Ασκήσεις 6ης Σειράς

Ροή διαμέσου του εδάφους

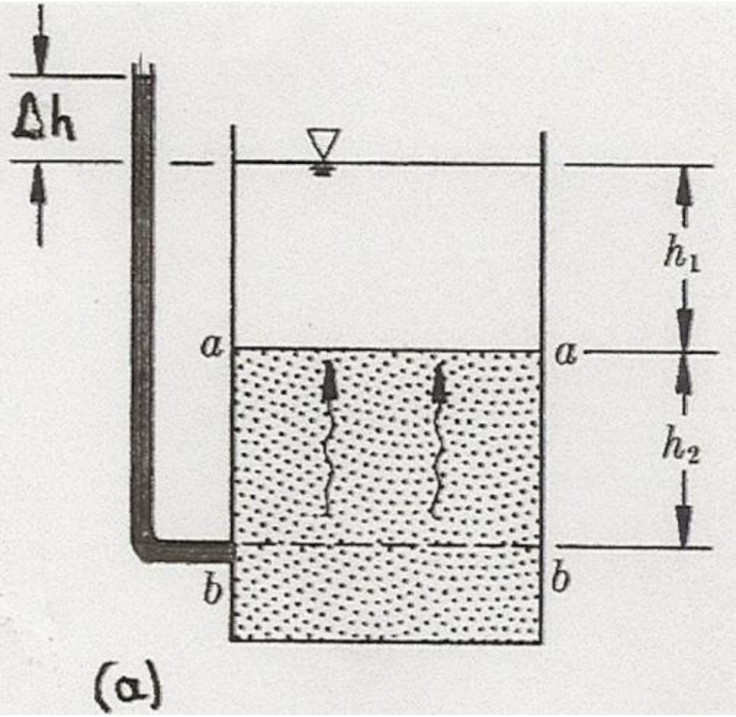
Πώς υπολογίζω πίεση σε σημείο Μ στο έδαφος;

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΤΡΟΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ
• Αν το σημείο Μ είναι σε επαφή με την ατμόσφαιρα (είτε ρέει το νερό, είτε όχι)	$u_M = 0$ (κατά σύμβαση, λαμβάνουμε την ατμοσφαιρική πίεση ίση με το μηδέν)
• Νερό δεν ρέει	u_M = (στήλη νερού πάνω από Μ) $\times \gamma_w$
• Έχω εγκαταστήσει πιεζόμετρο στο σημείο Μ	u_M = (στήλη νερού στο πιεζόμετρο) $\times \gamma_w$
• Αμελητέες απώλειες ενέργειας ($\Delta h = 0$) μεταξύ του σημείου Μ και κάποιου σημείου Σ γνωστού υδραυλικού φορτίου, h_Σ	$h_\Sigma = h_M = z_M + (u_M/\gamma_w) \rightarrow u_M = (h_\Sigma - z_M) \times \gamma_w$
• Όλες οι άλλες περιπτώσεις	βρίσκω u_M από πρόβλημα ροής

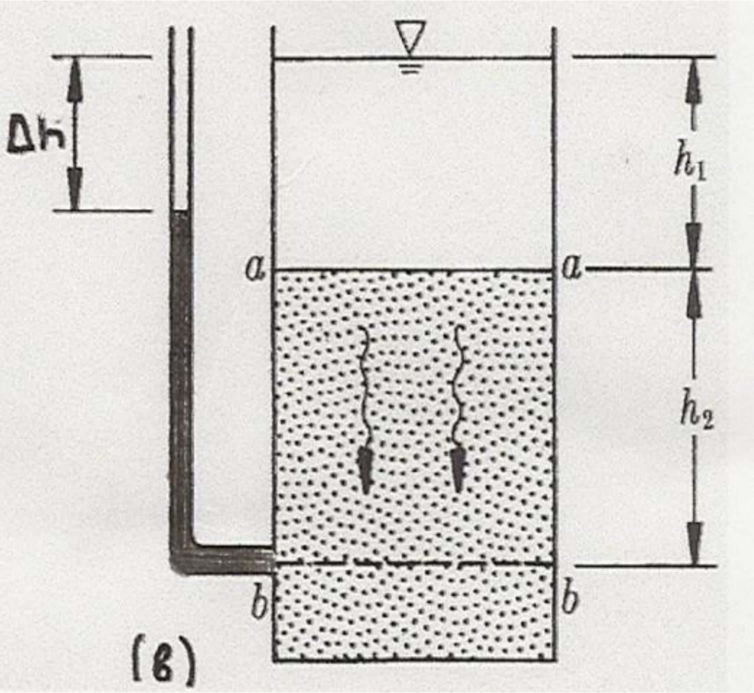
Προσεγγίζω το ειδικό βάρος νερού με την τιμή $\gamma_w = 10$ kN/m^3

Από 6η σειρά (21/12)

6.1 Στην εδαφική τομή λεπτής άμμου η διαφορά του συνολικού υδραυλικού ύψους (φορτίου) Δh, μεταξύ των διατομών a-a και b-b προκαλεί ροή προς τα άνω (Σχ.1α) ή προς τα κάτω (Σχ.1β). **(α)** Να σχεδιασθούν τα διαγράμματα των πιέσεων του ύδατος u και των ενεργών τάσεων σ΄ καθ΄ύψος της υπ΄όψιν τομής. **(β)** Εάν δίδονται τα μεγέθη γ=18 kN/m^3 και h_2 = 4 m, για ποια τιμή της διαφοράς Δh θα δημιουργηθούν συνθήκες ρευστής άμμου στην περίπτωση του Σχ.1α; Ποια είναι η ενεργός τάση σ΄ στην διατομή b-b του Σχ.1β για το ίδιο μέγεθος διαφοράς Δh;

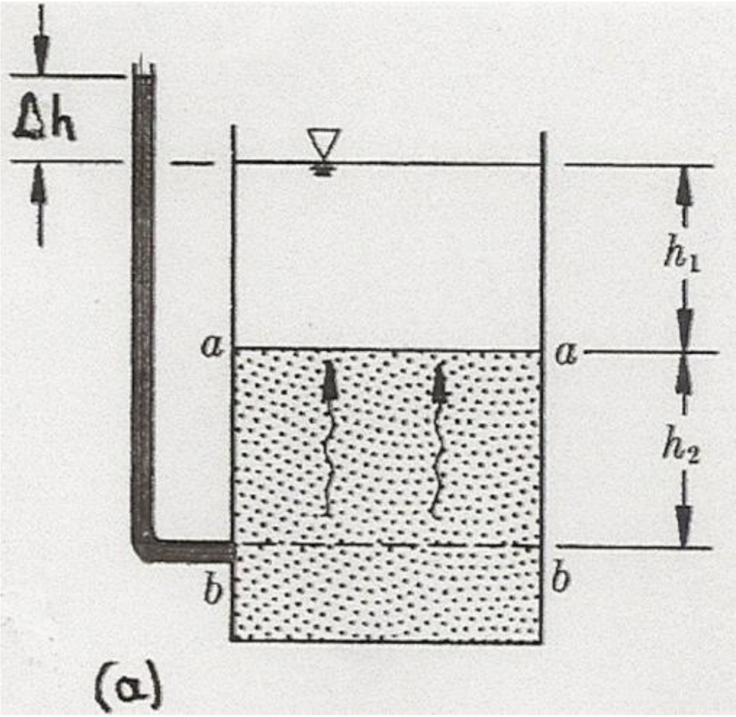


Σχήμα 1.



(γ) Επιπλέον ερώτημα: συγκρίνατε την ενεργό τάση στη διατομή b-b και για υδροστατικές συνθήκες (Δh = 0), για h_1 = 3 m, h_2 = 4 m και Δh = 2 m [περιπτώσεις (α) και (β)]

Ας ξεκινήσουμε από το ερώτημα (β) – θυμάμαι την έκφραση για την $\boldsymbol{i_{cr}} = \frac{\boldsymbol{\gamma - \gamma_w}}{\boldsymbol{\gamma_w}}$



$$h_a = z_a + \frac{u_a}{\gamma_w} = h_2 + h_1$$

$$h_b = z_b + \frac{u_b}{\gamma_w} = 0 + (\Delta h + h_1 + h_2)$$

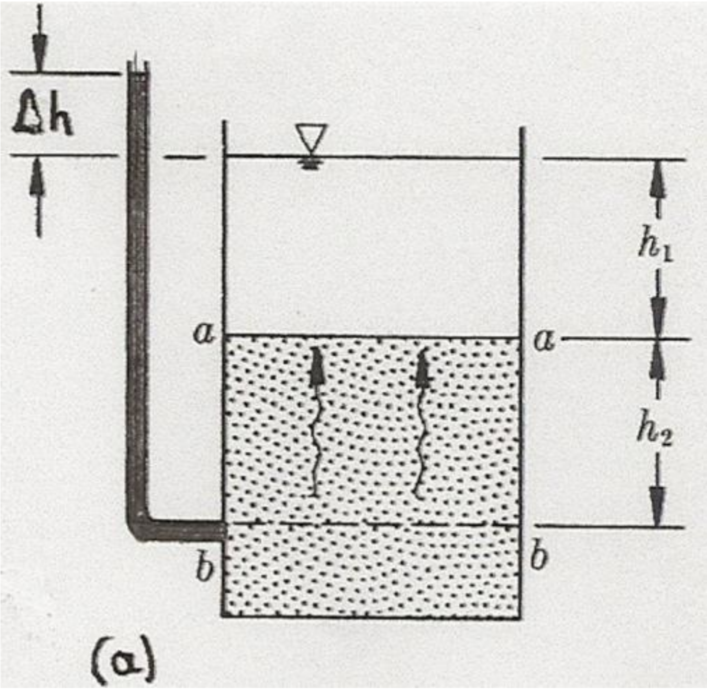
$$i_{ab} = \frac{h_b - h_a}{L_{ba}} = \frac{\Delta h}{h_2}$$

Θα έχω συνθήκες ρευστής άμμου όταν $i_{ab} = i_{cr}$

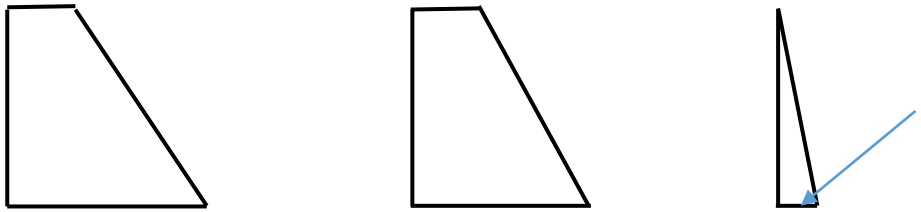
Άρα i_{cr} = (18kN/m^3 - 10kN/m^3) / 10kN/m^3 = 0.8

Για h_2 = 4m $\rightarrow$ **Δh = 0.8 × 4m = 3.2 m**

(α) Υπολογισμός τάσεων – ροή προς τα **πάνω** (στα σχήματα, h_2=4m, h_1=3m, Δh=2m)



σ	**u**	**σ′**
$\sigma_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$u_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$\sigma'_\alpha = 0$



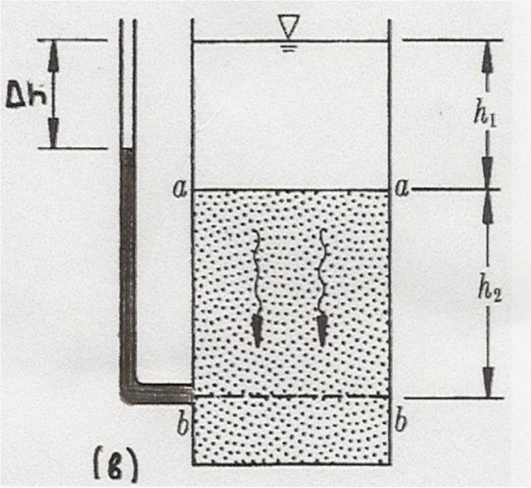
σ′ = 12 kN/m²

$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$	$u_b = \gamma_w \cdot (\Delta h + h_1 + h_2)$	$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) - \Delta h \cdot \gamma_w$

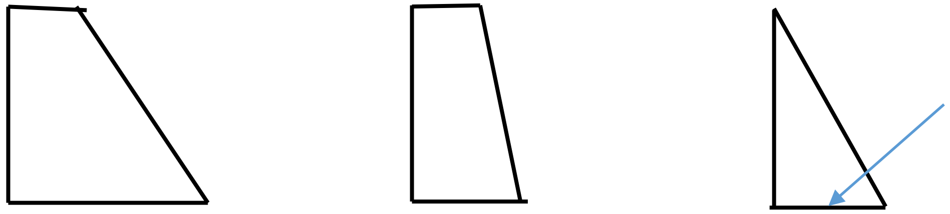
Ρευστή άμμος πότε; Όταν $\boldsymbol{\sigma'_b = 0}$

Για $h_2 = 4m \rightarrow 4m \times (18kN/m^3 - 10kN/m^3) = \Delta h \times (10kN/m^3) \rightarrow \boldsymbol{\Delta h = 3.2\ m}$

(α) Υπολογισμός τάσεων – ροή προς τα **κάτω** (στα σχήματα, h_2=4m, h_1=3m, Δh=2m)



σ	**u**	**σ′**
$\sigma_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$u_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$\sigma'_\alpha = 0$



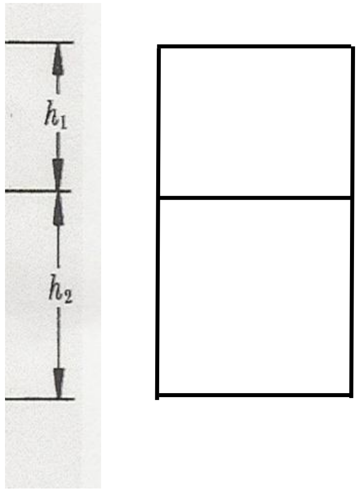
σ′ = 52 kN/m²

$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$	$u_b = \gamma_w \cdot (h_1 + h_2 - \Delta h)$	$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) + \Delta h \cdot \gamma_w$

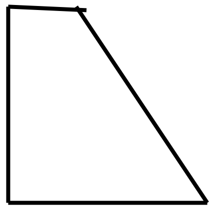
Για Δh = 3.2m

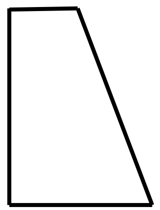
$$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w) + \Delta h \cdot \gamma_w = 4m \times (18kN/m^3 - 10kN/m^3) + 3.2\ m \times 10kN/m^3 = 64\ kN/m^2$$

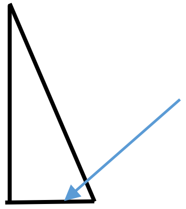
(α) Υπολογισμός τάσεων – **υδροστατικές συνθήκες** (στα σχήματα, h_2=4m, h_1=3m, Δh=0m)



σ	**u**	**σ′**
$\sigma_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$u_\alpha = \gamma_w \cdot h_1$	$\sigma'_\alpha = 0$







σ′ = 32 kN/m²

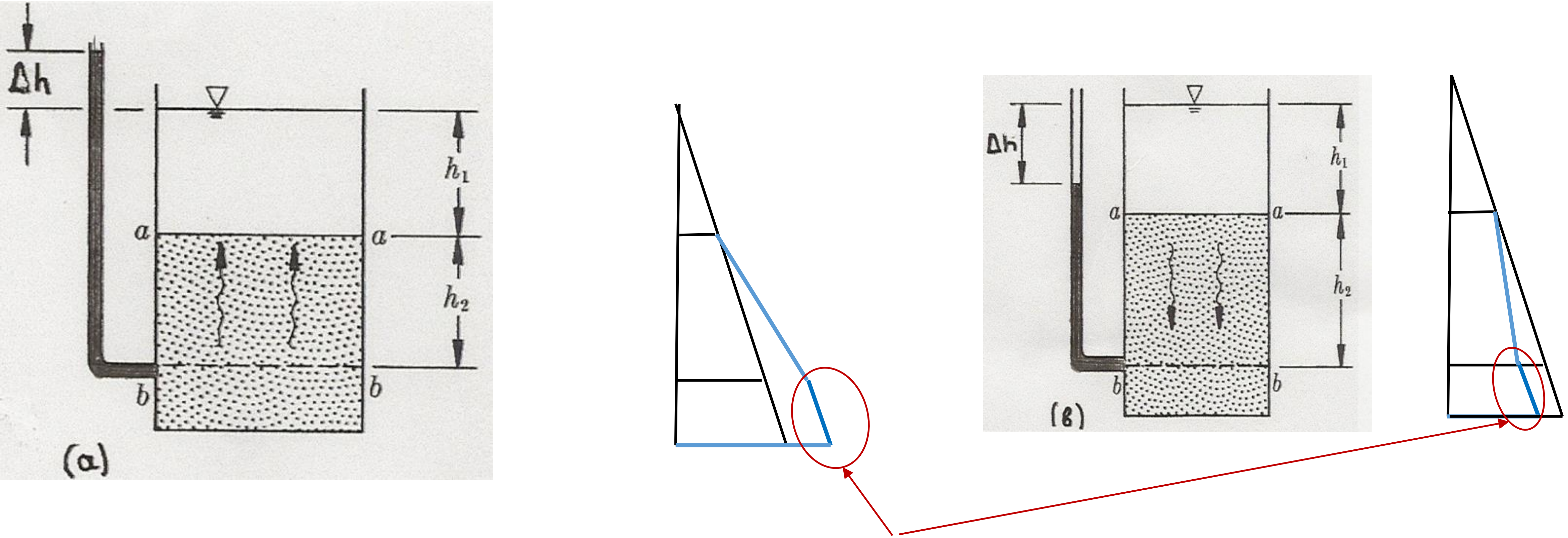
$\sigma_b = \gamma_w \cdot h_1 + \gamma \cdot h_2$	$u_b = \gamma_w \cdot (h_1 + h_2)$	$\sigma'_b = h_2 \cdot (\gamma - \gamma_w)$

Τι θα γίνει αν ξεκινήσω από υδροστατικές συνθήκες και μετά η πίεση του νερού ελαττωθεί λόγω άντλησης, δηλ. πάω πιο κοντά στην περίπτωση ροής προς τα κάτω;

Για τα νούμερα της περίπτωσης Δh = 2m, η ενεργός τάση από **32 kN/m²** θα γίνει **52 kN/m²**.

Τι συνεπάγεται αυτή η αύξηση της ενεργού τάσης;

Σύγκριση πίεσης πόρων σε **υδροστατικές συνθήκες** – συνθήκες ροής

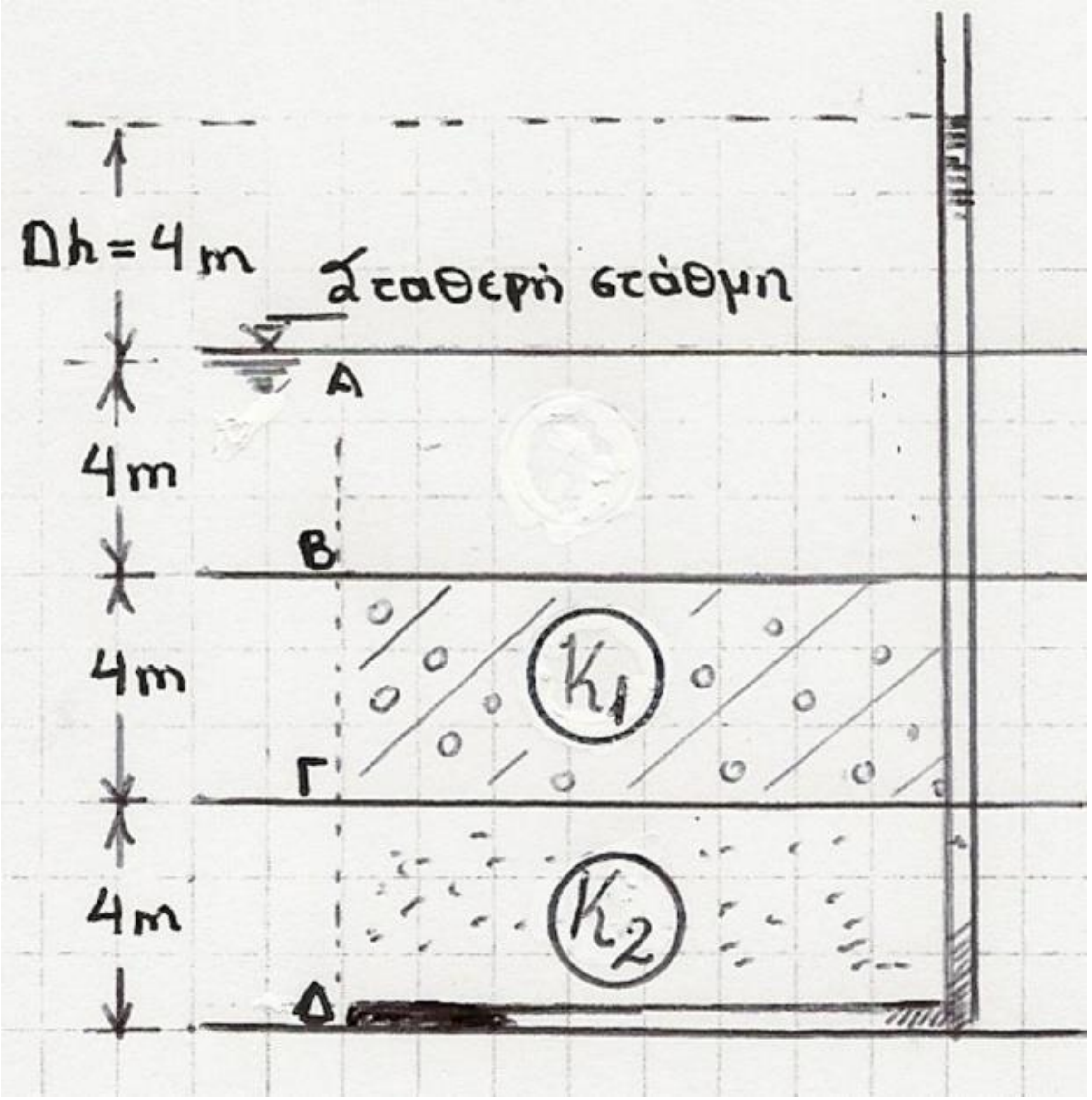


ΣΧΟΛΙΟ Η κατανομή των πιέσεων στα διαγράμματα αντιστοιχεί σε περίπτωση που το νερό δεν ρέει κάτω από την επιφάνεια b-b (περίπτωση «αδιαπέρατου» πάτου). Αν το έδαφος συνεχίζεται και πέρα από το πέρας του σχήματος, κι αν υποθέσουμε ίδιες συνθήκες ροής κάτω από την επιφάνεια b-b, τότε η κατανομή της πίεσης έχει την ίδια κλίση παντού (δηλ. δεν έχει «σπάσιμο»).

Από 6η σειρά (21/12)

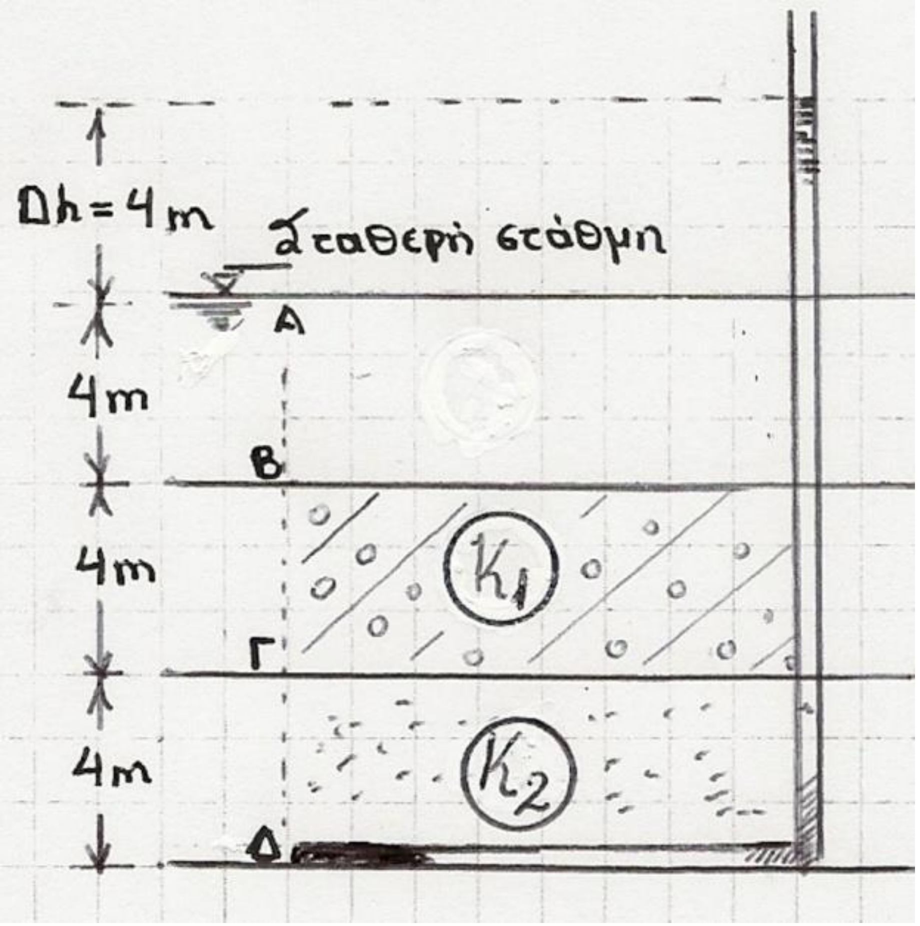
6.2 Εξετάζουμε την περίπτωση ροής προς τα άνω για δύο στρώσεις, εκ των οποίων η ανώτερη έχει συντελεστή διαπερατότητας k_1 ίσο ή πολλαπλάσιο του συντελεστή k_2 της υποκείμενης στρώσης. Δίδεται $H_1 = H_2 = 4$ m, $\gamma_1 = \gamma_2 = 20$ kN/m^3 και η διαφορά υδραυλικού ύψους (υδραυλικού φορτίου) $\Delta h = 4$ m (Σχ. 2). Να υπολογίσετε το ολικό υδραυλικό ύψος (υδραυλικό φορτίο) h, το πιεζομετρικό ύψος (φορτίο πίεσης ή πιεζομετρικό φορτίο) $h_p = u/\gamma_w$ και τις ενεργές τάσεις στις στάθμες Γ και Δ για τις εξής περιπτώσεις:

i) $k_1 = k_2$, ii) $k_1 = 100\,000 \cdot k_2$, iii) $k_1 = 3 \cdot k_2$.



Σχήμα 2.

Ανομοιογενές έδαφος → πρέπει να λύσω το πρόβλημα ροής (1/3)



Ξεκινώ με υπολογισμό υδραυλικού φορτίου στα όρια του πεδίου ροής (σημεία Β και Δ)

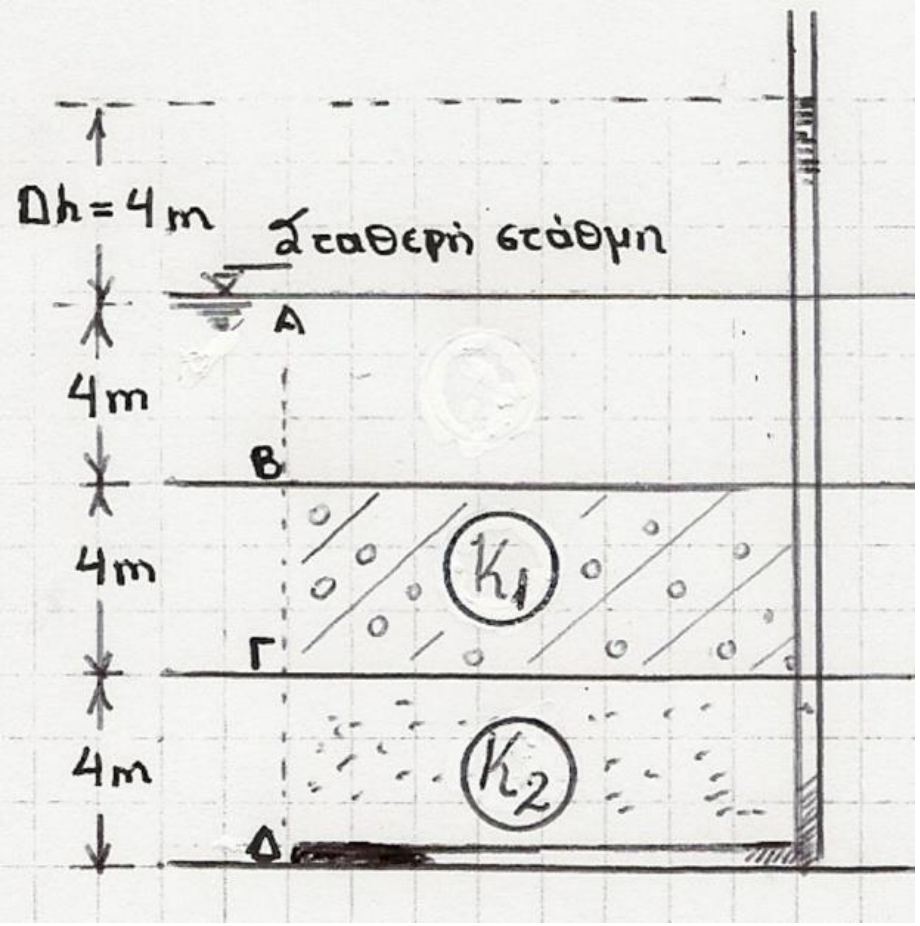
$$h_A = z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} \quad , \qquad u_A = 0 \;\; \rightarrow \;\; h_A = 12m$$

$$h_B = h_A \rightarrow h_B = 12m$$

γιατί $h_B = h_A$?

Με ανάλογο σκεπτικό, $h_\Delta = h_K \rightarrow h_\Delta = 16m$

Ανομοιογενές έδαφος → πρέπει να λύσω το πρόβλημα ροής (2/3)



Υπολογισμός ολικών τάσεων, πιέσεων πόρων & ενεργών τάσεων

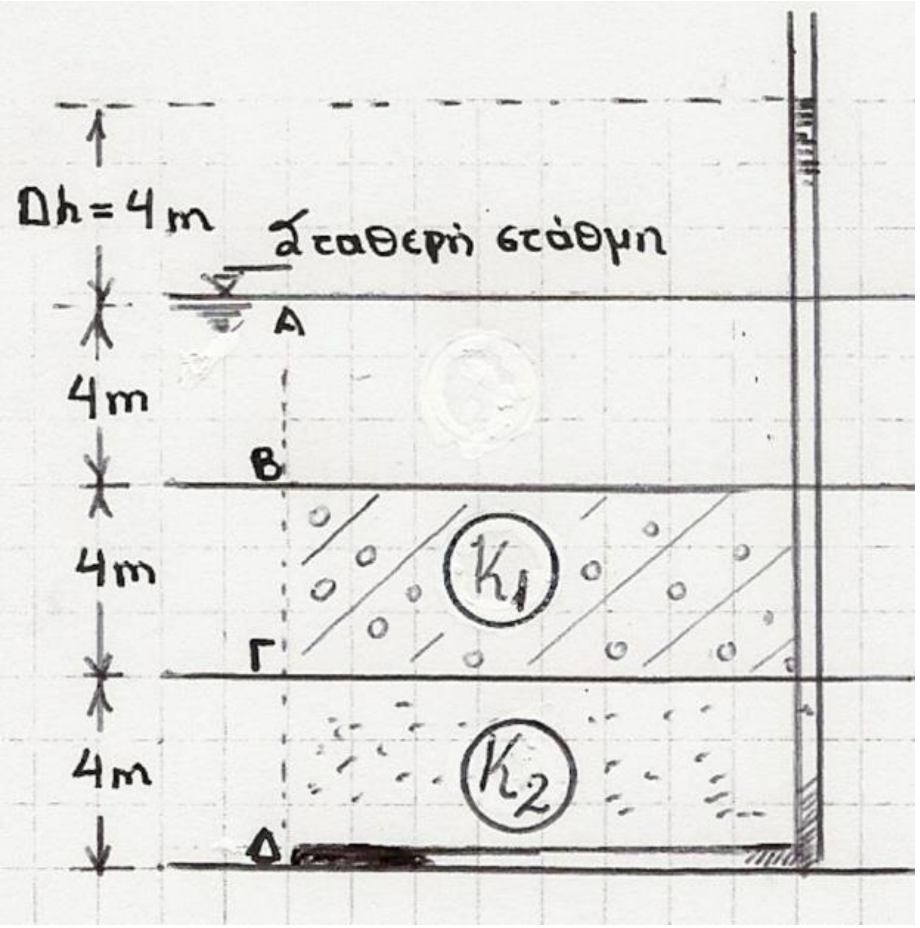
Θα βρω την πίεση στο σημείο Γ από το υδραυλικό φορτίο στο σημείο Γ και γι' αυτό χρειάζεται να λύσω το πρόβλημα ροής.

$\sigma_\Gamma = \gamma_w \times 4m + \gamma_1 \times 4m = 10kN/m^3 \times 4m + 20kN/m^3 \times 4m = 120\ kN/m^2$

$\sigma_\Delta = \sigma_\Gamma + \gamma_2 \times 4m = 120\ kN/m^2 + 20kN/m^3 \times 4m = 200\ kN/m^2$

$u_\Delta = 10kN/m^3 \times 16m = 160\ kN/m^2$ $\sigma'_\Delta = 40\ kN/m^2$

Ανομοιογενές έδαφος → λύνω το πρόβλημα ροής (3/3)



Οι παροχές που διέρχονται από τα δύο στρώματα είναι ίδιες, $Q_1 = Q_2$, λόγω αρχής της διατήρησης μάζας

$Q_1 = Q_2 \rightarrow k_1 \cdot i_1 = k_2 \cdot i_2$

(λόγος k αντιστρόφως ανάλογος λόγου i για ίδια A, όπως εδώ)

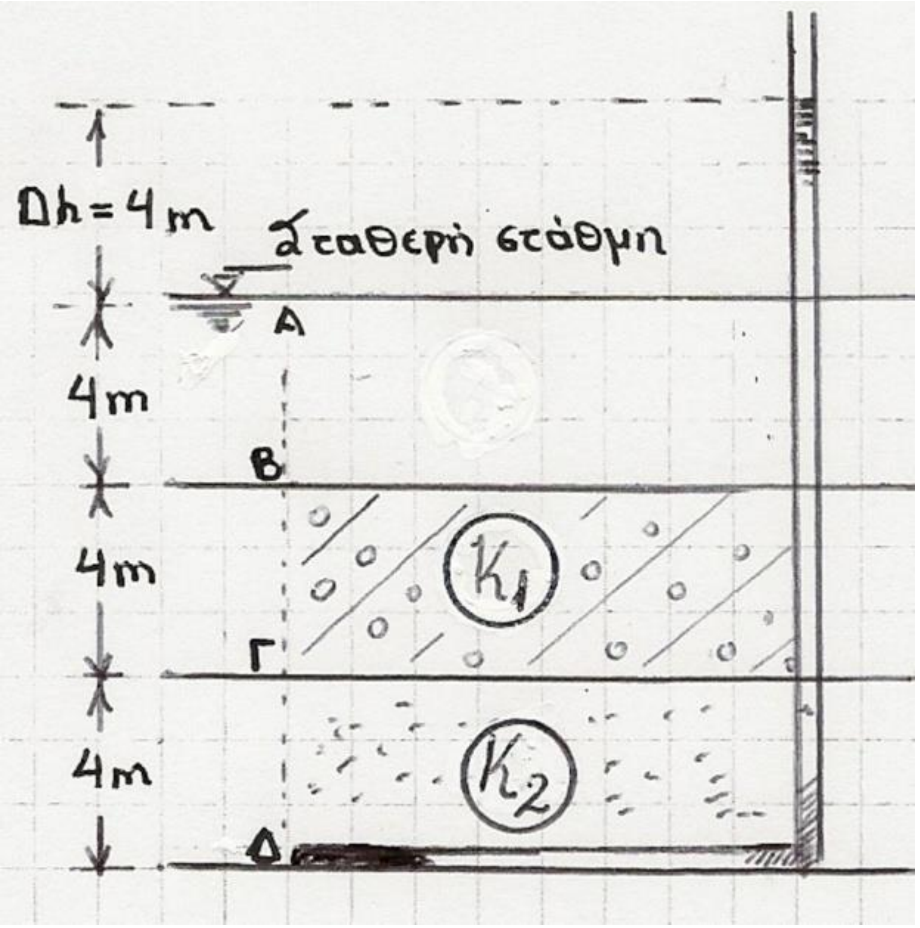
Χρησιμοποιώ τον νόμο Darcy για την παροχή

$$k_1 \cdot \frac{h_\Gamma - h_B}{4m} \cdot A = k_2 \cdot \frac{h_\Delta - h_\Gamma}{4m} \cdot A$$

$k_1 \cdot h_\Gamma - k_1 \cdot 12m = k_2 \cdot 16m - k_2 \cdot h_\Gamma$

$\boxed{\rightarrow h_\Gamma \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \qquad \text{(Εξίσωση 1)}}$

Αντικαθιστώ την k_1 ως συνάρτηση της k_2 (1/2)



$$\boxed{\rightarrow h_\Gamma \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \quad \text{(Εξίσωση 1)}}$$

(i) $k_1 = k_2$

Εξίσωση 1 $\rightarrow 2 \cdot h_\Gamma = 28m \rightarrow h_\Gamma = 14m$

Για επίπεδο αναφοράς στη βάση του στρώματος 2, $z_\Gamma = 4m \rightarrow$ $u_\Gamma / \gamma_w = 10m \rightarrow u_\Gamma = 100\ kN/m^2$

$\boldsymbol{\sigma'_\Gamma = 120\ kN/m^2 - 100\ kN/m^2 = 20\ kN/m^2}$

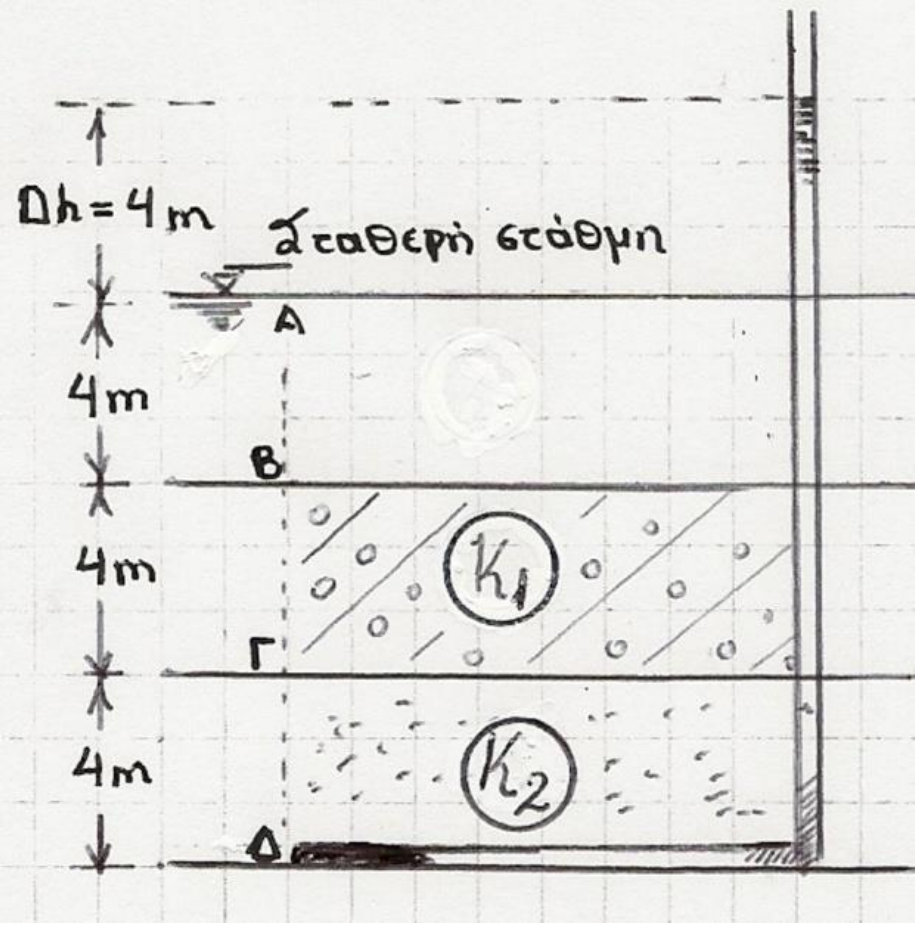
(iii) $k_1 = 3 \cdot k_2$

Εξίσωση 1 $\rightarrow h_\Gamma = 13m$

$z_\Gamma = 4m \rightarrow u_\Gamma / \gamma_w = 9m \rightarrow u_\Gamma = 90\ kN/m^2$

$\boldsymbol{\sigma'_\Gamma = 120\ kN/m^2 - 90\ kN/m^2 = 30\ kN/m^2}$

Αντικαθιστώ την k_1 ως συνάρτηση της k_2 (2/2)



$$\boxed{\rightarrow h_{\Gamma} \cdot (k_1 + k_2) = k_2 \cdot 16m + k_1 \cdot 12m \quad \text{(Εξίσωση 1)}}$$

(ii) $k_1 = 100\,000 \cdot k_2$

Εξίσωση 1 $\rightarrow h_{\Gamma} \cdot (10^5 \cdot k_2 + \cancel{k_2}) = \cancel{k_2 \cdot 16m} + 10^5 \cdot k_2 \cdot 12m$

$\rightarrow h_{\Gamma} \cdot (10^5 \cdot k_2) \approx 10^5 \cdot k_2 \cdot 12m \rightarrow h_{\Gamma} \approx 12m$

Τι βρήκα; $h_{\Gamma} \approx h_B = 12m$ Τι σημαίνει αυτό;

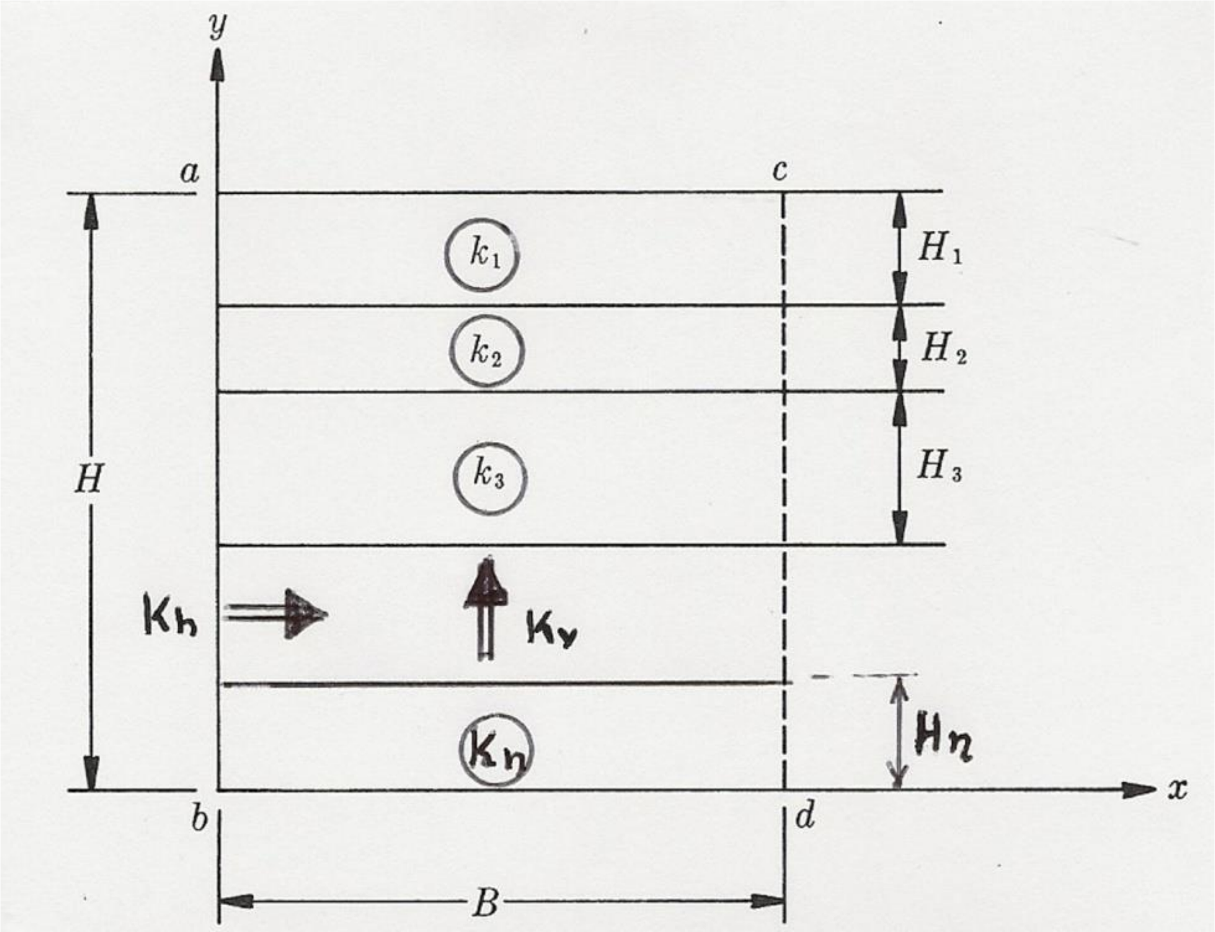
Ότι οι απώλειες ενέργειας μεταξύ Γ και Β είναι αμελητέες, επειδή η διαπερατότητα του στρώματος 1 είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με του στρώματος 2.

$z_{\Gamma} = 4m \rightarrow u_{\Gamma} / \gamma_w = 8m \rightarrow u_{\Gamma} = 80\ kN/m^2$

$\sigma'_{\Gamma} = 120\ kN/m^2 - 80\ kN/m^2 = 40\ kN/m^2$

Από 6η σειρά (21/12)

6.3 Ως γενική περίπτωση της προηγούμενης Άσκησης, στην εδαφική τομή του Σχ.3, η οποία αποτελείται από επαλληλία n στρωμάτων με ενιαία κατά στρώση τιμή του συντελεστή διαπερατότητας, δημιουργούνται συνθήκες ροής είτε οριζοντίως (κατά την διεύθυνση x) είτε κατακορύφως (κατά y), λόγω αντίστοιχης υδραυλικής κλίσεως i μεταξύ των κατακορύφων είτε οριζοντίων (καθ΄ύψος) διατομών. Να υπολογίσετε τη μέση-ισοδύναμη* τιμή του συντελεστή διαπερατότητας k_h και k_v για οριζόντια ή κατακόρυφη ροή, συναρτήσει των παχών H_1, H_2……H_n και των συντελεστών k_1, k_2,…….k_n..



Σχήμα 3.

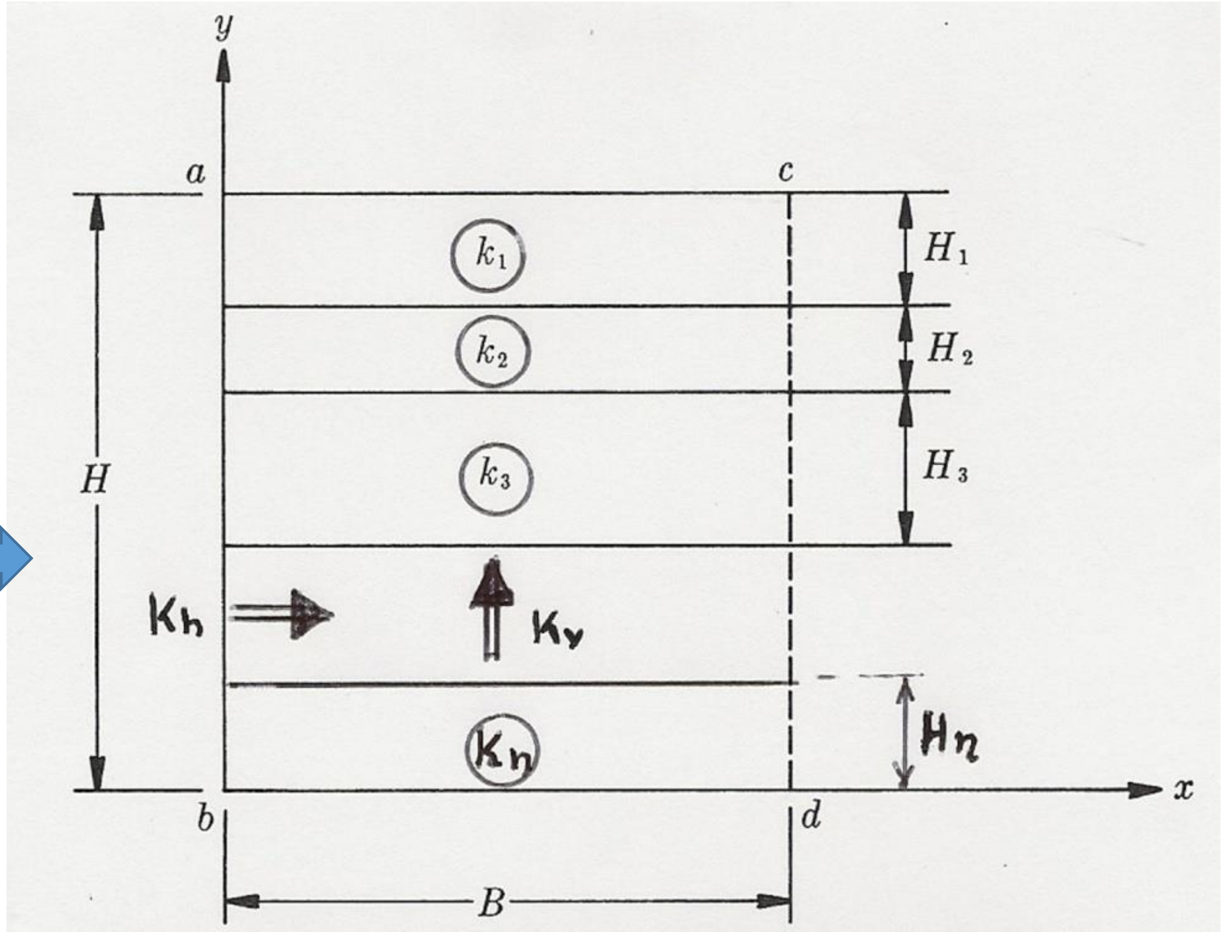
* δηλ. την k (k_h ή k_v) του ισοδύναμου ομοιογενούς εδάφους (δηλ. του ομοιογενούς εδάφους που θα είχε την ίδια παροχή στη διατομή εξόδου)

Ροή παράλληλη στη στρωματογραφία (k_h)

Πώς σκεφτόμαστε;

- Η συνολική παροχή του ισοδύναμου ομοιογενούς στρώματος είναι το άθροισμα των παροχών κάθε στρώματος, $Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$

Q



- Η υδραυλική κλίση είναι ίδια σε κάθε στρώμα: $\Delta h_{ac} = \Delta h_{bd}$ (γιατί;)

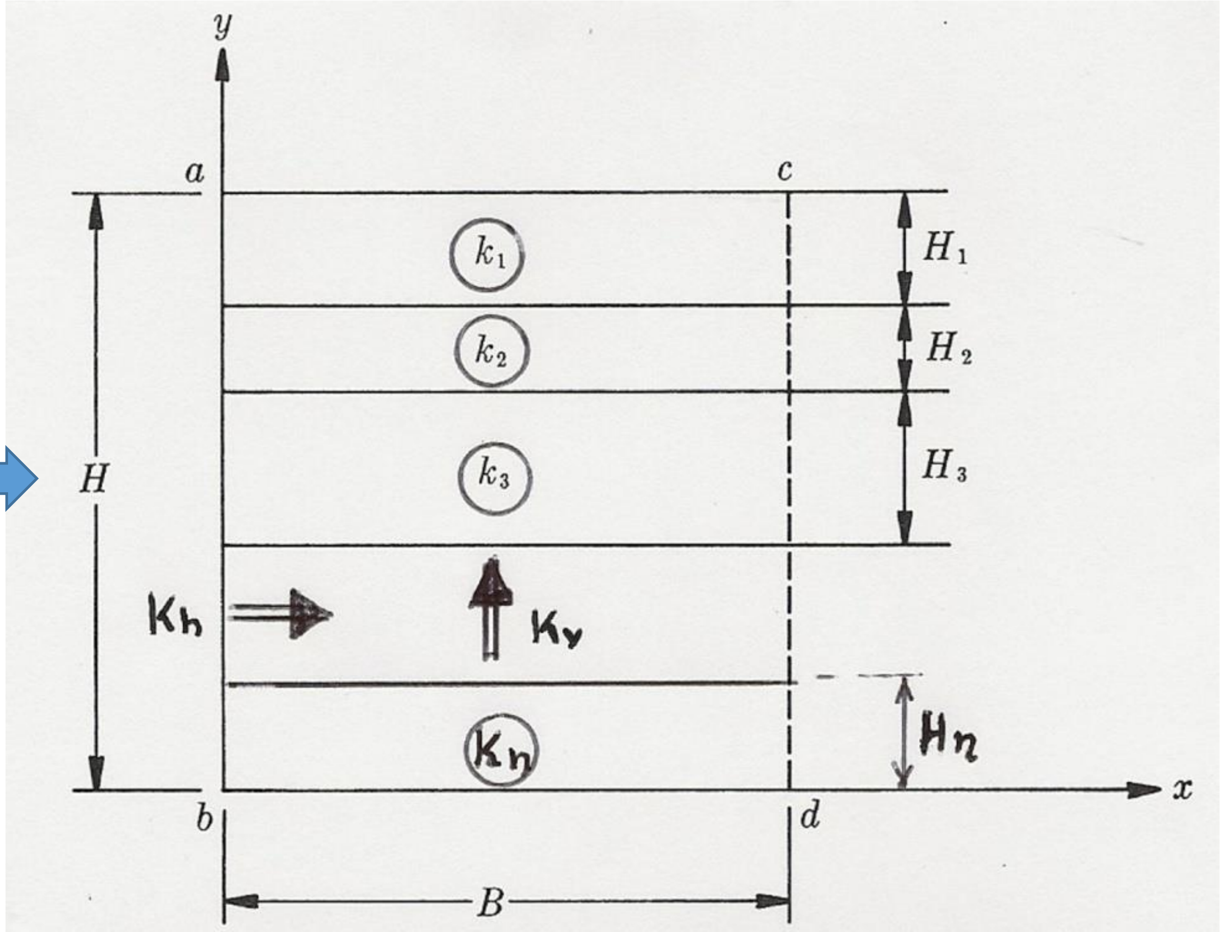
Ροή παράλληλη στη στρωματογραφία (k_h)

$\boxed{Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_i + \ldots + Q_n}$

$Q = k_h \cdot i \cdot A$, ποια η A? $A = H \times 1$

$Q_i = k_i \cdot i \cdot A_i$, ποια η A_i? $A_i = H_i \times 1$

Q



$k_h \cdot H = k_1 \cdot H_1 + \ldots + k_i \cdot H_i + \ldots + k_n \cdot H_n$

$$k_h = \frac{k_1 \cdot H_1 + k_2 \cdot H_2 + \cdots + k_n \cdot H_n}{H}$$

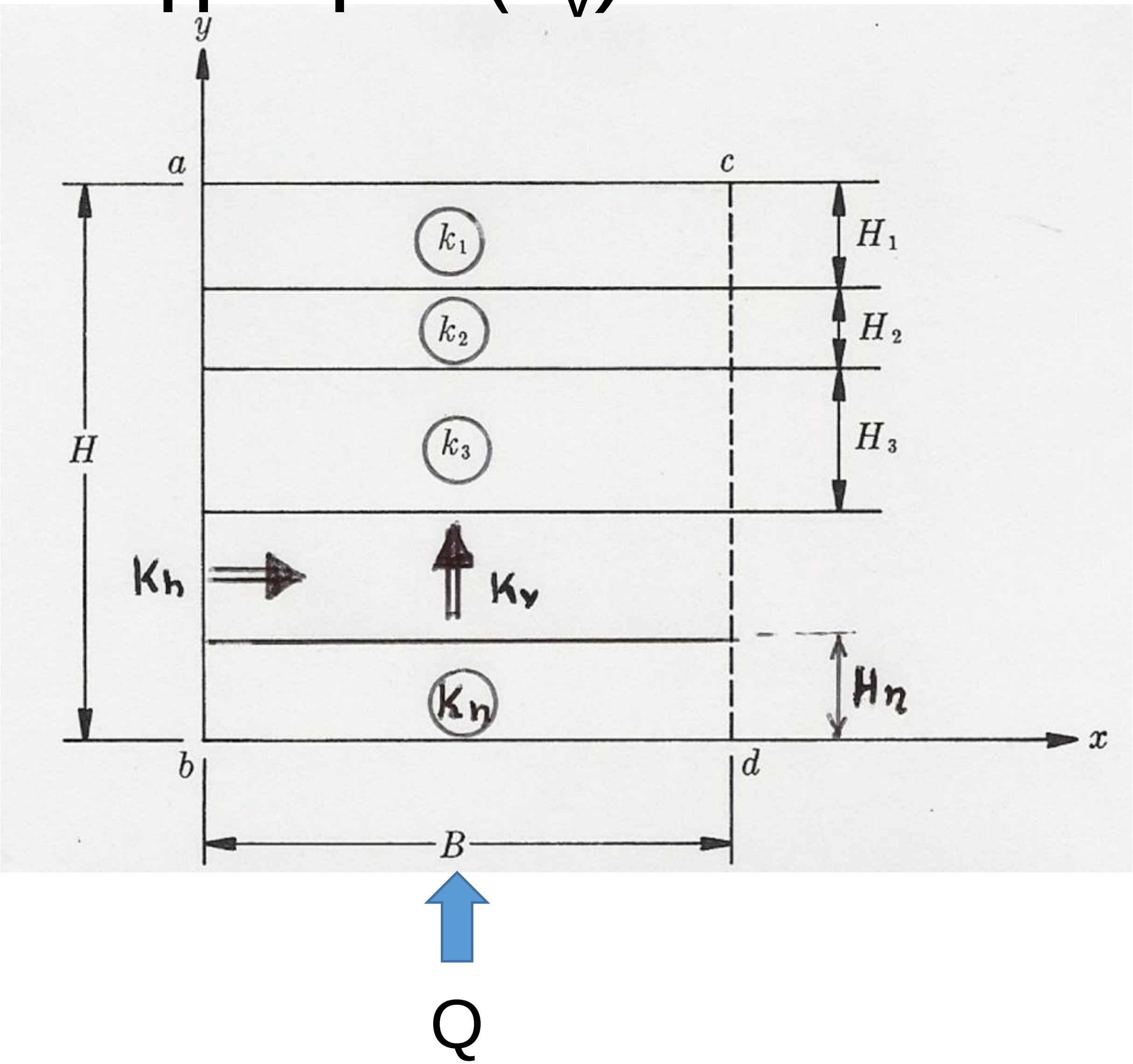
$$\boxed{k_h = \frac{\sum k_i \cdot H_i}{\sum H_i}}$$

Ροή κάθετη στη στρωματογραφία (k_v)

Πώς σκεφτόμαστε;

• Η συνολική πτώση του υδραυλικού φορτίου μεταξύ των διατομών ac και bd του ισοδύναμου ομοιογενούς στρώματος είναι το άθροισμα της πτώσης του υδραυλικού φορτίου σε κάθε στρώμα, $\Delta h_{a,b} = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \ldots + \Delta h_n$

• Η παροχή σε κάθε στρώμα είναι ίδια λόγω της αρχής της διατήρησης της μάζας (αν δεν ήταν ίδια, τότε ή θα συσσωρευόταν κάπου νερό ή από κάπου θα διέφευγε νερό)



Ροή κάθετη στη στρωματογραφία (k_v)

$$\boxed{Q = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_i = \ldots = Q_n}$$

$$Q_i = k_i \cdot \frac{\Delta h_i}{H_i} \cdot A \quad \rightarrow \Delta h_i = \frac{Q \cdot H_i}{k_i \cdot A}$$

ποια η A?

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \ldots + \Delta h_i + \ldots + \Delta h_n$$

$$\frac{Q \cdot H}{k_v \cdot A} = \frac{Q \cdot H_1}{k_1 \cdot A} + \frac{Q \cdot H_2}{k_2 \cdot A} + \cdots + \frac{Q \cdot H_n}{k_n \cdot A}$$

$$\frac{k_v}{H} = \frac{1}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \cdots + \frac{H_n}{k_n}}$$

$$\boxed{k_v = \frac{\sum H_i}{\sum \frac{H_i}{k_i}}}$$