ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

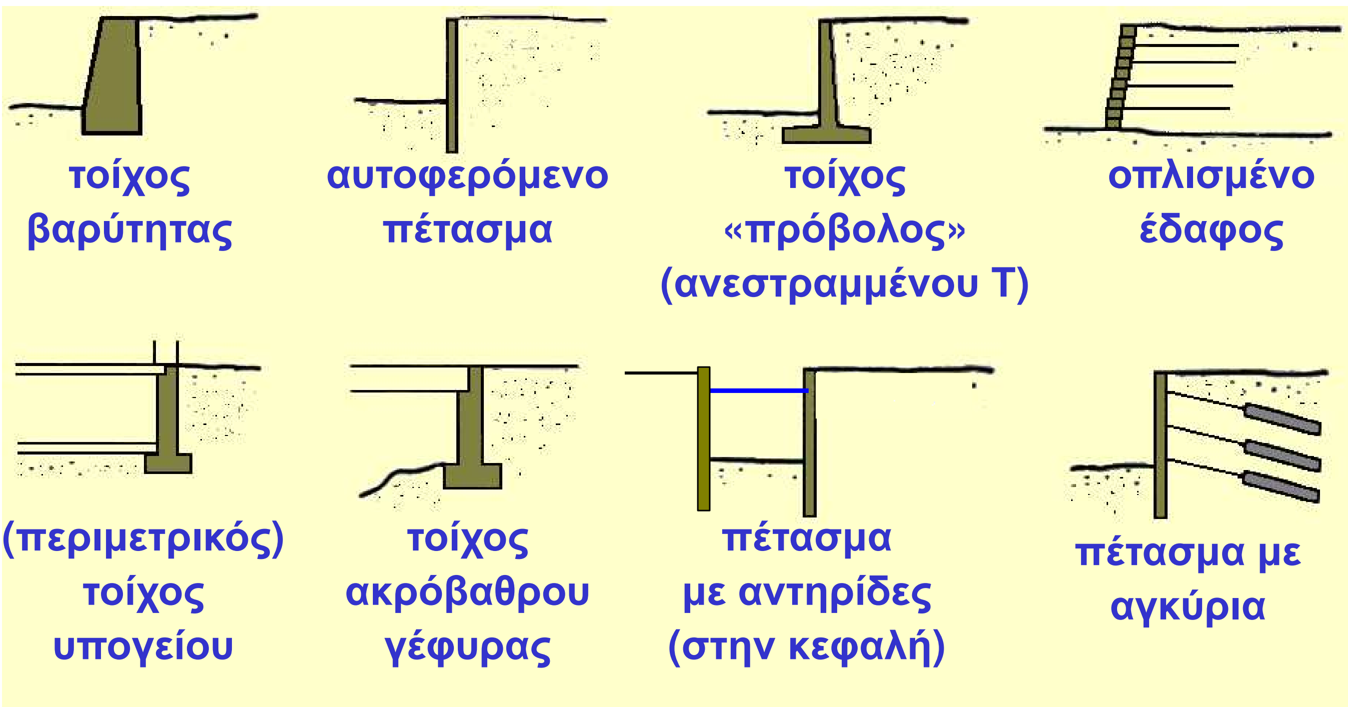
ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ II
Τμήμα Α-Λ

2. Ωθήσεις γαιών και τοίχοι αντιστήριξης (βαρύτητας)

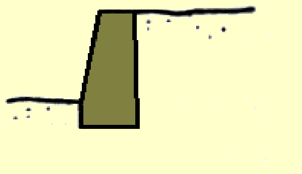
Μέρος Α

Ακλόνητος τοίχος - Γεωστατικές συνθήκες
Μετακινούμενος τοίχος - Αστοχία κατά Rankine

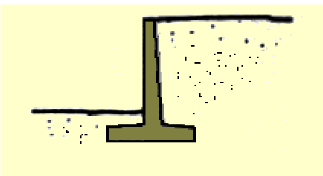
Συνήθεις Τύποι
Συστημάτων Αντιστηρίξεως



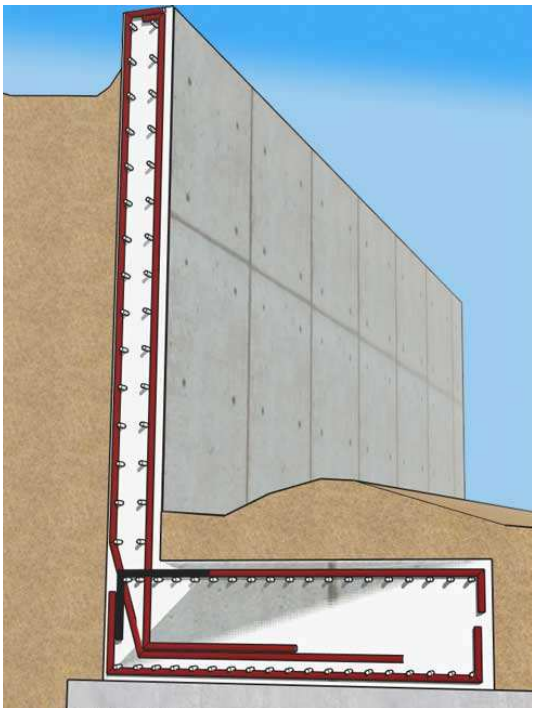
πέτασμα = πασσαλοσανίδες ή πασσαλότοιχος ή διάφραγμα

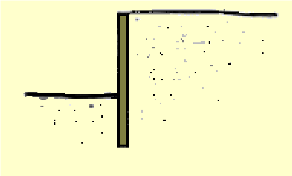


τοίχος
βαρύτητας

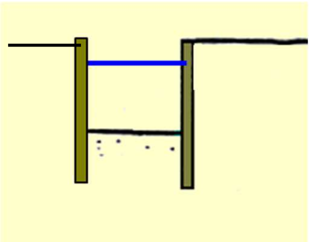


τοίχος
«πρόβολος»
(ανεστραμμένου Τ ή τύπου L)

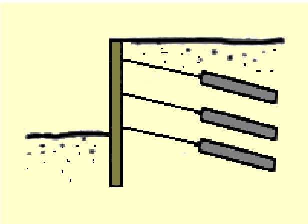




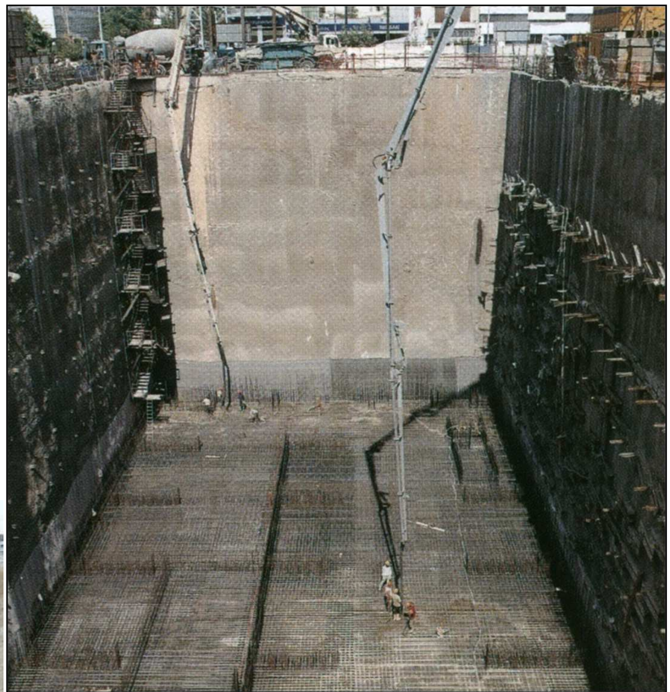
αυτοφερόμενο πέτασμα

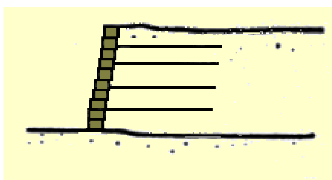


πέτασμα με αντηρίδες (στην κεφαλή)



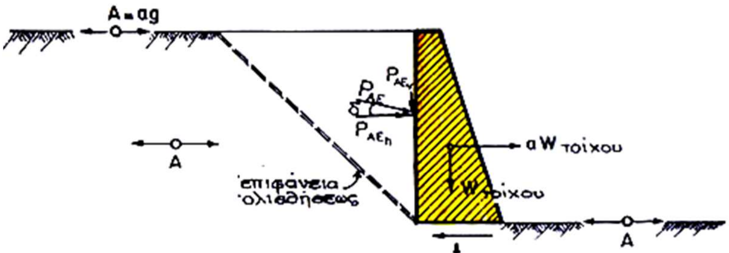
πέτασμα με αγκύρια



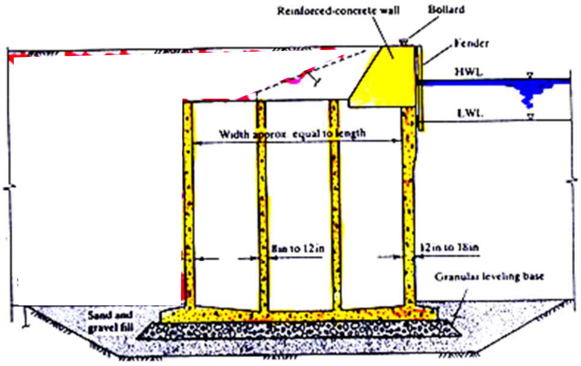


οπλισμένο έδαφος

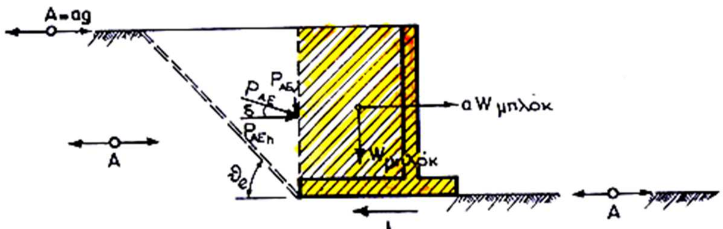
Συνήθεις τύποι τοίχων βαρύτητας



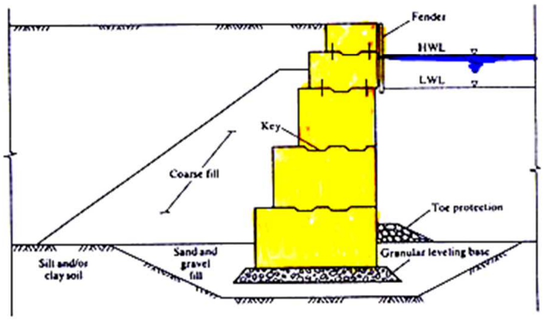
άοπλο (ή ελαφρώς οπλισμένο) σκυρόδεμα



κρηπιδότοιχοι (λιμενικά έργα)



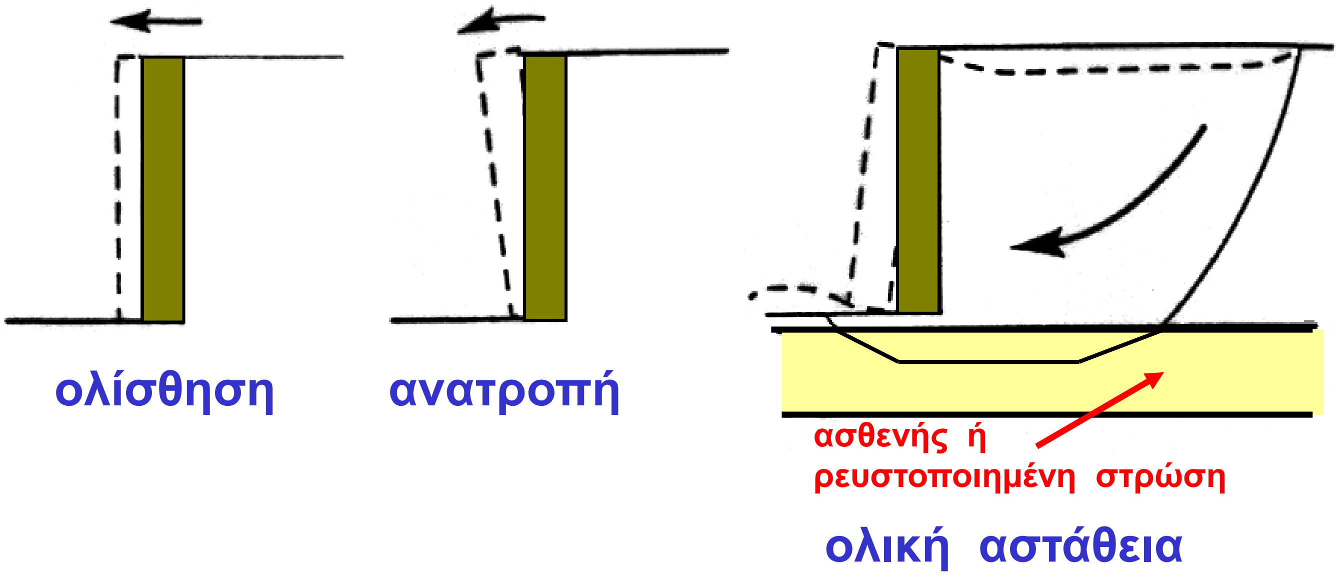
οπλισμένο σκυρόδεμα – τοίχος πρόβολος



… η αντίσταση προέρχεται από το βάρος (μάζα) του τοίχου

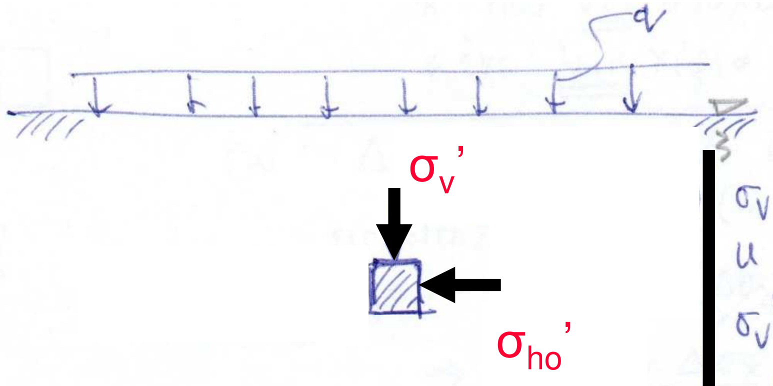
ανατροπή overturning

Μορφές Αστοχίας
Τοίχων ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ



Αίτιο Αστοχίας: ΩΘΗΣΕΙΣ ΓΑΙΩΝ

Αρχικώς… «γεωστατικές» συνθήκες



«γεωστατικές» τάσεις

$$\sigma_v = \gamma z + q$$
$$u = \gamma_w z$$
$$\sigma_v' = (\gamma - \gamma_w) z + q$$
$$\sigma_{h_o}' = K_o \sigma_v' = K_o(\gamma-\gamma_w)z + K_o q$$
$$\sigma_{h_o} = K_o \sigma_v' + u$$

Παρατηρήσεις

(α) $K_o = \dfrac{\sigma_{h_o}'}{\sigma_v'} \neq \dfrac{\sigma_{h_o}}{\sigma_v} = \cdots = K_o + \dfrac{\gamma_w z (1-K_o)}{\gamma z + q}$ για ξηρό $\to 0$

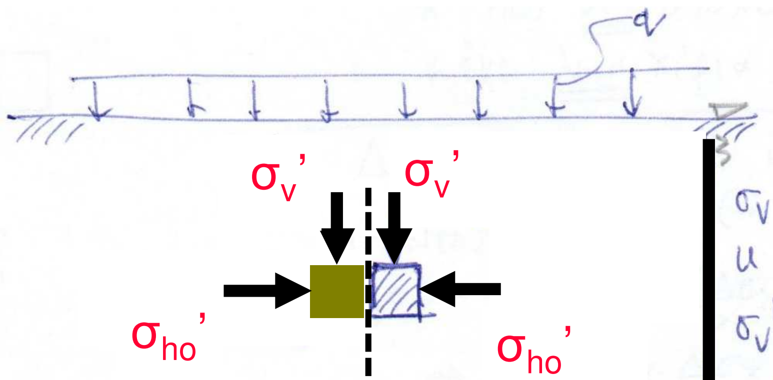
… δηλαδή το K_o είναι λόγος ενεργών και ΌΧΙ λόγος ολικών τάσεων

Υπενθυμίζεται ότι $\mathbf{K_o = v/(1-v)}$ με βάση την ελαστικότητα (π.χ. για v=1/3 → K_o = 0.5)

Χρήσιμη <u>εμπειρική</u> σχέση: $\mathbf{K_o = 1 - \sin\varphi'}$ για άμμους (π.χ. για φ' = 30° → K_o = 0.5)

$\mathbf{K_o = (0.95 - \sin\varphi')OCR^{\sin\varphi'}}$ για αργίλους

Αρχικώς… «γεωστατικές» συνθήκες



«γεωστατικές» τάσεις

$$\sigma_v = \gamma z + q$$
$$u = \gamma_w z$$
$$\sigma_v' = (\gamma - \gamma_w) z + q$$
$$\sigma_{h_o}' = K_o \sigma_v' = K_o(\gamma-\gamma_w)z + K_o q$$

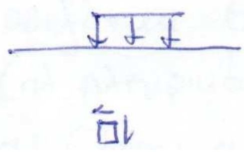
«γεωστατικές» συνθήκες

↳ μηδενική οριζόντια ορθή παραμόρφωση ($\varepsilon_h = 0$)

↳ $\tau_{vh} = 0$ σε οριζόντιο/κατακόρυφο επίπεδο (σ_{ho} και σ_v είναι κύριες τάσεις)

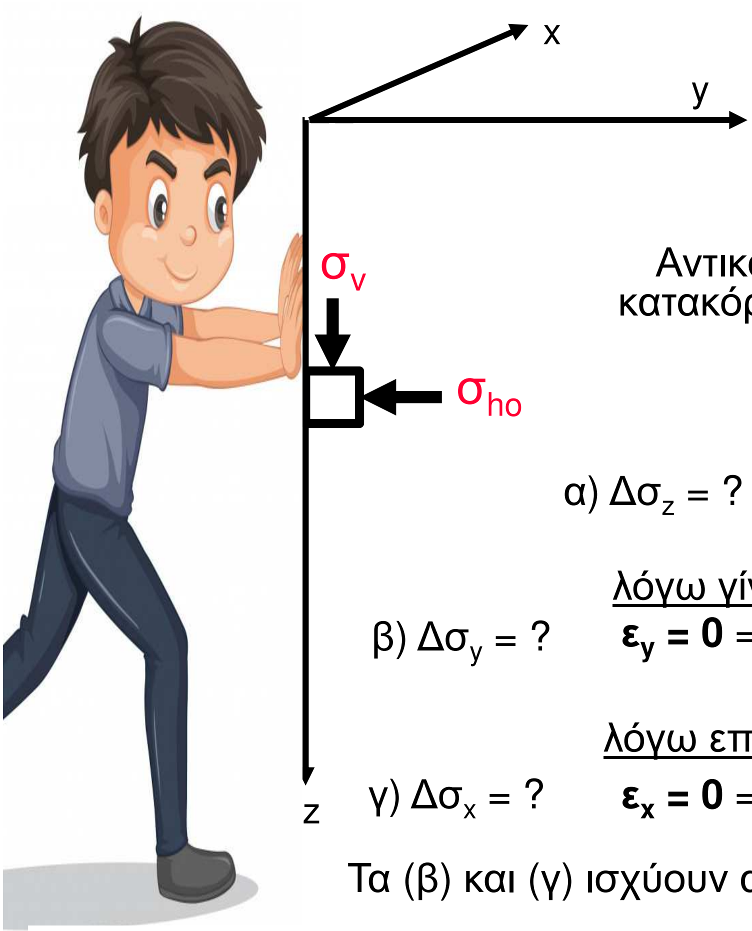
Άρα <u>όχι</u> γεωστατικές:

<u>μη-οριζόντια</u> επιφάνεια



<u>μη-ομοιόμορφη</u> επιφόρτιση

Αρχικώς… «γεωστατικές» συνθήκες



Χάριν απλότητας, ξηρό <u>οριζόντιο</u> αφόρτιστο (q=0) έδαφος

Σε βάθος z: $\sigma_v = \gamma z$, $\sigma_{ho} = K_o \gamma z$

Αντικαθιστώ το έδαφος αριστερά από το κατακόρυφο επίπεδο xz, με… **γίγαντα**, που:

- Δεν υποχωρεί ($\boldsymbol{\varepsilon_y = 0}$)
- Έχει λεία χέρια ($\boldsymbol{\tau_{yx} = \tau_{yz} = 0}$)

α) $\Delta\sigma_z = ?$ ίδιες γαίες (και q) άνωθεν $\boldsymbol{\Delta\sigma_z = 0}$

β) $\Delta\sigma_y = ?$ <u>λόγω γίγαντα:</u>

$$\boldsymbol{\varepsilon_y = 0} = [\Delta\sigma_y - \nu(\Delta\sigma_x + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E \rightarrow \Delta\sigma_y = \nu\Delta\sigma_x$$

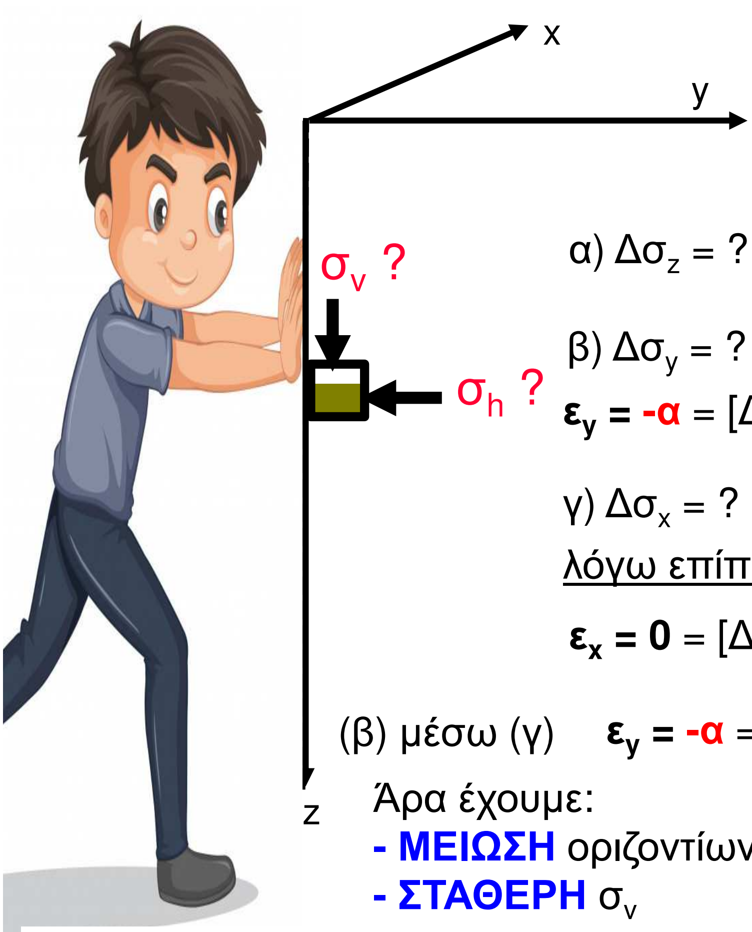
γ) $\Delta\sigma_x = ?$ <u>λόγω επίπεδης παραμόρφωσης</u>: $\boldsymbol{\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0}$

$$\boldsymbol{\varepsilon_x = 0} = [\Delta\sigma_x - \nu(\Delta\sigma_y + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E \rightarrow \Delta\sigma_x = \nu\Delta\sigma_y$$

Τα (β) και (γ) ισχύουν αν ν=1 ή αν $\boldsymbol{\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = 0}$

Άρα το έδαφος **ΔΕΝ κατάλαβε τον… γίγαντα** → «γεωστατικές συνθήκες»

Αν ο γίγαντας <u>υποχ</u>ωρήσει… λίγο



Ο γίγαντας:

- Υποχωρεί ($\boldsymbol{\varepsilon_y = -\alpha < 0}$)
- Έχει λεία χέρια ($\boldsymbol{\tau_{yx} = \tau_{yz} = 0}$)

α) $\Delta\sigma_z = ?$ ίδιες γαίες (και q) άνωθεν $\boldsymbol{\Delta\sigma_z = 0}$

β) $\Delta\sigma_y = ?$ <u>λόγω γίγαντα:</u>

$$\boldsymbol{\varepsilon_y = -\alpha} = [\Delta\sigma_y - \nu(\Delta\sigma_x + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E = [\Delta\sigma_y - \nu\Delta\sigma_x)]/E$$

γ) $\Delta\sigma_x = ?$

<u>λόγω επίπεδης παραμόρφωσης</u>: $\boldsymbol{\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0}$

$$\boldsymbol{\varepsilon_x = 0} = [\Delta\sigma_x - \nu(\Delta\sigma_y + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E \rightarrow \Delta\sigma_x = \nu\Delta\sigma_y$$

(β) μέσω (γ) $\boldsymbol{\varepsilon_y = -\alpha} = \Delta\sigma_y(1-\nu^2)/E \rightarrow \Delta\sigma_y = \boldsymbol{-\alpha}E/(1-\nu^2) < 0$

$\rightarrow \Delta\sigma_x = \boldsymbol{-\alpha\nu}E/(1-\nu^2) < 0$

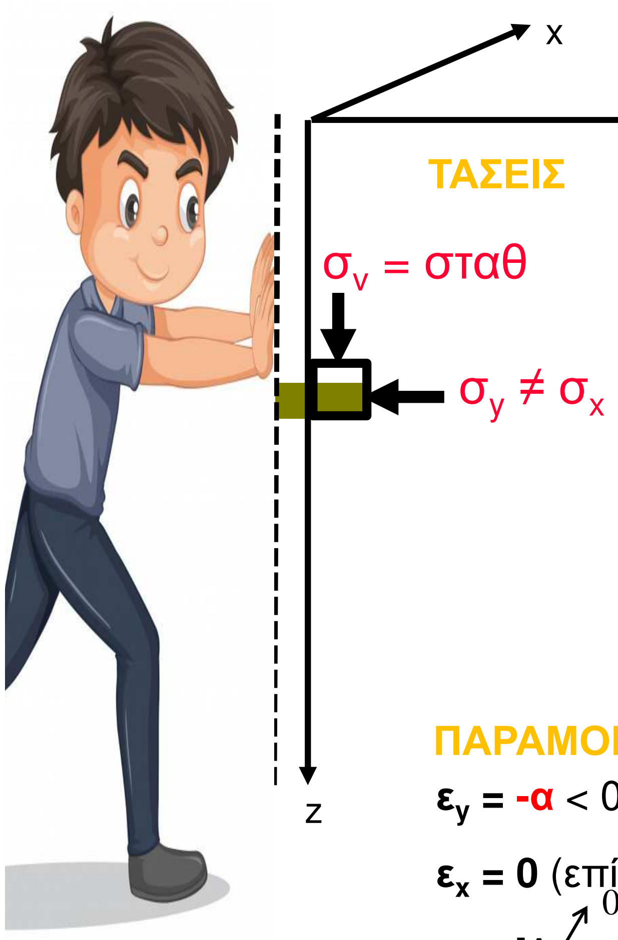
Άρα έχουμε:

- ΜΕΙΩΣΗ οριζοντίων τάσεων, πιο έντονα στη διεύθυνση y,

- ΣΤΑΘΕΡΗ σ_v

Άρα το έδαφος **κατάλαβε τον… γίγαντα** → όχι πια «γεωστατικές συνθήκες»

Αν ο γίγαντας υποχωρήσει… λίγο



Ο γίγαντας:

- Υποχωρεί ($\boldsymbol{\varepsilon_y = -\alpha < 0}$)
- Έχει λεία χέρια ($\boldsymbol{\tau_{yx} = \tau_{yz} = 0}$)

ΤΑΣΕΙΣ

αρχικά $\sigma_v = \gamma z = \sigma_{zo}$ $\sigma_{ho} = K_o \gamma z = \sigma_{xo} = \sigma_{yo}$

τελικά $\sigma_z = \sigma_{zo} + \Delta\sigma_z = \sigma_v$

$\sigma_y = \sigma_{yo} + \Delta\sigma_y = K_o\sigma_v - \alpha E/(1-\nu^2) < \sigma_{ho}$

$\sigma_x = \sigma_{xo} + \Delta\sigma_x = K_o\sigma_v - \alpha\nu E/(1-\nu^2) < \sigma_{ho}$

$\boldsymbol{\sigma_z > \sigma_x > \sigma_y}$ $\Delta\sigma_y$ (και $\Delta\sigma_x$) εξαρτώνται από

- έδαφος (E, ν)
- μετατόπιση γίγαντα (α)

$\boldsymbol{\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0}$ (επίπεδη παραμόρφωση)

ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ $\boldsymbol{\gamma_{ij} = 0}$**, καθώς** $\boldsymbol{\tau_{ij} = 0}$ ($i \neq j$)

$\boldsymbol{\varepsilon_y = -\alpha} < 0$ (οριζόντια εξάπλωση, «εφελκυσμός» κατά y)

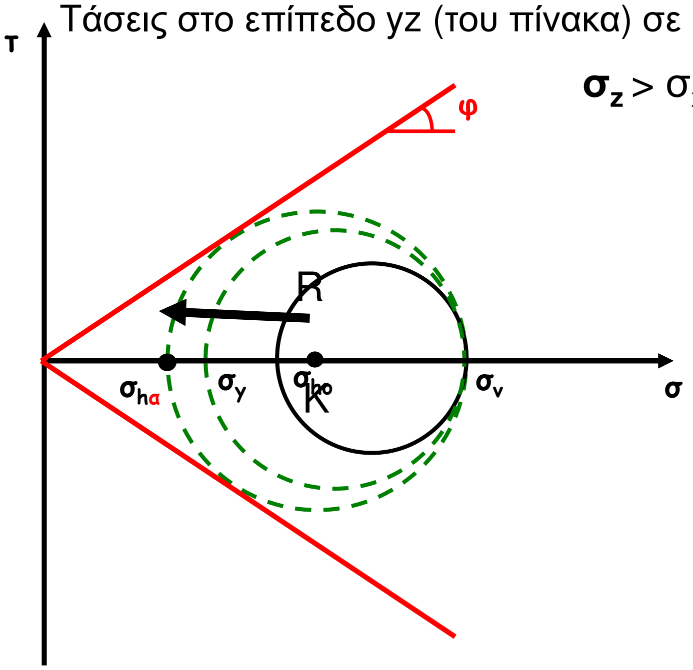
$\boldsymbol{\varepsilon_x = 0}$ (επίπεδη παραμόρφωση)

(καθίζηση κατά z)

$\boldsymbol{\varepsilon_z} = [\cancelto{0}{\Delta\sigma_z} - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]/E = \ldots = \nu\alpha E/(1-\nu) > 0$

Αν ο γίγαντας υποχωρήσει… λίγο

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr: $\boldsymbol{\sigma_z} = \gamma z = \sigma_v$ μένει σταθερή



$\boldsymbol{\sigma_z} > \sigma_x > \boldsymbol{\sigma_y}$ $\boldsymbol{\sigma_y}$ μειώνεται από $\sigma_{ho} = K_o\sigma_v$ λόγω … $\Delta\sigma_y = -\alpha E/(1-\nu^2)$

επ' άπειρον μείωση της σ_y;

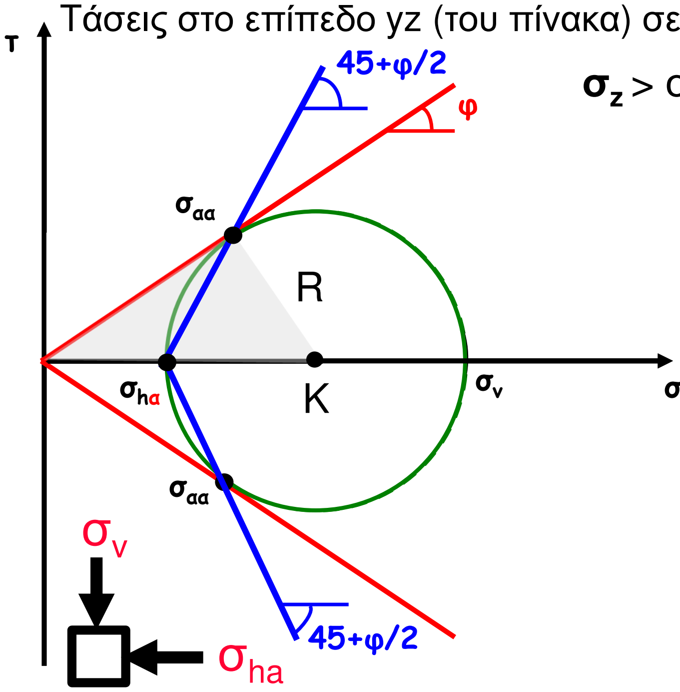
ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ; ΝΑΙ !

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ; ΟΧΙ !

Δείτε την εξέλιξη των κύκλων Mohr μέχρι την αστοχία
(όπου ο κύκλος εφάπτεται της περιβάλλουσας Mohr-Coulomb)

Αν ο γίγαντας υποχωρήσει… λίγο

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr: $\boldsymbol{\sigma_z} = \gamma z = \sigma_v$ μένει σταθερή



$\boldsymbol{\sigma_z} > \sigma_x > \boldsymbol{\sigma_y}$

$\boldsymbol{\sigma_y}$ <u>μειώνεται</u> από $\sigma_{ho} = K_o \sigma_v$ λόγω … $\Delta\sigma_y = -\alpha E/(1-\nu^2)$

επ' άπειρον <u>μείωση</u> της $\boldsymbol{\sigma_y}$;

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ; ΝΑΙ !

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ; ΟΧΙ !

ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine (active failure): min $\sigma_y = \boldsymbol{\sigma_{ha}}$

$$\sin\varphi = \frac{R}{K} = \frac{(\sigma_v - \boldsymbol{\sigma_{ha}})/2}{(\sigma_v + \boldsymbol{\sigma_{ha}})/2} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\sigma_{ha}} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\,\sigma_v = \mathbf{K_a}\,\sigma_v < \mathbf{K_o}\,\sigma_v$$

Φέρνω οριζόντια ευθεία από $(\sigma_v, 0)$

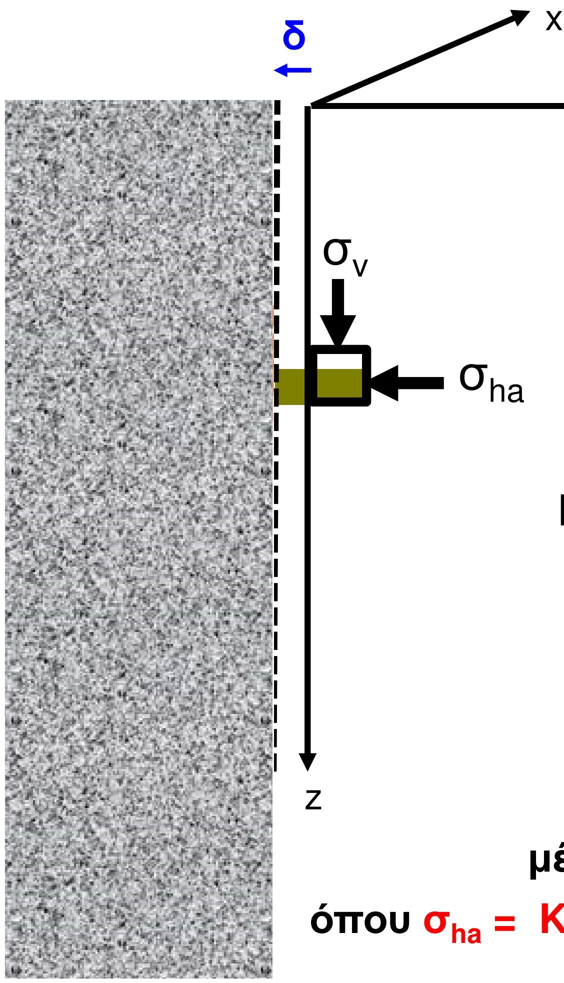
Πόλος O_p στο $(\sigma_{ha}, 0)$

Επίπεδα αστοχίας σε **θ = (45 + φ/2)** ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

$$\boxed{\mathbf{K_a} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = \tan^2(45-\varphi/2)}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: $\mathbf{K_a} = \sigma'_{ha} / \sigma'_v \neq \sigma_{ha} / \sigma_v$, π.χ. φ'=30 → $K_a = 0.33$ vs. $K_o=0.5$

Αν ο γίγαντας που υποχωρεί….



… είναι <u>τοίχος</u> που υποχωρεί

με χαρακτηριστικά:

1. απείρου ύψους (γίγαντας)

2. λείος (λεία χέρια)

3. κατακόρυφος (επίπεδο xz)

4. που στρέφεται γύρω από τη βάση του (σε άπειρο βάθος) → οριζόντια μετατόπιση δ

και το αντιστηριζόμενο έδαφος

έχει χαρακτηριστικά:

5. οριζόντια επιφάνεια

6. μηδενική ή ομοιόμορφη επιφόρτιση q

… το ΕΔΑΦΟΣ παραμορφώνεται ελαστικά μέχρι την ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine

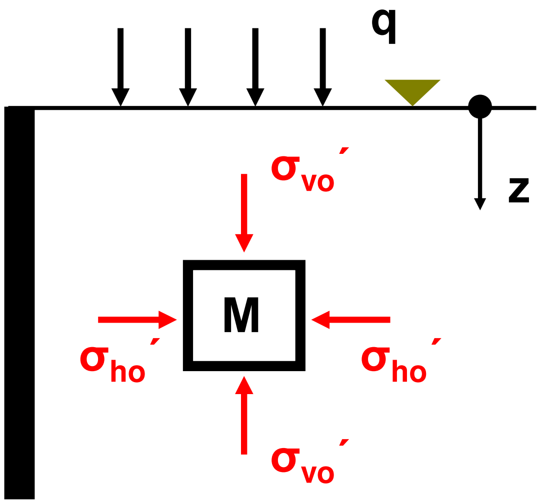
όπου $\boldsymbol{\sigma_{ha}} = \mathbf{K_a}\,\sigma_v < \mathbf{K_o}\,\sigma_v$ με επίπεδα αστοχίας σε **θ = ± (45 + φ/2)** ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

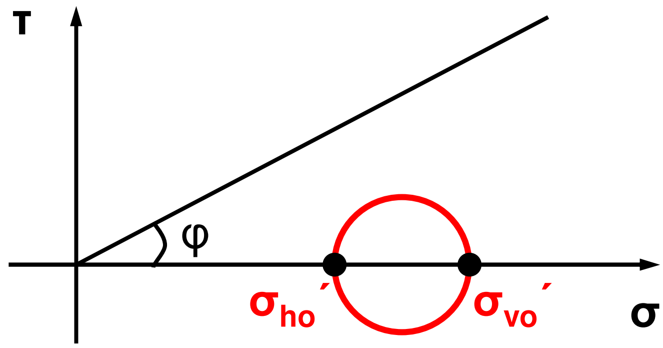
Αρχικώς… «γεωστατικές» συνθήκες

κατάσταση K_o --- ακλόνητος τοίχος

Κύκλος Mohr

(στο επίπεδο yz)





$\sigma_{vo}' = q + \gamma' z = q + (\gamma - \gamma_w) z$

$\sigma_{ho}' = K_o \sigma_{vo}' = K_o (q + \gamma' z)$

$K_o = 1 - \sin\varphi$ (άμμοι)

$K_o = (0.95 - \sin\varphi) OCR^{\sin\varphi}$ (άργιλοι)

$K_o = v/(1-v)$ (ελαστικότητα)

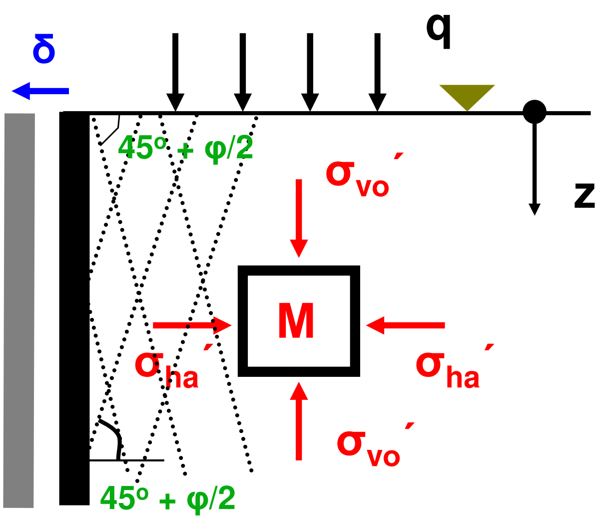
Αν ισχύουν οι 6 προϋποθέσεις Rankine (1857)

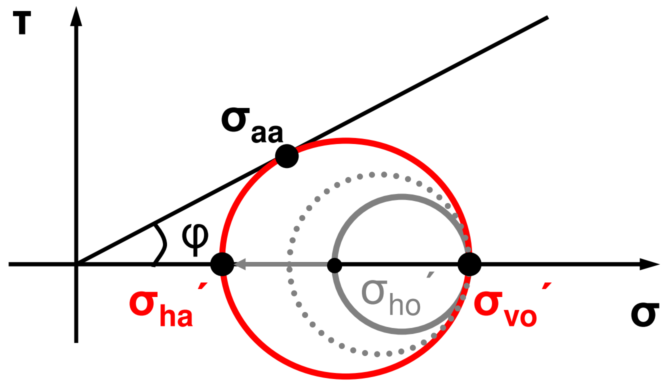
κατάσταση K_a --- τοίχος προς τα «έξω» (κατά δ)

Κατάσταση ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ (ACTIVE FAILURE) κατά Rankine

Κύκλος Mohr

(στο επίπεδο yz)





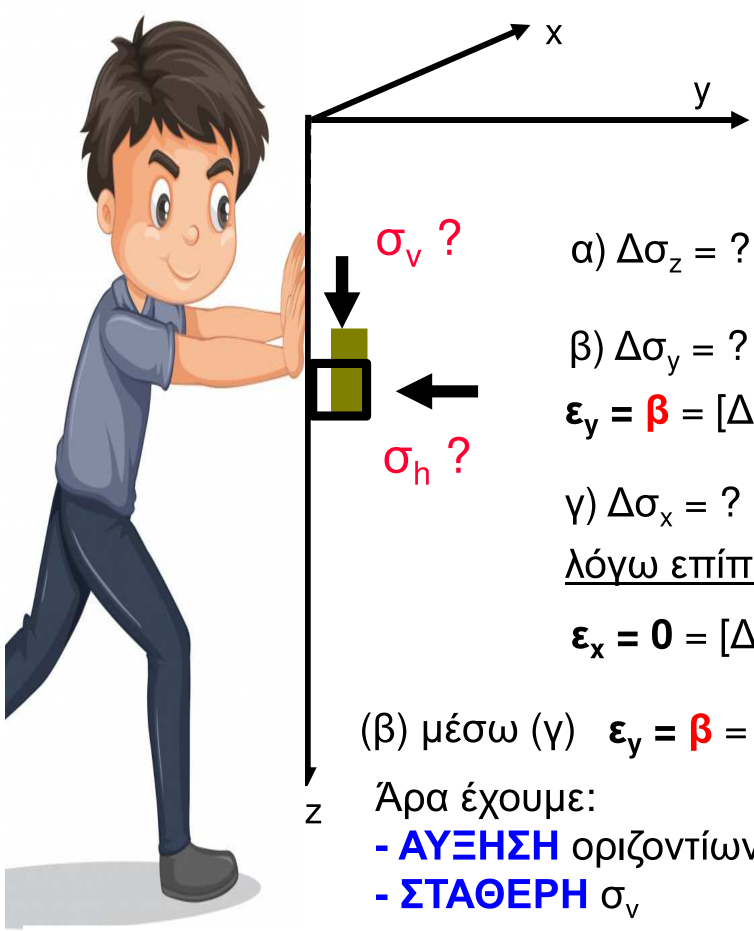
$\sigma_{vo}' = q + \gamma' z = q + (\gamma - \gamma_w) z$

$\sigma_{ha}' = K_a \sigma_{vo}' = K_a (q + \gamma' z)$

$K_a = \tan^2(45^o - \varphi/2) =$

$= (1 - \sin\varphi)/(1 + \sin\varphi)$

Αν ο γίγαντας <u>προ</u>χωρήσει… λίγο



Ο γίγαντας:

- <u>Προ</u>χωρεί ($\boldsymbol{\varepsilon_y = \beta > 0}$)
- Έχει λεία χέρια ($\boldsymbol{\tau_{yx} = \tau_{yz} = 0}$)

α) $\Delta\sigma_z = ?$ ίδιες γαίες (και q) άνωθεν $\boldsymbol{\Delta\sigma_z = 0}$

β) $\Delta\sigma_y = ?$ <u>λόγω γίγαντα:</u>

$\boldsymbol{\varepsilon_y = \beta} = [\Delta\sigma_y - v(\Delta\sigma_x + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E = [\Delta\sigma_y - v\Delta\sigma_x)]/E$

γ) $\Delta\sigma_x = ?$

<u>λόγω επίπεδης παραμόρφωσης</u>: $\boldsymbol{\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0}$

$\boldsymbol{\varepsilon_x = 0} = [\Delta\sigma_x - v(\Delta\sigma_y + \cancelto{0}{\Delta\sigma_z})]/E \rightarrow \Delta\sigma_x = v\Delta\sigma_y$

(β) μέσω (γ) $\boldsymbol{\varepsilon_y = \beta} = \Delta\sigma_y(1-v^2)/E \rightarrow \Delta\sigma_y = \boldsymbol{\beta}E/(1-v^2) > 0$

$\rightarrow \Delta\sigma_x = \boldsymbol{\beta v}E/(1-v^2) > 0$

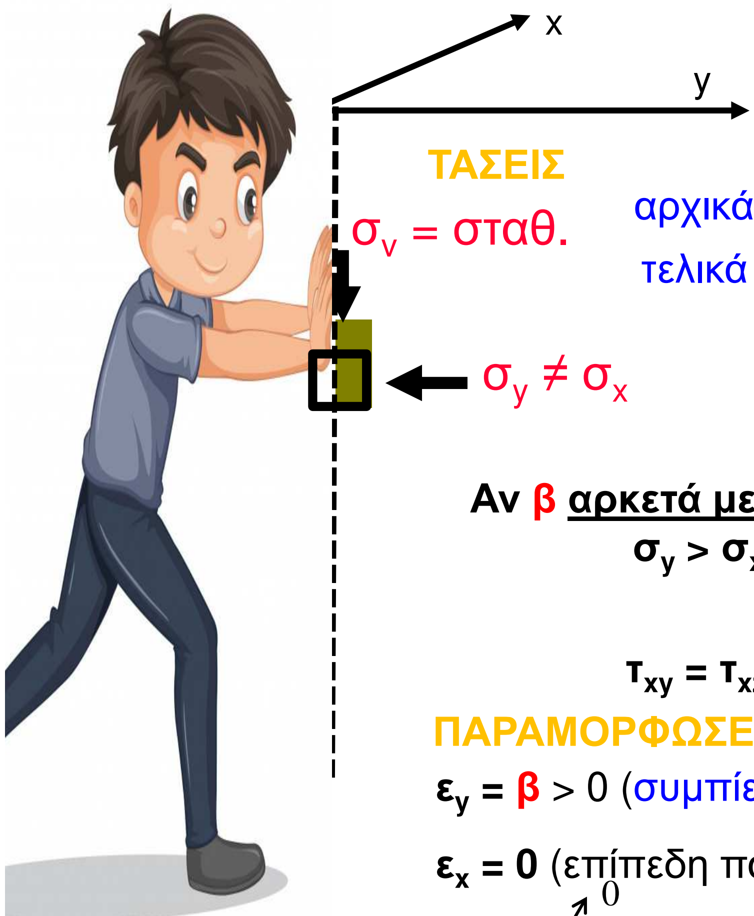
Άρα έχουμε:

- ΑΥΞΗΣΗ οριζοντίων τάσεων, πιο έντονα στη διεύθυνση y,

- ΣΤΑΘΕΡΗ σ_v

Άρα το έδαφος **κατάλαβε τον… γίγαντα** → όχι πια «γεωστατικές συνθήκες»

Αν ο γίγαντας προχωρήσει… λίγο



Ο γίγαντας:

- Προχωρεί/σπρώχνει ($\boldsymbol{\varepsilon_y = \beta > 0}$)
- Έχει λεία χέρια ($\boldsymbol{\tau_{yx} = \tau_{yz} = 0}$)

ΤΑΣΕΙΣ

σ_v = σταθ.

αρχικά $\sigma_v=\gamma z=\sigma_{zo}$ $\sigma_{ho}=K_o\gamma z=\sigma_{xo}=\sigma_{yo}$

τελικά $\sigma_z=\sigma_{zo}+\Delta\sigma_z=\sigma_v$

$\sigma_y \neq \sigma_x$

$\sigma_y=\sigma_{yo}+\Delta\sigma_y=K_o\sigma_v \boldsymbol{+\beta}E/(1-v^2) > \sigma_{ho}$

$\sigma_x=\sigma_{xo}+\Delta\sigma_x=K_o\sigma_v \boldsymbol{+\beta v}E/(1-v^2) > \sigma_{ho}$

Αν β <u>αρκετά μεγάλο</u>

$\boldsymbol{\sigma_y > \sigma_x > \sigma_z}$

$\Delta\sigma_y$ (και $\Delta\sigma_x$) εξαρτώνται από

- έδαφος (E, v)
- μετατόπιση γίγαντα (**β**)

$\boldsymbol{\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0}$ (επίπεδη παραμόρφωση)

ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ

$\boldsymbol{\gamma_{ij} = 0}$**, καθώς** $\boldsymbol{\tau_{ij} = 0}$ ($i \neq j$)

$\boldsymbol{\varepsilon_y = \beta} > 0$ (συμπίεση κατά y)

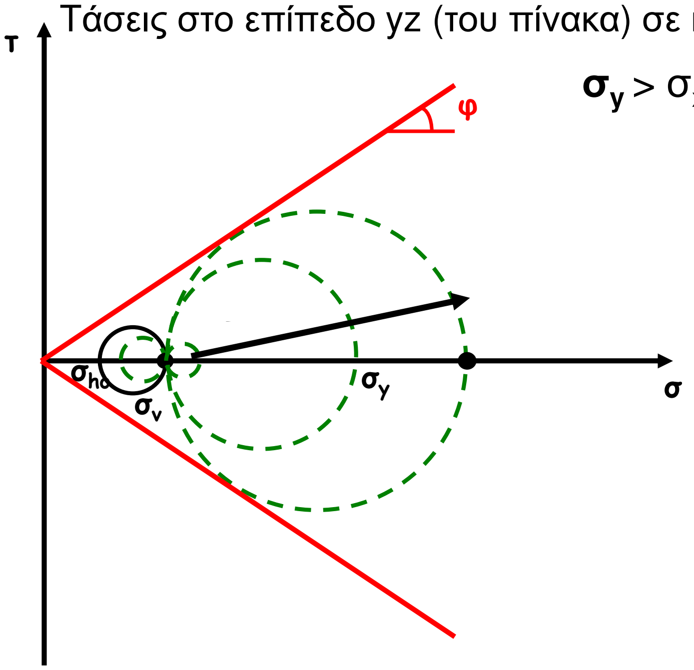
$\boldsymbol{\varepsilon_x = 0}$ (επίπεδη παραμόρφωση)

(ανύψωση κατά z)

$\boldsymbol{\varepsilon_z} = [\cancelto{0}{\Delta\sigma_z} - v(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]/E = \ldots = -v\boldsymbol{\beta}E/(1-v) < 0$

Αν ο γίγαντας προχωρήσει… λίγο

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr: $\boldsymbol{\sigma_z} = \gamma z = \sigma_v$ μένει σταθερή



$\boldsymbol{\sigma_y} > \sigma_x > \boldsymbol{\sigma_z}$

$\boldsymbol{\sigma_y}$ <u>αυξάνεται</u> από $\sigma_{ho} = K_o\sigma_v$

λόγω … $\Delta\sigma_y = \boldsymbol{\beta} E/(1-\nu^2)$

επ’ άπειρον <u>αύξηση</u> της σ_y;

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ; ΝΑΙ !

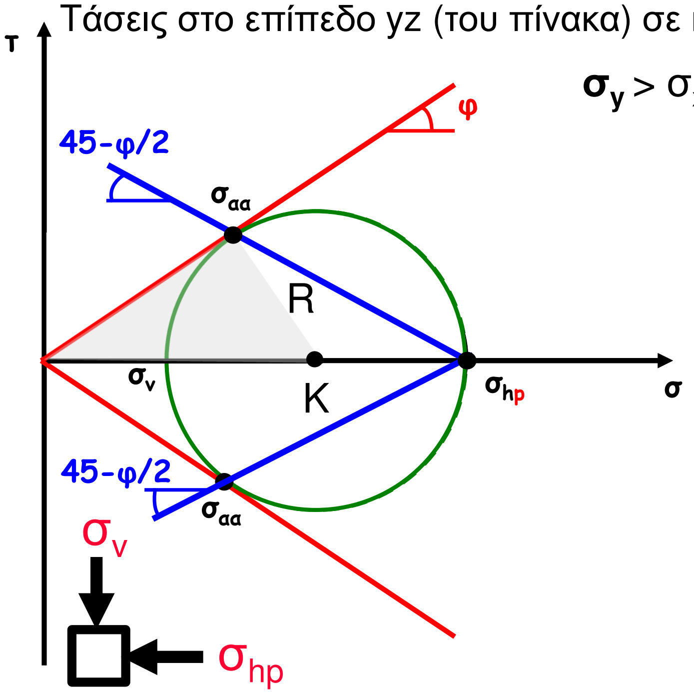
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ; ΟΧΙ !

Δείτε την εξέλιξη των κύκλων Mohr μέχρι την αστοχία

(όπου ο κύκλος εφάπτεται της περιβάλλουσας Mohr-Coulomb)

Αν ο γίγαντας προχωρήσει… λίγο

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr: $\sigma_z = \gamma z = \sigma_v$ μένει σταθερή



$\boldsymbol{\sigma_y} > \sigma_x > \boldsymbol{\sigma_z}$

σ_y <u>αυξάνεται</u> από $\sigma_{ho} = K_o\sigma_v$

λόγω … $\Delta\sigma_y = \boldsymbol{\beta} E/(1-\nu^2)$

επ’ άπειρον <u>αύξηση</u> της σ_y;

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ; ΝΑΙ !

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ; ΟΧΙ !

ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine

(passive failure): max $\sigma_y = \boldsymbol{\sigma_{hp}}$

$$\sin\varphi = \frac{R}{K} = \frac{(\boldsymbol{\sigma_{hp}} - \sigma_v)/2}{(\boldsymbol{\sigma_{hp}} + \sigma_v)/2} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\sigma_{hp}} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\sigma_v = \boldsymbol{K_p}\,\sigma_v \gg \sigma_v > \boldsymbol{K_o}\,\sigma_v$$

Φέρνω οριζόντια ευθεία από (σ_v, 0)

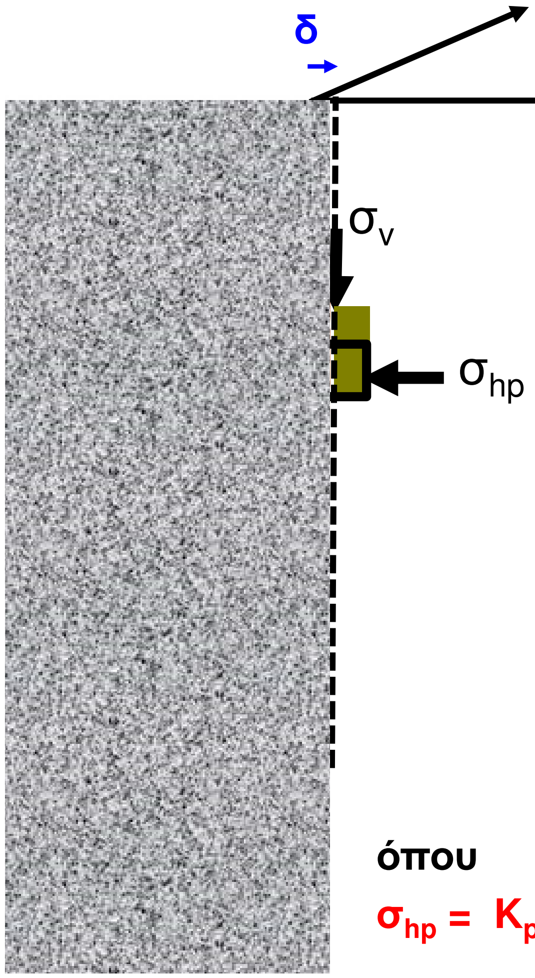
Πόλος O_p στο (σ_{hp}, 0)

Επίπεδα αστοχίας σε **θ = (45 – φ/2)** ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

$$\boxed{\boldsymbol{K_p} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = \frac{1}{\boldsymbol{K_a}} = \tan^2(45+\varphi/2)}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: $\boldsymbol{K_p} = \sigma'_{hp} / \sigma'_v \neq \sigma_{hp} / \sigma_v$, π.χ. $\varphi' = 30^o \rightarrow \boldsymbol{K_p} = 3$ vs. $K_o = 0.5$

Αν ο γίγαντας που προχωρεί….



… είναι **τοίχος** που προχωρεί

με χαρακτηριστικά:

1. απείρου ύψους (γίγαντας)
2. λείος (λεία χέρια)
3. κατακόρυφος (επίπεδο xz)
4. που στρέφεται γύρω από τη βάση του (σε άπειρο βάθος) → οριζόντια μετατόπιση δ

και το αντιστηριζόμενο έδαφος

έχει χαρακτηριστικά:

5. οριζόντια επιφάνεια
6. μηδενική ή ομοιόμορφη επιφόρτιση q

… το ΕΔΑΦΟΣ παραμορφώνεται ελαστικά

μέχρι την **ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine**

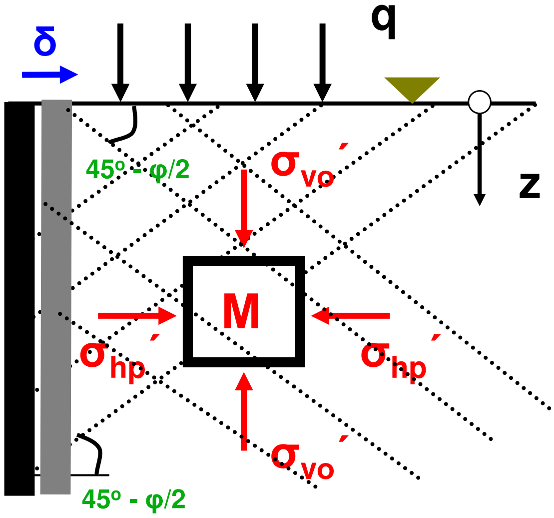
όπου

$\sigma_{hp} = K_p \sigma_v >> K_o \sigma_v$ με επίπεδα αστοχίας σε **θ = ± (45 - φ/2)** ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

Αν ισχύουν οι 6 προϋποθέσεις Rankine (1857)

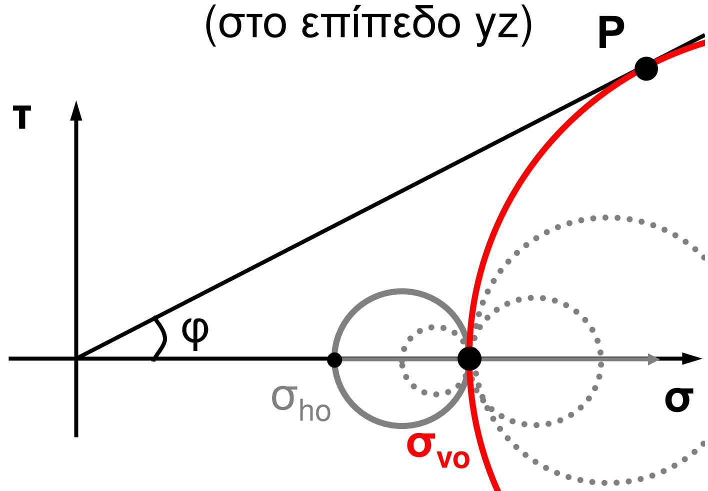
κατάσταση K_p --- τοίχος προς τα «μέσα» (κατά δ)

Κατάσταση ΠΑΘΗΤΙΚΗΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ (PASSIVE FAILURE) κατά Rankine



Κύκλος Mohr

(στο επίπεδο yz)



$$\sigma_{vo}' = q + \gamma' z = q + (\gamma - \gamma_w) z$$

$$\sigma_{hp}' = K_p \sigma_{vo}' = K_p (q + \gamma' z)$$

$$K_p = \tan^2(45^o + \varphi/2) =$$

$$= (1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi) = 1/K_a$$

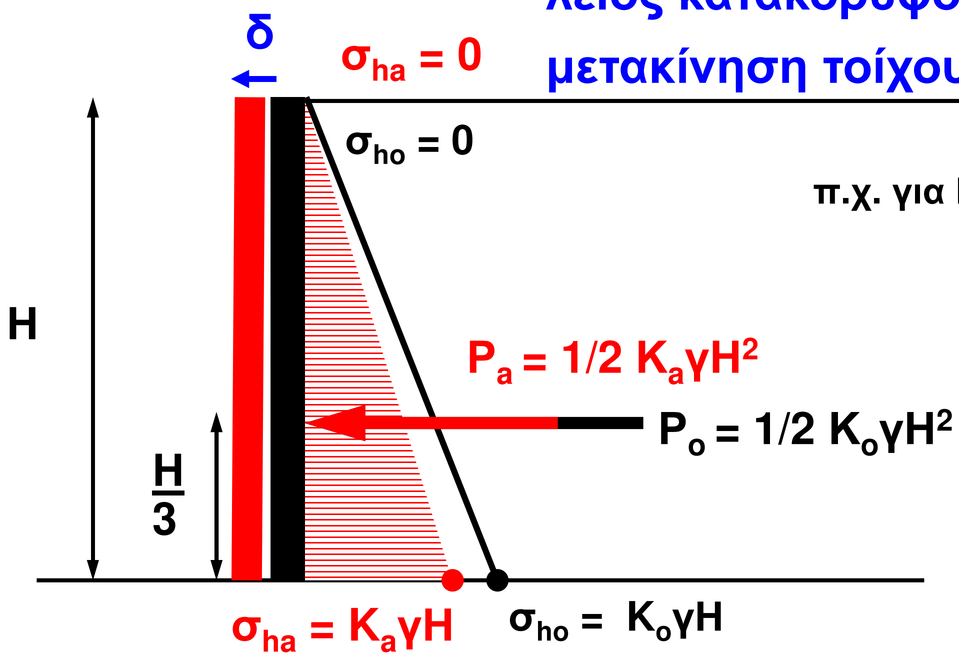
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

(ξηρό) οριζόντιο αφόρτιστο <u>έδαφος</u>

λείος κατακόρυφος <u>τοίχος</u>

μετακίνηση τοίχου δ <u>προς τα έξω</u>



π.χ. για H = 6m και γ = 17kN/m^3
P_o = 153 kN/m
P_a = 102 kN/m

<u>Σημείωση</u>: $K_a < K_o$

π.χ. για φ = 30°: $K_a = \tan^2(45^o - \varphi/2) = 0.333$ vs $K_o \approx 1 - \sin\varphi = 0.5$

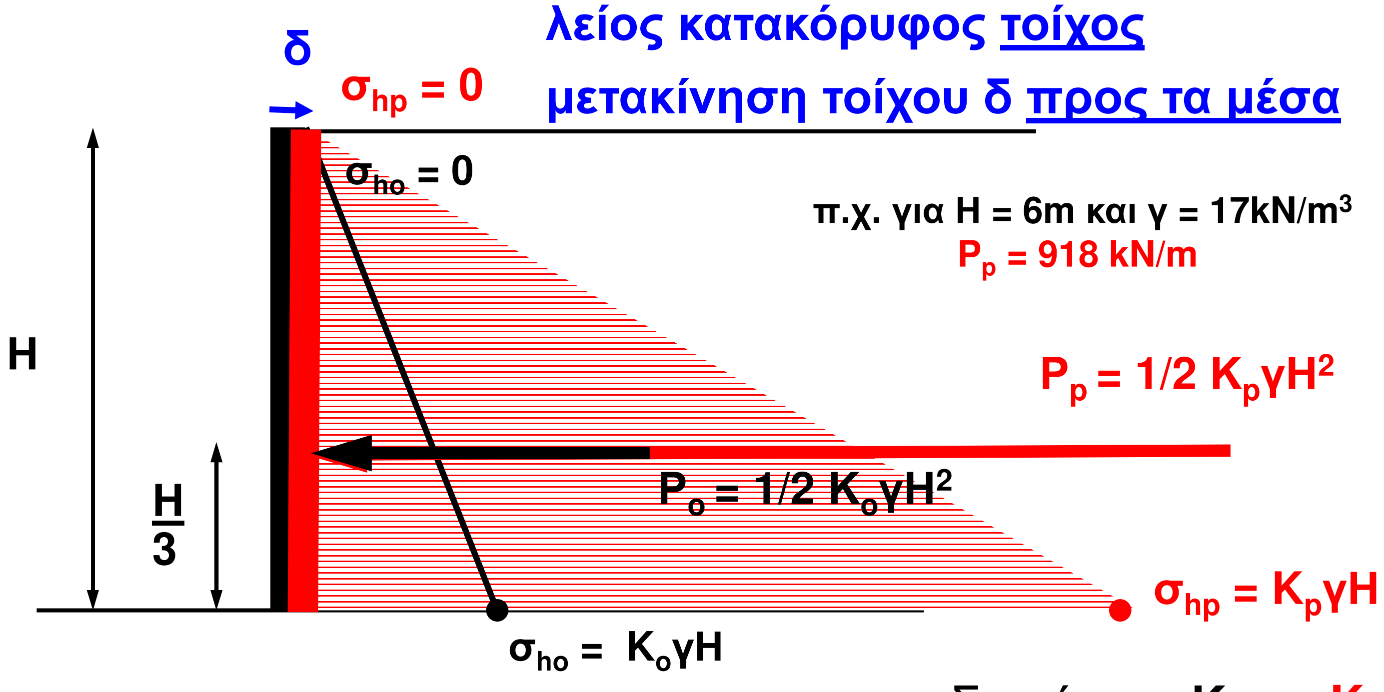
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

(ξηρό) οριζόντιο αφόρτιστο <u>έδαφος</u>

λείος κατακόρυφος <u>τοίχος</u>

μετακίνηση τοίχου δ <u>προς τα μέσα</u>



π.χ. για H = 6m και γ = 17kN/m^3
P_p = 918 kN/m

<u>Σημείωση</u>: $K_o << K_p$

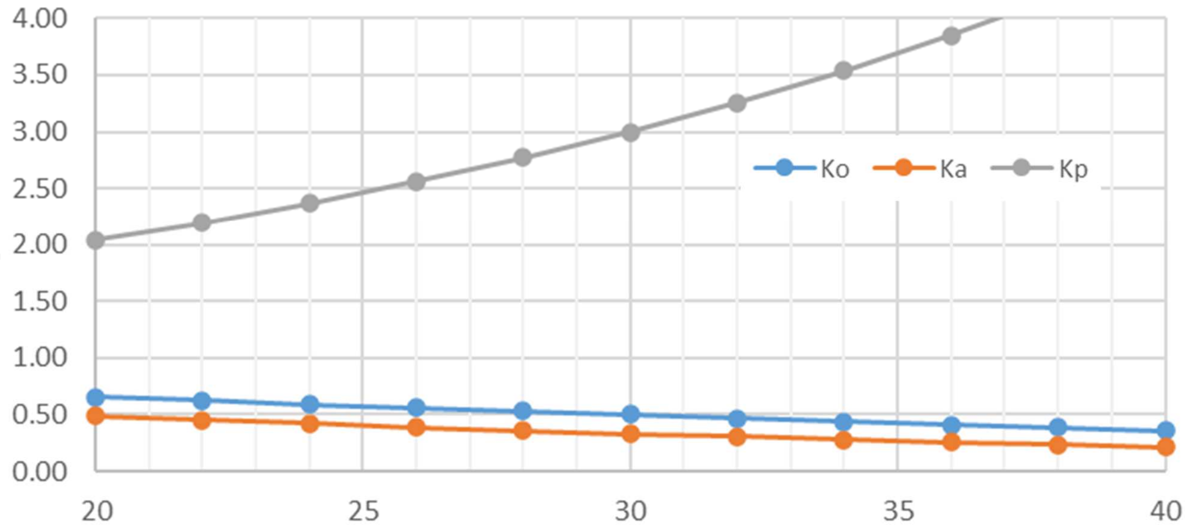
π.χ. φ = 30°: $K_p = \tan^2(45^o + \varphi/2) = 3$ (=1/K_a) vs $K_o \approx 1 - \sin\varphi = 0.5$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

Συντελεστές οριζοντίων ωθήσεων **K**

$$K = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$



… όσο ισχυρότερο το έδαφος:

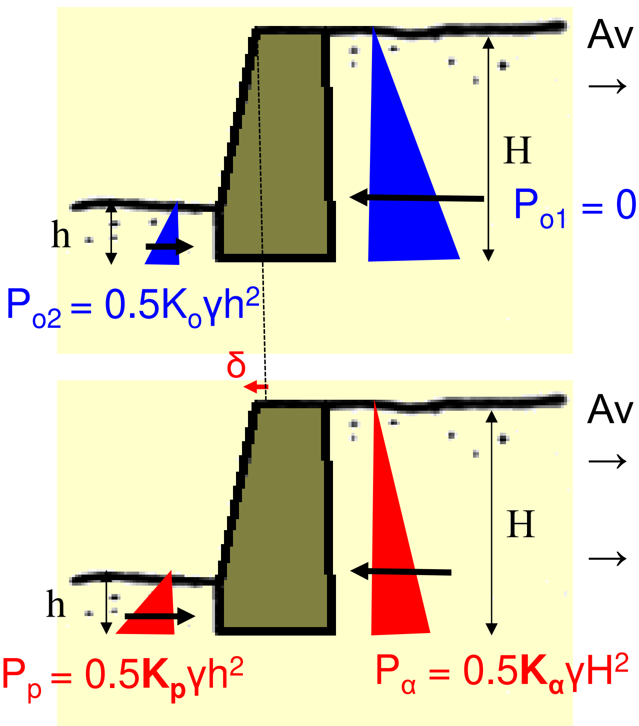
(α) τόσο λιγότερο ωθεί τον τοίχο που <u>στέκεται ή υποχωρεί</u>…

(β) τόσο περισσότερο αντιστέκεται στον τοίχο που <u>προχωρεί</u>…

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;



Αν ο τοίχος είναι <u>αμετακίνητος (δ=0):</u>

→ **ουδέτερες** ωθήσεις

(χρήση K_o = συντ. ουδέτερων ωθήσεων)

Αν ο τοίχος <u>μετακινείται προς τα έξω κατά δ:</u>

→ **πίσω** από τοίχο:

μείωση ώθησης έως ενεργητική αστοχία

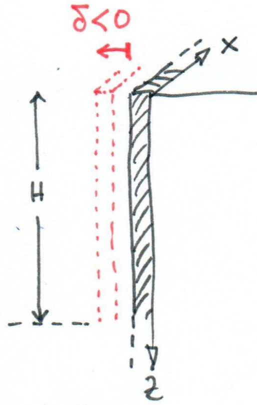
→ **μπροστά** από τοίχο:

αύξηση ώθησης έως παθητική αστοχία

3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

3a. Πόση είναι η αναγκαία δ για <u>ενεργητική</u> αστοχία;



<u>τοίχος</u>:

$$\varepsilon_y = -a = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_y - \nu\left(\cancel{\Delta\sigma_z}^{\,0} + \Delta\sigma_x\right)\right) = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_y - \nu\Delta\sigma_x\right) \quad (\alpha)$$

<u>Επίπεδη παραμόρφωση</u>:

$$\varepsilon_x = 0 = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_x - \nu\left(\cancel{\Delta\sigma_z}^{\,0} + \Delta\sigma_y\right)\right) \Rightarrow \Delta\sigma_x = \nu\Delta\sigma_y \quad (\beta)$$

(α) και (β) $\varepsilon_y = -a = \frac{\Delta\sigma_y}{E}(1-\nu^2) < 0 \quad (\gamma)$

Όμως $\Delta\sigma_{y_a} = \sigma_{y_{\tau\varepsilon\lambda_a}} - \sigma_{y_{\alpha\rho\chi}} = K_a\sigma_v - K_o\sigma_v < 0 \quad (\delta)$

$$(\gamma) \xRightarrow{(\delta)} \varepsilon_{ha} = \varepsilon_{y_a} = -a_a = \frac{\Delta\sigma_{y_a}}{E}(1-\nu^2) = \frac{\sigma_v}{E}(K_a - K_o)(1-\nu^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{|\varepsilon_{ha}| = |-a_a| = a_a = (K_o - K_a)\frac{\sigma_v}{E}(1-\nu^2)}$$

π.χ
- $\sigma_v = \gamma z \; (=18z)$
- $E = 1000\, z$ (π.χ $E=10MPa$ σε $z=10m$) (kPa) (m)

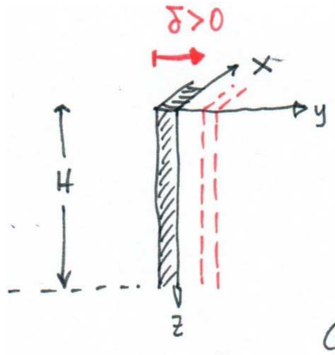
$$\Bigg\} \; |\varepsilon_{ha}| = a_a = (K_o - K_a)\frac{\gamma \cancel{z}(1-\nu^2)}{m\cancel{z}} = \text{σταθερό με το βάθος}$$

- $\varphi = 30° \rightarrow K_o \sim 1 - \sin 30° = 0.5$, $K_a = \tan^2(45 - \frac{30}{2}) = 1/3$ … $|\varepsilon_{h\alpha}| \simeq 0.27\%$ (σύνηθες εύρος $0.2-0.5\%$)
- $\nu = 1/3$

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΑ: $\varepsilon_h \simeq \frac{\delta}{H}$, π.χ για $H=10m \rightarrow \delta_a \sim \frac{0.27}{100}H \simeq 2.7cm$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

3b. Πόση είναι η αναγκαία δ για <u>παθητική</u> αστοχία;



<u>τοίχος</u>:

$$\varepsilon_y = b = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_y - \nu\left(\cancel{\Delta\sigma_z}^{\,0} + \Delta\sigma_x\right)\right) = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_y - \nu\Delta\sigma_x\right) \quad (\alpha)$$

<u>επίπεδη παραμόρφωση</u>:

$$\varepsilon_x = 0 = \frac{1}{E}\left(\Delta\sigma_x - \nu\left(\cancel{\Delta\sigma_z}^{\,0} + \Delta\sigma_y\right)\right) \Rightarrow \Delta\sigma_x = \nu\Delta\sigma_y \quad (\beta)$$

$$(\alpha) \xRightarrow{(\beta)} \varepsilon_y = b = \frac{\Delta\sigma_y}{E}(1-\nu^2) > 0 \quad (\gamma)$$

όμως $\Delta\sigma_{y_p} = \sigma_{y_{\tau\varepsilon\lambda_p}} - \sigma_{y_{\alpha\rho\chi}} = K_p\sigma_v - K_o\sigma_v > 0 \quad (\delta)$

$$(\gamma) \xRightarrow{(\delta)} \varepsilon_{hp} = \varepsilon_{y_p} = b_p = \frac{\Delta\sigma_{y_p}}{E}(1-\nu^2) = \frac{\sigma_v}{E}(K_p - K_o)(1-\nu^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_{hp} = b_p = (K_p - K_o)\frac{\sigma_v}{E}(1-\nu^2)}$$

π.χ.
- $\sigma_v = \gamma z \; (=18z)$
- $E = mz \; (=1000z)$ (kPa), π.χ $E=10MPa$ σε $z=10m$

$$\Bigg\} \; \varepsilon_{hp} = \beta_p = (K_p - K_o)\frac{\gamma \cancel{z}(1-\nu^2)}{m\cancel{z}} = \text{σταθερό με το βάθος}$$

- $\varphi = 30° \rightarrow K_o \simeq 1 - \sin 30° = 0.5$, $K_p = 1/K_a = 3$ … $\varepsilon_{hp} \simeq 4\%$ (σύνηθες εύρος $2-5\%$)
- $\nu = 1/3$

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΑ: $\varepsilon_h \simeq \frac{\delta}{H}$, π.χ για $H=10m \rightarrow \delta_p \sim \frac{4}{100}H \simeq 40\,cm$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;

3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;

Από 3a

$$\boxed{|\varepsilon_{ha}| = |-\varepsilon_a| = \varepsilon_a = (K_o - K_a)\frac{\sigma_v}{E}(1-\nu^2)}$$

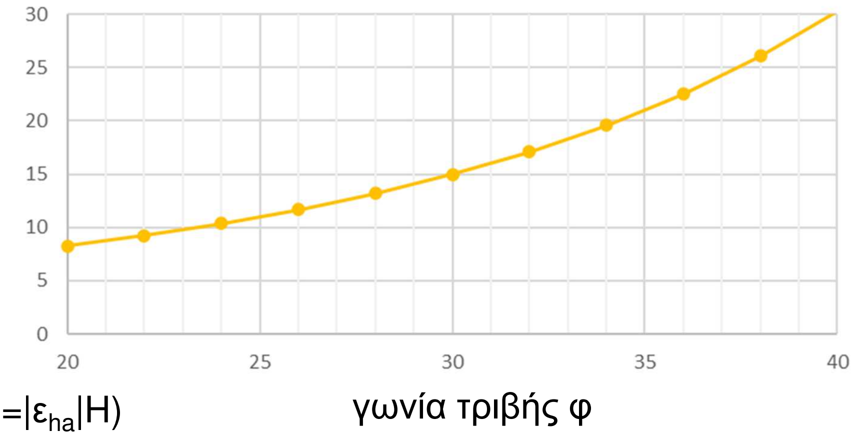
Από 3b

$$\boxed{\varepsilon_{hp} = \varepsilon_p = (K_p - K_o)\frac{\sigma_v}{E}(1-\nu^2)}$$

Ο λόγος είναι:
A) σταθερός καθ' ύψος,
B) εξαρτάται μόνο από την αντοχή (φ'),
και όχι από (E, ν) ή το ύψος του τοίχου H

Άρα:

$$\frac{\varepsilon_{hp}}{|\varepsilon_{ha}|} = \frac{(K_p - K_o)}{(K_o - K_a)}$$



Σύνηθες εύρος: **10 – 30 φορές**
… μεγαλύτερη δ_p ($=\varepsilon_{hp}H$) από δ_α ($=|\varepsilon_{ha}|H$)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

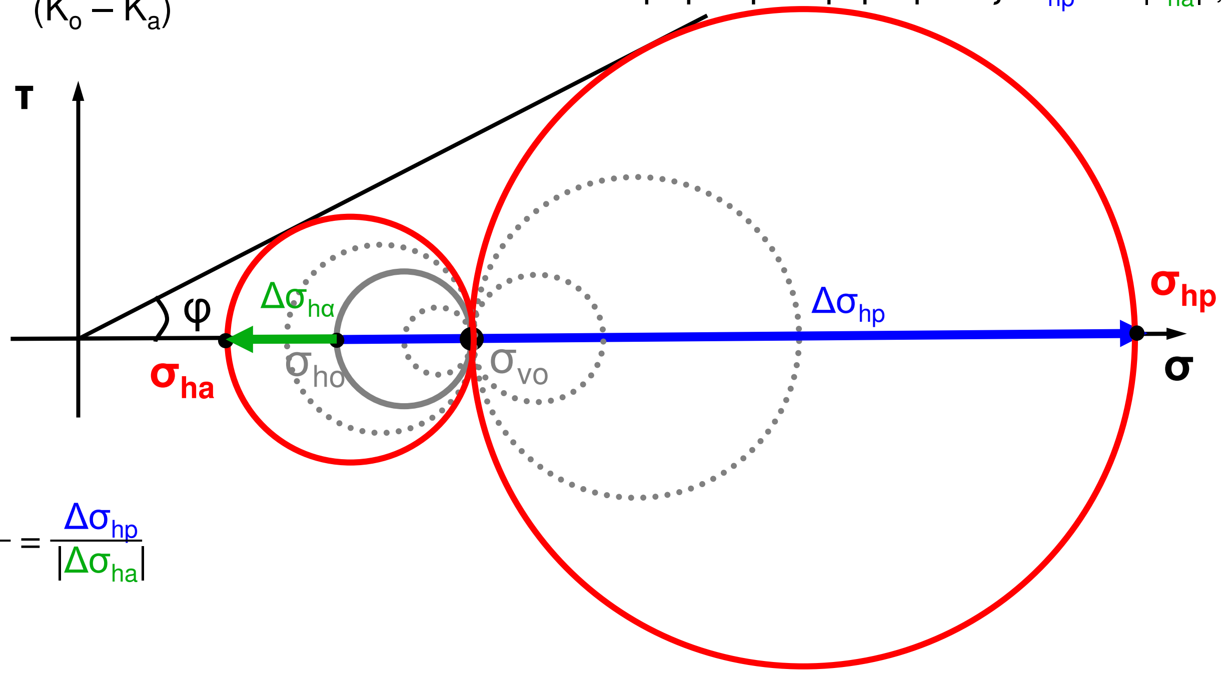
1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;

3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;

$$\frac{\varepsilon_{hp}}{|\varepsilon_{ha}|} = \frac{(K_p - K_o)}{(K_o - K_a)} = \mathbf{10 - 30}$$

Γιατί τόσο μεγάλη διαφορά μεταξύ ε_{hp} και $|\varepsilon_{ha}|$;



$$\frac{\varepsilon_{hp}}{|\varepsilon_{ha}|} = \frac{\Delta\sigma_{hp}}{|\Delta\sigma_{ha}|}$$

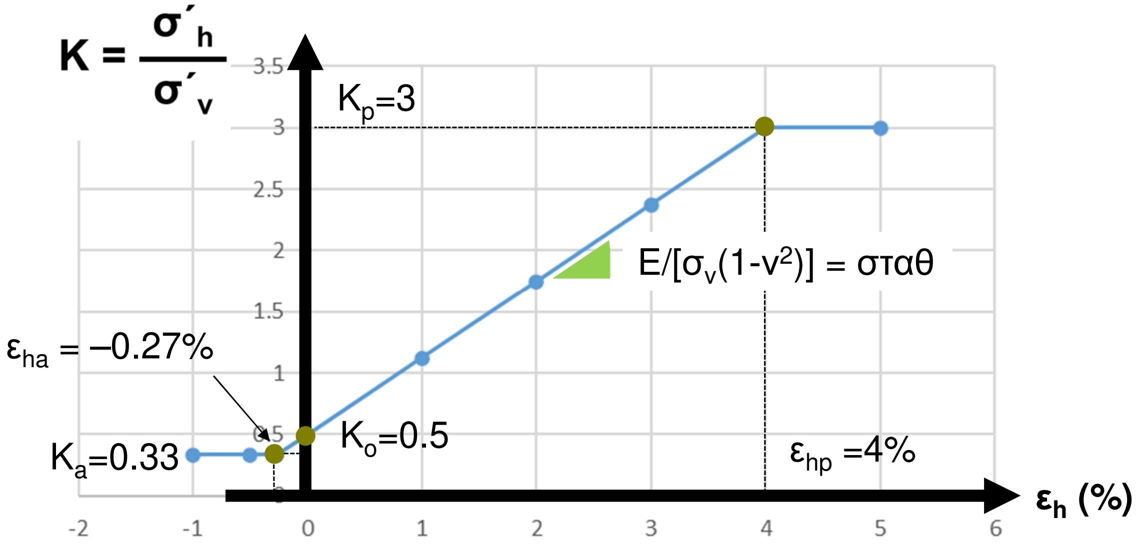
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο;

π.χ.
$E = 1000z$
$v = 1/3$
$\sigma_v = 18z$
$\varphi = 30^o$

$K_p = 3$
$K_o = 0.5$
$K_a = 0.333$

$\varepsilon_{ha} = -0.27\%$
$\varepsilon_{ho} = 0$
$\varepsilon_{hp} = 4\%$



Θυμηθείτε:

$|\varepsilon_{ha}| = |-a_a| = a_a = (K_o - K_a)\frac{\sigma_v}{E}(1-v^2)$ ⟶ $(K_o – K_a)/|\varepsilon_{ha}| = E/[\sigma_v(1-v^2)] = \sigma\tau\alpha\theta$

$\varepsilon_{hp} = \theta_p = (K_p - K_o)\frac{\sigma_v}{E}(1-v^2)$ ⟶ $(K_p – K_o)/\varepsilon_{hp} = E/[\sigma_v(1-v^2)] = \sigma\tau\alpha\theta$

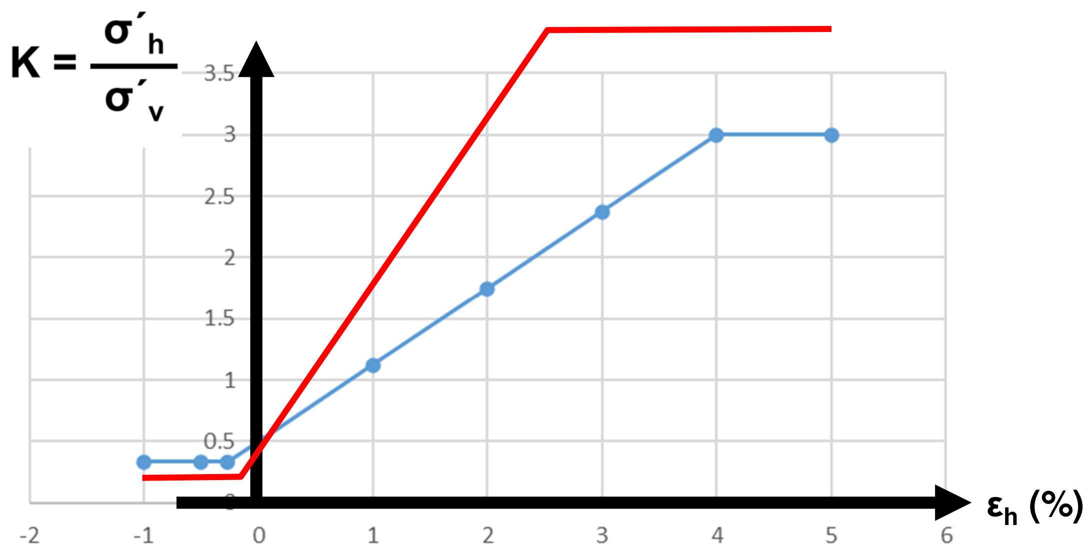
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο; (συνέχεια)

π.χ.
$E = 1000z$
$v = 1/3$
$\sigma_v = 18z$
$\varphi = 30^o$

$K_p = 3$
$K_o = 0.5$
$K_a = 0.333$

$\varepsilon_{ha} = -0.27\%$
$\varepsilon_{ho} = 0$
$\varepsilon_{hp} = 4\%$



Θυμηθείτε:

$|\varepsilon_{ha}| = (K_o - K_a)\frac{\sigma_v}{E}(1-v^2)$

$\varepsilon_{hp} = (K_p - K_o)\frac{\sigma_v}{E}(1-v^2)$

Αύξηση σχετικής πυκνότητας D_r ;
→ αύξηση φ → K_p ↑↑ και K_o, K_a ↓
→ αύξηση Ε

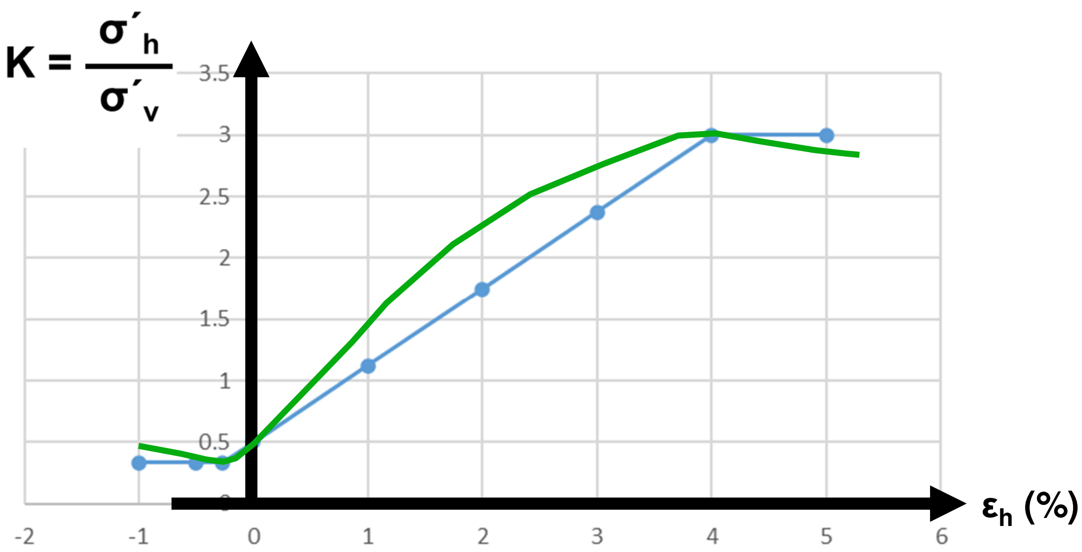
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο; (συνέχεια)

π.χ.
$E = 1000z$
$v = 1/3$
$\sigma_v = 18z$
$\varphi = 30^o$

$K_p = 3$
$K_o = 0.5$
$K_a = 0.333$

$\varepsilon_{ha} = -0.27\%$
$\varepsilon_{ho} = 0$
$\varepsilon_{hp} = 4\%$



Ρεαλιστική καμπύλη έναντι **ελαστο-πλαστικής προσομοίωσης**

Δεν είναι ίδιο το E για μετακίνηση τοίχου προς τα μέσα και προς τα έξω

Για $\varepsilon_h = 1\%$ … $K = K_p/2$ (δηλ. για <u>μικρή</u> μετακίνηση τοίχου προς τα μέσα… $\mathbf{K_p^* = K_p/FS}$)

Για πολύ χαλαρά εδάφη… ε_{hp} έως 15%

π.χ. **FS** = 2

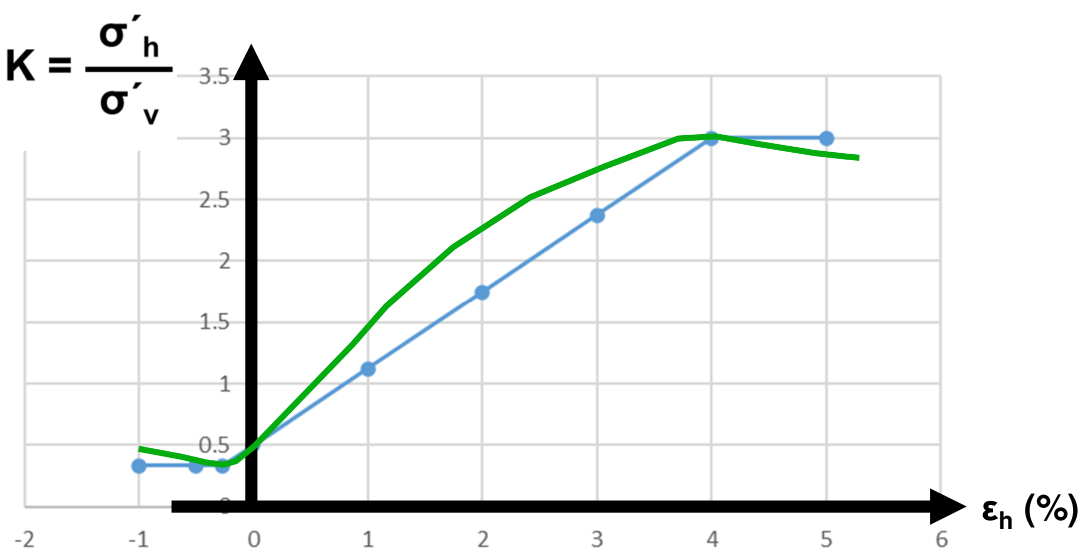
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

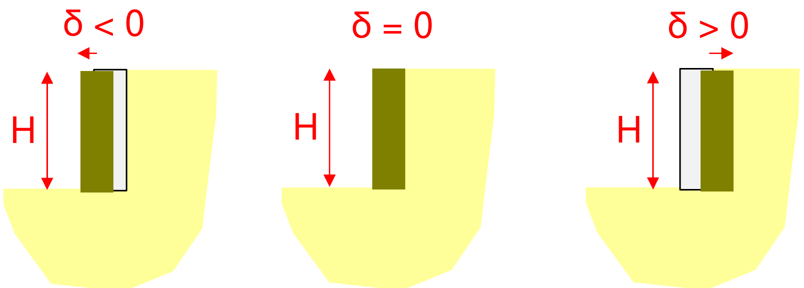
4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο; (συνέχεια)

π.χ.
$E = 1000z$
$v = 1/3$
$\sigma_v = 18z$
$\varphi = 30^o$

$K_p = 3$
$K_o = 0.5$
$K_a = 0.333$

$\varepsilon_{ha} = -0.27\%$
$\varepsilon_{ho} = 0$
$\varepsilon_{hp} = 4\%$





ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΑ

$$\varepsilon_h = \frac{\delta}{H}$$

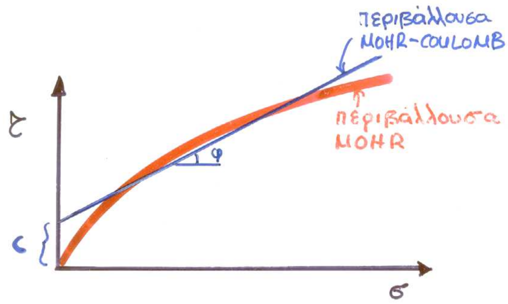
π.χ.
για H = 10m:
$\varepsilon_{ha} = -0.27\% \rightarrow \delta_a = -2.7\text{cm}$ και $\varepsilon_{hp} = 4\% \rightarrow \delta_p = 40\text{cm}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;
2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;
3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;
4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο;
5. **Τι αλλάζει στις ωθήσεις αν το έδαφος έχει συνοχή c;**

Υπενθυμίζεται ότι η πραγματική περιβάλλουσα Mohr <u>κάποιων</u> εδαφών είναι έντονα μη-γραμμική, και η συνοχή c προκύπτει από τη χρήση της **γραμμικής** περιβάλλουσας Mohr-Coulomb για την… προσέγγισή της!

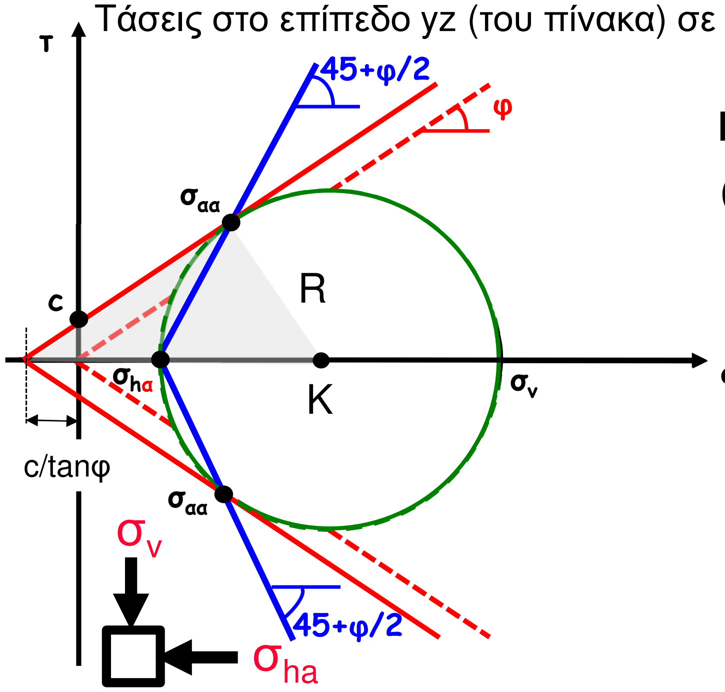
Τέτοια εδάφη είναι οι υπερστερεοποιημένες άργιλοι, καθώς για τα χονδρόκοκκα εδάφη (άμμοι, χάλικες) και τις κανονικά στερεοποιημένες αργίλους προκύπτει **c=0**



$\tau_\alpha = c' + \sigma' \tan\varphi'$

Αν ο τοίχος <u>υποχ</u>ωρήσει λίγο σε έδαφος με c≠0

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr:



ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine

(active failure): min $\sigma_y = \boldsymbol{\sigma_{ha}}$

min σ_y <u>μικρότερη</u> από όταν c=0

$$\sin\varphi = \frac{R}{K + c/\tan\varphi} = \frac{(\sigma_v - \boldsymbol{\sigma_{ha}})/2}{(\sigma_v + \boldsymbol{\sigma_{ha}})/2} \rightarrow$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma_{ha}} = \mathbf{K_a}\,\sigma_v - 2c\,\mathbf{K_a}^{1/2}} < \mathbf{K_o}\,\sigma_v$$

όπου

$$\mathbf{K_a} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = \tan^2(45-\varphi/2)$$

Φέρνω οριζόντια ευθεία από (σ_v, 0)

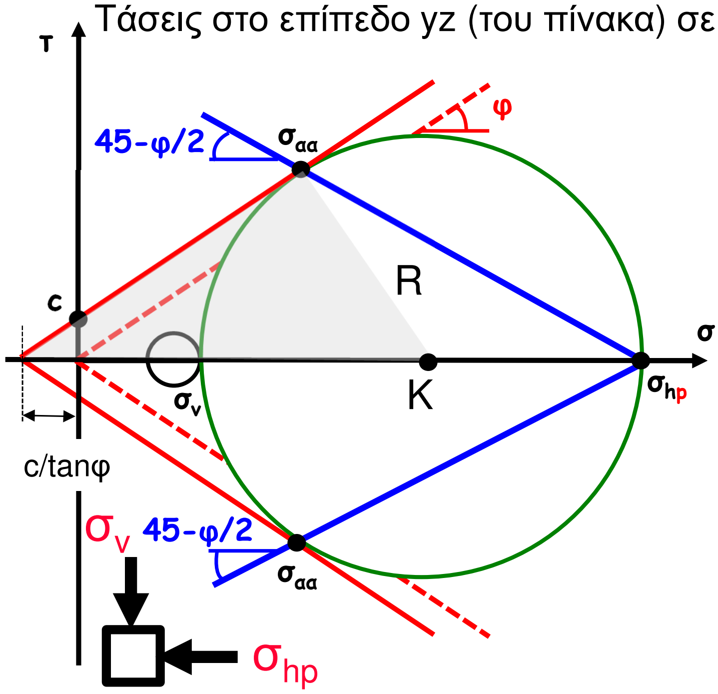
Πόλος O_p στο (σ_{ha}, 0)

Επίπεδα αστοχίας σε **θ = (45 + φ/2)**
ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

ΠΡΟΣΟΧΗ: $\mathbf{K_a} = \sigma'_{ha} / \sigma'_v \neq \sigma_{ha} / \sigma_v$, π.χ. φ'=30° → $\mathbf{K_a}$ = 0.33 vs. K_o=0.5

Αν ο τοίχος <u>προχ</u>ωρήσει λίγο σε έδαφος με $c \neq 0$

Τάσεις στο επίπεδο yz (του πίνακα) σε κύκλο Mohr:



ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ κατά Rankine (passive failure): max $\sigma_y = \boldsymbol{\sigma_{hp}}$

max σ_y <u>μεγαλύτερη</u> από όταν c=0

$$\sin\varphi = \frac{R}{K + c/\tan\varphi} = \frac{(\sigma_{hp} - \sigma_v)/2}{(\sigma_{hp} + \sigma_v)/2} \rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_{hp} = K_p\, \sigma_v + 2c\, K_p^{1/2}} >> K_o\, \sigma_v$$

όπου

$$K_p = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = \frac{1}{K_a} = \tan^2(45+\varphi/2)$$

Φέρνω οριζόντια ευθεία από $(\sigma_v, 0)$

Πόλος O_p στο $(\sigma_{hp}, 0)$

Επίπεδα αστοχίας σε **θ = (45 – φ/2)** ως προς την <u>οριζόντια</u> διεύθυνση

ΠΡΟΣΟΧΗ: $K_p = \sigma'_{hp} / \sigma'_v \neq \sigma_{hp} / \sigma_v$, π.χ. φ'=30° → $K_p = 3$ vs. $K_o = 0.5$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;

3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;

4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο;

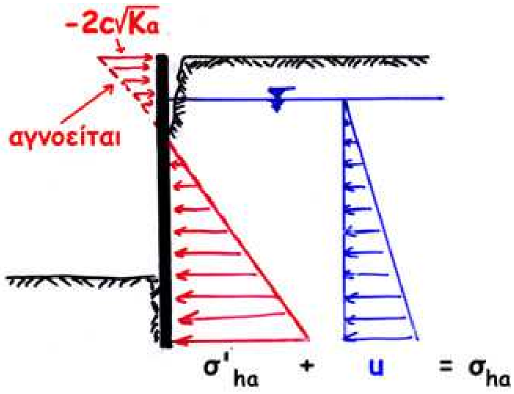
5. Τι αλλάζει στις ωθήσεις αν το έδαφος έχει συνοχή c;

$\sigma_{ha} = K_a\, \sigma_v - 2c\, K_a^{1/2} < K_o\, \sigma_v$ … μειώνονται **λίγο** οι ενεργητικές ωθήσεις

$\sigma_{hp} = K_p\, \sigma_v + 2c\, K_p^{1/2} >> K_o\, \sigma_v$ … αυξάνουν **πολύ** οι παθητικές ωθήσεις

Επιφανειακά, όταν $K_a \sigma'_v < 2c\sqrt{K_a}$ ή $\sigma'_v < 2c/\sqrt{K_a}$, έχουμε <u>αποκόλληση εδάφους από τον τοίχο</u>, λόγω αδυναμίας εμφάνισης εφελκυστικών τάσεων επί του τοίχου (εντός του εδάφους αναπτύσσονται κανονικά).

Οι ωθήσεις στο αποκολλημένο τμήμα (αρνητικές, κατά μήκος της ρωγμής) **αγνοούνται**!



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Πόσο μεγάλες είναι οι ωθήσεις γαιών επί ενός τοίχου;

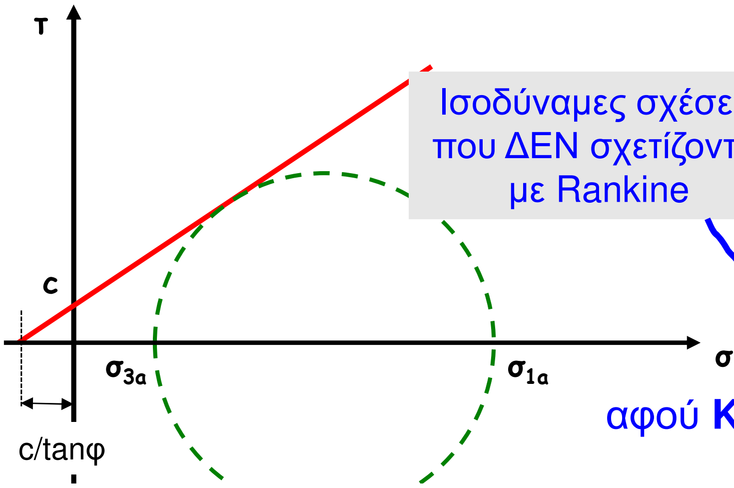
2. Που ασκούνται οι ενεργητικές και οι παθητικές ωθήσεις;

3. Πόση είναι η αναγκαία δ για ενεργητική ή παθητική αστοχία;

4. Πως συσχετίζεται η δ με τις ωθήσεις στον τοίχο;

5. Τι αλλάζει στις ωθήσεις αν το έδαφος έχει συνοχή c;

6. Αλληλο-συσχέτιση $\sigma_{1\alpha}$ και $\sigma_{3\alpha}$ με περιβάλλουσα M-C



Ισοδύναμες σχέσεις που ΔΕΝ σχετίζονται με Rankine

$$\sigma_{ha} = K_a \sigma_v - 2c K_a^{1/2}$$

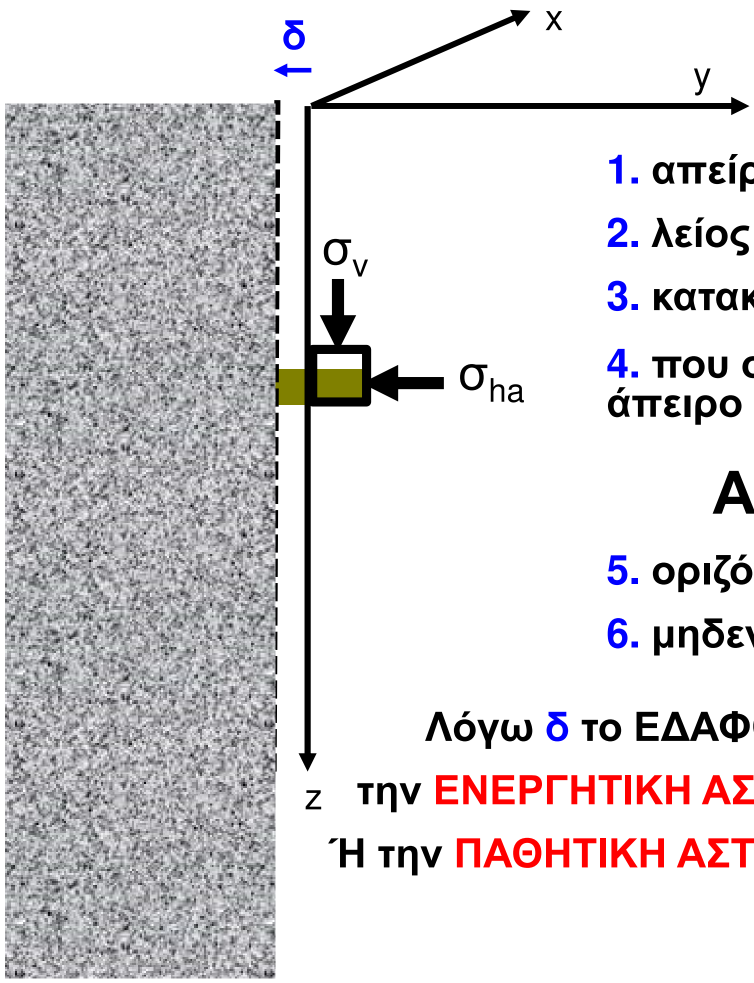
$$\sigma_{3\alpha} = K_a \sigma_{1a} - 2c K_a^{1/2}$$

$$\sigma_{hp} = K_p \sigma_v + 2c K_p^{1/2}$$

$$\sigma_{1\alpha} = K_p \sigma_{3\alpha} + 2c K_p^{1/2}$$

αφού $K_p = \dfrac{1}{K_a}$

Rankine (1857): «στατική» μέθοδος - ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ



Τοίχος:

1. **απείρου ύψους**

2. **λείος**

3. **κατακόρυφος (επίπεδο xz)**

4. **που στρέφεται γύρω από τη βάση του (σε άπειρο βάθος) → οριζόντια μετατόπιση δ**

Αντιστηριζόμενο έδαφος:

5. **οριζόντια επιφάνεια**

6. **μηδενική ή ομοιόμορφη επιφόρτιση q**

Λόγω δ το ΕΔΑΦΟΣ παραμορφώνεται ελαστικά <u>μέχρι</u>
την ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ, αν ο τοίχος… «προς τα έξω»
Ή την ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΑΣΤΟΧΙΑ, αν ο τοίχος… «προς τα μέσα»