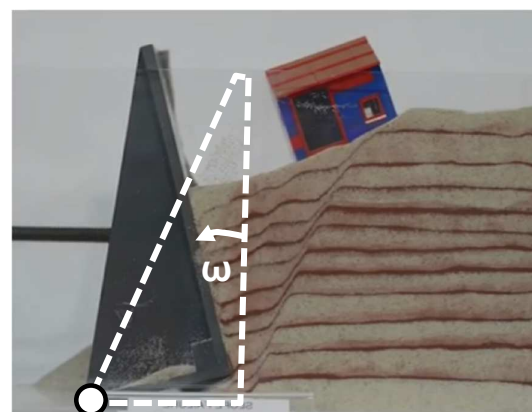
Βήμα 2: Άλλες δυνάμεις (W_T, F)

Βήμα 3: Έλεγχος έναντι ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Βήμα 4: Έλεγχος έναντι ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ



Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος



Ω: σημείο περιστροφής τοίχου
... και μοναδικό σημείο επαφής βάσης-εδάφους

Ροπές Ανατροπής
γύρω από το Ω



$$P_A \cos(\delta + \beta) z_a - P_A \sin(\delta + \beta) (B - z_a \tan \beta)$$

Ροπές Ευστάθειας
γύρω από το Ω



$$W_T X_w + z_p (P_P/f) \cos \delta' + F \cos \alpha H$$

$(P_P/f) \sin \delta'$ & $F \sin \alpha$ έχουν μοχλοβραχίονα = 0, ως προς το Ω

Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

Βήμα 1: P_A και P_P (z_a και z_p)

Βήμα 2: Άλλες δυνάμεις (W_T , F)

Βήμα 3: Έλεγχος έναντι **ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

Βήμα 4: Έλεγχος έναντι **ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ**

Συντελεστής Ασφαλείας
έναντι **ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ**

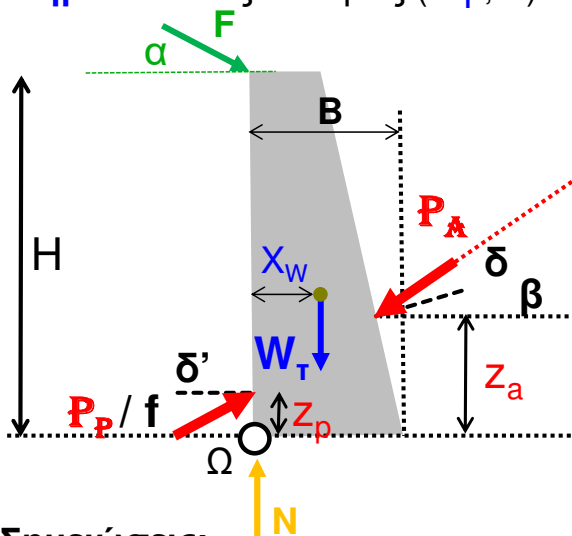
$$Y_{av} = FS_{av} = \frac{\text{Ροπές Ευστάθειας}}{\text{Ροπές Ανατροπής}}$$

$$Y_{av} = FS_{av} = \frac{W_T x_w + z_p (P_P/f) \cos \delta' + F \cos \alpha H}{P_A \cos(\delta + \beta) z_a - P_A \sin(\delta + \beta) (B - z_a \tan \beta)}$$

$$Y_{av} = FS_{av} \geq 1.5$$

Εναλλακτικά:

Οι ευμενείς ροπές $z_p (P_P/f) \cos \delta'$ και $F \cos \alpha H$, μπορούν να θεωρηθούν με αρνητικό πρόσημο στις ροπές ανατροπής (παρονομαστής του Y_{av})



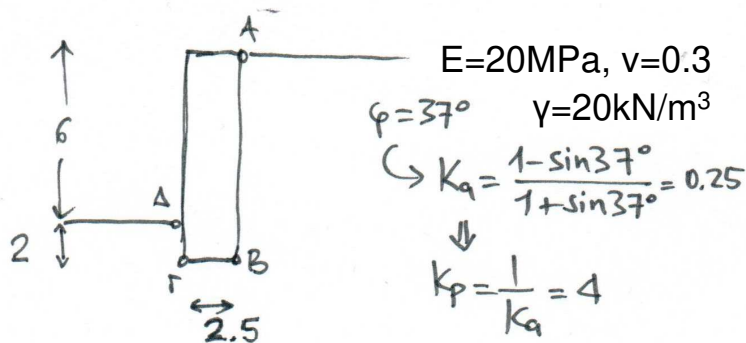
Σημειώσεις:

1. Οι 2 συνιστώσες της P_A θεωρούνται μαζί στον παρονομαστή του Y_{av} , γιατί συνυπάρχουν οριζοντάς την P_A
2. Αν υπάρχει μόνο περιστροφή (χωρίς ολίσθηση), ίσως δεν υπάρχει P_P

Συμβιβαστό ωθήσεων – μετατοπίσεων τοίχου;

Συμβατικά: K_a και K_p/f στις 2 πλευρές του τοίχου

Έστω λείος, κατακόρυφος τοίχος σκυροδέματος ($\gamma_{σκ} = 25 \text{ kN/m}^3$) που αντιστηρίζει ξηρή άμμο ($c=0$) με γωνία τριβής $\phi=37^\circ$. Το έδαφος είναι οριζόντιο και αφόρτιστο.



Rankine

$$\sigma_{VA} = 0$$

$$\sigma_{haA} = K_a \cdot 0 = 0$$

$$\sigma_{vB} = \gamma H = 20 \times 8 = 160 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{hB} = K_a \sigma_{vB} = 40 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{vA} = 0$$

$$\sigma_{hpA} = K_p \cdot \sigma_{vA} = 0$$

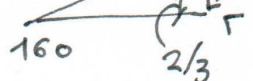
$$\sigma_{vT} = \gamma h = 20 \times 2 = 40$$

$$\sigma_{hpT} = K_p \sigma_{vT} = 4 \times 40 = 160$$

$$P_P = \frac{1}{2} 160 \times 2 = 160 \text{ kN/m}$$

$$P_A = \frac{1}{2} 40 \times 8 = 160 \text{ kN/m}$$

$$8/3 = 2.67 \text{ m}$$



$[\sigma_{ha}]$

$$\text{ενώ } W_T = \gamma_T E_T = 25 \times 8 \times 2.5 = 500 \text{ kN/m}$$

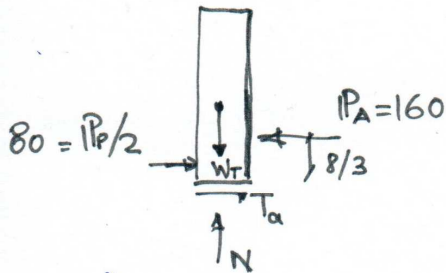
Συμβιβαστό ωθήσεων – μετατοπίσεων τοίχου;

Συμβατικά: K_α και K_p/f στις 2 πλευρές του τοίχου

Έστω λείος, κατακόρυφος τοίχος σκυροδέματος ($\gamma_{σκ} = 25 \text{ kN/m}^3$) που αντιστηρίζει ξηρή άμμο ($c=0$) με γωνία τριβής $\phi=37^\circ$. Το έδαφος είναι οριζόντιο και αφόριστο.

Έλεγχοι Ευστάθειας Τοίχου Βαρύτητας

ΟΛΙΣΘΗΣΗ

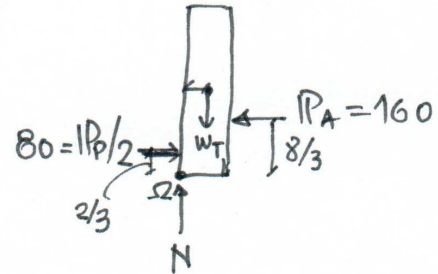


$$N = W_T = 500 \text{ kN/m}$$

$$T_a = N \tan \phi_b = N \cdot \tan 37^\circ = 377 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Y_{ολ} = \frac{T_a + (P_p/2)}{P_A} = \frac{377 + 80}{160} = 2.9$$

ΑΝΑΤΡΟΠΗ



$$Y_{αν} = \frac{W_T \cdot \left(\frac{2.5}{2}\right) + (P_p/2) \left(\frac{2}{3}\right)}{P_A \cdot (8/3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_{αν} = \frac{625 + 53.3}{426.7} = 1.6$$

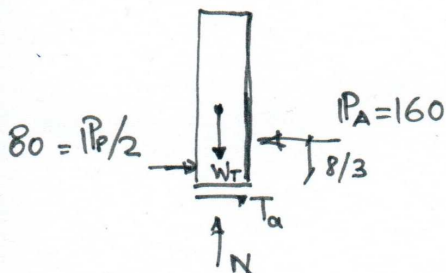
Συμβιβαστό ωθήσεων – μετατοπίσεων τοίχου;

Συμβατικά: K_α και K_p/f στις 2 πλευρές του τοίχου

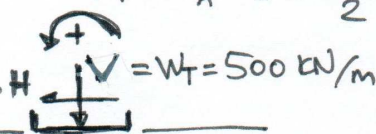
Τι μετακινήσεις προκαλούνται στον τοίχο;

Λόγω ελαστικών παραμορφώσεων του εδάφους, αφού αποκλείστηκε η ολίσθηση και ανατροπή

Στροφή ω λόγω M

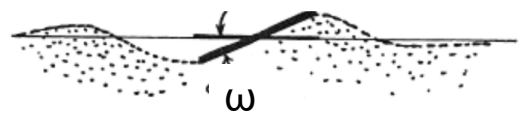


$$M = P_A \cdot \frac{8}{3} - \frac{P_p}{2} \cdot \frac{2}{3} = 373 \text{ kNm/m}$$



$$H = P_A - P_p/2 = 80 \text{ kN/m}$$

$$(H \ll T_a = 377)$$



$$\omega = \frac{M}{K_r} ; K_r = \frac{\pi G b^2}{2(1-\nu)}$$

$$G = E/2(1+\nu) = 20000/2.6 \approx 7700 \text{ kPa}$$

$$K_r = \frac{\pi (7700) 1.5^2}{2(1-0.3)} \approx 38860 \text{ kN.m/rad}$$

$$\omega = 373 / 38860 = 0.01 \text{ rad}$$

$$(\text{δηλ. } \omega = 0.01 \times 180/\pi = 0.6^\circ)$$

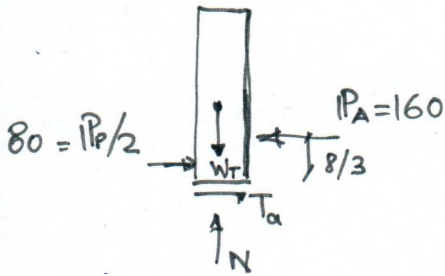
Συμβιαστό ωθήσεων – μετατοπίσεων τοίχου;

Συμβατικά: K_α και K_p/f στις 2 πλευρές του τοίχου

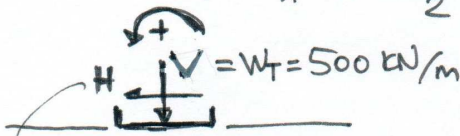
Τι μετακινήσεις προκαλούνται στον τοίχο;

Λόγω ελαστικών παραμορφώσεων του εδάφους, αφού αποκλείστηκε η ολίσθηση και ανατροπή

Οριζόντια μετακίνηση u λόγω H

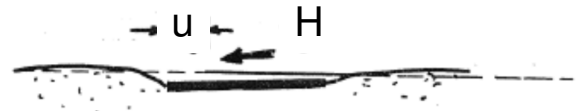


$$M = P_A \cdot \frac{8}{3} - \frac{IP}{2} \cdot \frac{2}{3} = 373 \text{ kNm/m}$$



$$H = P_A - IP/2 = 80 \text{ kN/m}$$

$$(H \ll T_a = 377)$$



$$u = \frac{H}{K_x} ; K_x = \frac{2G}{2-\nu}$$

$$K_x = \frac{2 \times 7700}{2 - 0.30} = 9000 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

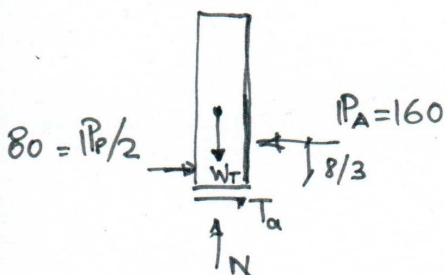
$$u = 80 / 9000 = 0.009\text{m}$$

Συμβιαστό ωθήσεων – μετατοπίσεων τοίχου;

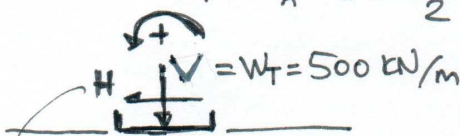
Συμβατικά: K_α και K_p/f στις 2 πλευρές του τοίχου

Τι μετακινήσεις προκαλούνται στον τοίχο;

Λόγω ελαστικών παραμορφώσεων του εδάφους, αφού αποκλείστηκε η ολίσθηση και ανατροπή

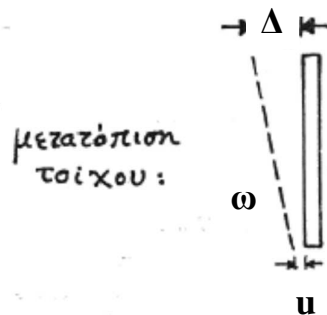


$$M = P_A \cdot \frac{8}{3} - \frac{IP}{2} \cdot \frac{2}{3} = 373 \text{ kNm}$$



$$H = P_A - IP/2 = 80 \text{ kN/m}$$

$$(H \ll T_a = 377)$$



$$\begin{aligned} \Delta &= u + \omega H \\ &= 0.009 + 0.01 \times 8 \\ &= 0.09\text{m} \end{aligned}$$

μέσω "ενεργός" (αυξημένη) παραμόρφωση ανιστρομορφώσεων εδάφους:

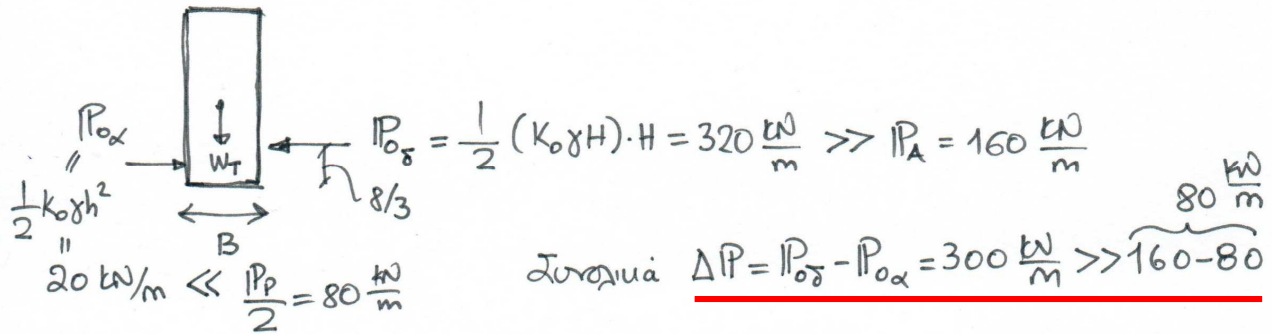
$$\epsilon \approx \frac{\Delta}{H} \approx 0.011 > \epsilon_\alpha \sim 0.005$$

1. Μετατοπίσεις ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΕΣ, παρότι $Y_{o\lambda} = 2.9$ και $Y_{av} = 1.6$

2. (μικρές) μετατοπίσεις τοίχου **συμβατές** με δράσεις P_A και $P_P/2$

Γιατί σχεδιασμός τοίχου με K_α , αντί για K_0 ;

Έστω χρήση K_0 ... και από τις 2 πλευρές του τοίχου



Για να επιτευχθούν οι ελάχιστες αποδεκτές τιμές συντελεστών ασφαλείας

$$Y_{στ} = \frac{(W_T + \tan 37^\circ) + P_{0\alpha}}{P_{0\delta}} \geq 1.3 \Rightarrow \frac{(25 \times 8 \times B + \tan 37^\circ) + 20}{320} \geq 1.3$$

$$\Rightarrow B \geq 2.6 \text{ m}$$

$$Y_{αν} = \frac{W_T \frac{B}{2} + P_{0\alpha} \left(\frac{2}{3}\right)}{P_{0\delta} \left(\frac{8}{3}\right)} \geq 1.5 \Rightarrow \frac{\frac{25 \times 8}{2} B^2 + 20 \left(\frac{2}{3}\right)}{320 \times \frac{8}{3}} \geq 1.5$$

$$\Rightarrow \underline{B \geq 3.6 \text{ m}} \dots \text{έναντι του } B = 2.5 \text{ m}$$

... μια αχρείαστη αύξηση, γιατί υπάρχουν ελαστικές μετακινήσεις και στροφές που απομειώνουν την P_0 ... σε P_A

Σχεδιασμός για σύστημα αντιστήριξης

Σχεδιασμός έναντι 2 οριακών καταστάσεων

1. Αστοχία εδάφους

2. Στατική ισορροπία τοίχου

Ολίσθηση-Ανατροπή

3. Θραύση τοίχου

Έλεγχος εσωτ. δυνάμεων (M, Q, N)

4. Μη-ανεκτή καθίζηση/περιστροφή τοίχου

π.χ. καθιζήσεις ως θεμέλιο

5. Μη-ανεκτή καθίζηση, οριζόντια μετατόπιση εδάφους

π.χ. καθιζήσεις πίσω από τοίχο \rightarrow ρηγματώσεις σε κτίρια

**ΟΡΙΑΚΗ
κατάσταση
ΑΣΤΟΧΙΑΣ**

**ΟΡΙΑΚΗ
κατάσταση
ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**

(1)

Φέρουσα ικανότητα (ως θεμέλιο)

\rightarrow Εδαφομηχ. II + Θεμελιώσεις

Ανύψωση σκάμματος (λόγω αποφόρτισης)

\rightarrow Ειδικά Θέματα Θεμελιώσεων

Αστοχία σκάμματος (λόγω υδραυλ. υποσκαφής)

\rightarrow Εδαφομηχ. II + Ειδικά Γεωτ. Έργα

Ολική αστάθεια (ως πρανές)

\rightarrow Εδαφομηχ. II + Ειδικά Γεωτ. Έργα