ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ

Τμήμα ασκήσεων Η - Λ

5η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΦΕΡΟΥΣΑ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΘΕΜΕΛΙΟΥ

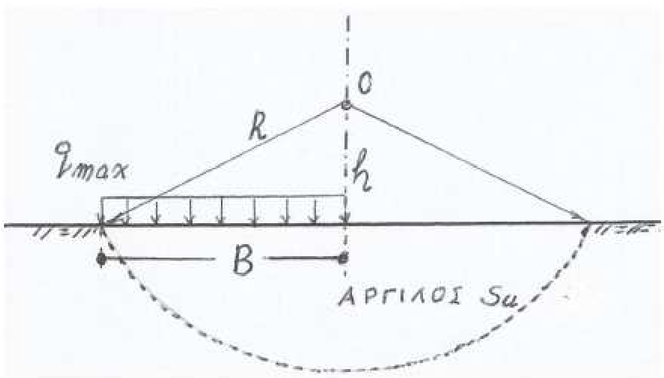
Επιμέλεια:
Ταξιαρχούλα Λημναίου, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ

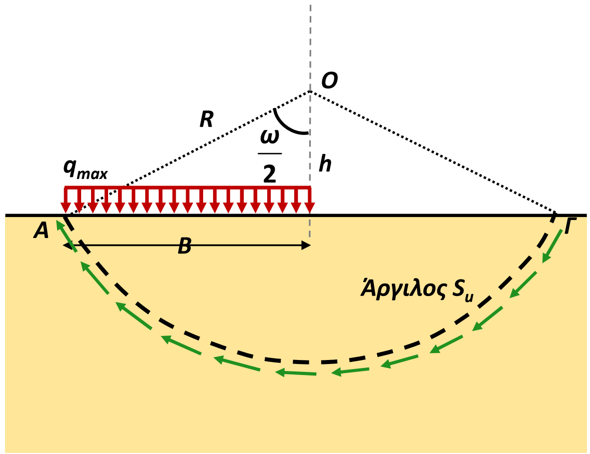
5ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

5η Σειρά Ασκήσεων

5.1 Λωριδωτό θεμέλιο πλάτους Β εδράζεται στην ελεύθερη επιφάνεια ομοιογενούς αργίλου αστράγγιστης διατμητικής αντοχής s_u και φορτίζεται με ομοιομόρφως κατανεμημένη πίεση q. Ζητούνται: α) Ο υπολογισμός της μέγιστης-οριακής φόρτισης q_{max}, για την δοκιμαστική κυκλική επιφάνεια (Ο,R) κατά το Σχ.1, όπου h = 0,5·Β, β) Για την ίδια πιθανή επιφάνεια αστοχίας, ο υπολογισμός του συντελεστή ασφαλείας για q = 135 kPa, αν s_u = 50 kPa.



Σχ. 1



Γεωμετρία: $R=\sqrt{B^2+h^2}=\sqrt{B^2+(0.5\cdot B)^2}=\sqrt{1.25\cdot B^2}=1.118\cdot B$

$$\tan\frac{\omega}{2}=\frac{B}{h}=\frac{B}{0.5\cdot B}=2 \rightarrow \frac{\omega}{2}=63.43^o \rightarrow \omega=126.87^o$$

Μήκος τόξου ΑΓ $=\dfrac{\omega}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R=\dfrac{126.87^o}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R \rightarrow A\Gamma=2.476\cdot B$

α) Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} → *Συντελεστής ασφαλείας = 1*

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας → Έλεγχος περιστροφής

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

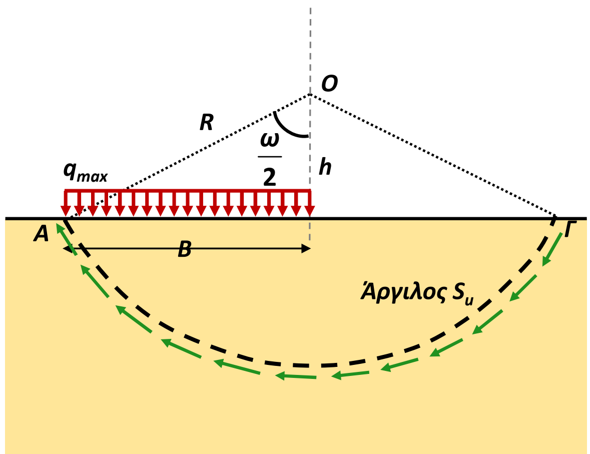
Β) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS=\frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \rightarrow$$

$$FS=\frac{S_u\cdot(A\Gamma)\cdot R}{q_{\max}\cdot B\cdot\frac{B}{2}} \xrightarrow{FS=1} q_{\max}=\frac{S_u\cdot(A\Gamma)\cdot R}{B\cdot\frac{B}{2}} \rightarrow$$

$$q_{\max}=\frac{2\cdot S_u\cdot 2.476\cdot B\cdot 1.118\cdot B}{B^2}=\frac{2\cdot S_u\cdot 2.476\cdot B\cdot 1.118\cdot B}{B^2}=$$

$$=\frac{5.54\cdot S_u\cdot B^2}{B^2} \rightarrow q_{\max}=5.54\cdot S_u$$



Γεωμετρία: $R=\sqrt{B^2+h^2}=\sqrt{B^2+(0.5\cdot B)^2}=\sqrt{1.25\cdot B^2}=1.118\cdot B$

$$\tan\frac{\omega}{2}=\frac{B}{h}=\frac{B}{0.5\cdot B}=2 \rightarrow \frac{\omega}{2}=63.43^o \rightarrow \omega=126.87^o$$

Μήκος τόξου ΑΓ $=\dfrac{\omega}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R=\dfrac{126.87^o}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R \rightarrow A\Gamma=2.476\cdot B$

β) Συντελεστής ασφαλείας = ?? → *Όταν q = 135 kPa και Su = 50 kPa*

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας → Έλεγχος περιστροφής

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

Β) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS=\frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \rightarrow$$

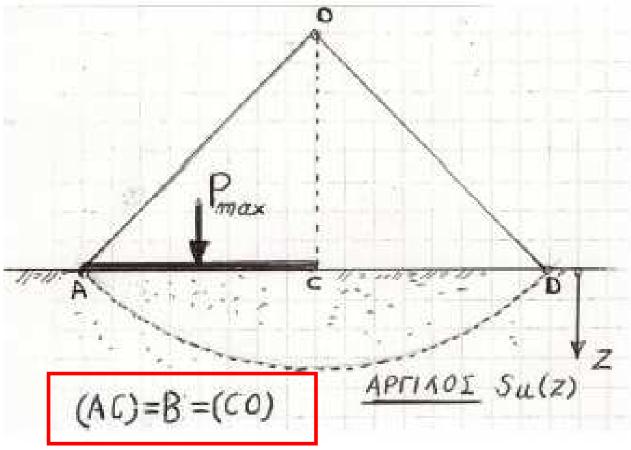
$$FS=\frac{S_u\cdot(A\Gamma)\cdot R}{q\cdot B\cdot\frac{B}{2}} \rightarrow FS=\frac{S_u\cdot 2.476\cdot B\cdot 1.118\cdot B}{q\cdot B\cdot\frac{B}{2}} \rightarrow$$

$$FS=\frac{5.54\cdot S_u}{q}=\frac{5.54\cdot 50}{135}=2.05$$

5.2 Για την εκτίμηση της οριακής ομοιομόρφως κατανεμημένης πιέσεως q_{max} (= P_{max}/B), απειρομήκους θεμελίου, πλάτους B = 8,0 m επί ανομοιογενούς εδάφους , θεωρούμε ως δοκιμαστικό μηχανισμό αστοχίας την κυκλική επιφάνεια (O, R=OA) του Σχ. 2. Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή του αργιλικού εδάφους θεμελιώσεως δίδεται από την σχέση:

$s_u = s_u(z) = 5+10z$ (kPa)

Ζητούνται τα εξής: α) Η προσεγγιστική εκτίμηση της οριακής πιέσεως q_{max} με την υπόθεση της μέσης τιμής $s_u(z)$ ως προς το βάθος. β) Η ακριβέστερη εκτίμηση της (δοκιμαστικής) τιμής q_{max} βάσει της δεδομένης κατανομής με το βάθος της $s_u(z)$.

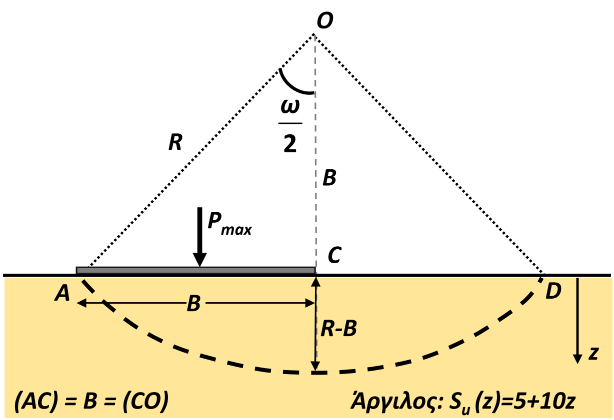


Σχ. 2

Προσοχή:

P_{max} (kN/m) = Συνισταμένη δύναμη

q_{max} (kPa) = μέση τάση



Γεωμετρία: $R = \sqrt{B^2+h^2} = \sqrt{B^2+B^2} = \sqrt{2\cdot B^2} = \sqrt{2}\cdot B$

$$\tan\frac{\omega}{2} = \frac{B}{h} = \frac{B}{B} = 1 \longrightarrow \frac{\omega}{2} = 45^o \longrightarrow \omega = 90^o$$

Μήκος τόξου AD = $\frac{\omega}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \frac{90^o}{360^o}\cdot 2\cdot\pi\cdot R \longrightarrow AD = \frac{\pi}{2}\cdot R$

$$AD = \frac{\pi}{2}\cdot 1.414\cdot B = 2.22\cdot B$$

α) Μέση τιμή Su(z) ως προς το βάθος

Μέσο βάθος: $\bar{z} = \frac{\overbrace{(R-B)}^{\text{Μέγιστο βάθος που φθάνει η επιφάνεια αστοχίας}}}{2} = \frac{\left(B\sqrt{2}-B\right)}{2} = 0.207\cdot B = 1.657m$

$$\bar{S}_u = 5+10\cdot\bar{z} = 5+10\cdot 1.657 = 21.57kPa$$

Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} ⟶ Συντελεστής ασφαλείας = 1

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας ⟶ Έλεγχος περιστροφής

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

A) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

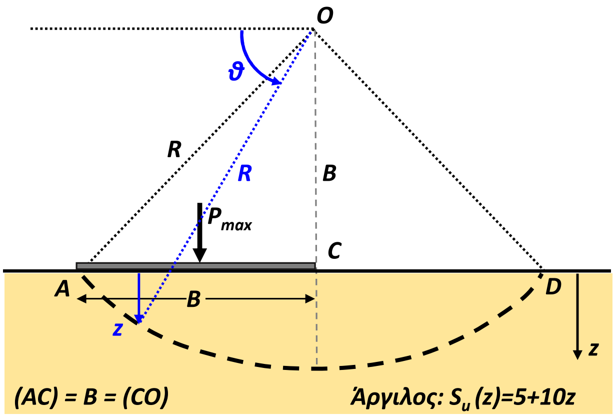
B) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS = \frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \longrightarrow$$

$$FS = \frac{\bar{S}_u\cdot(AD)\cdot R}{\underbrace{\boxed{q_{max}\cdot B}}_{P_{max}=}\cdot\frac{B}{2}} \xrightarrow{FS=1} q_{max} = \frac{\bar{S}_u\cdot(AD)\cdot R}{B\cdot\frac{B}{2}} \longrightarrow$$

$$q_{max} = \frac{2\cdot\bar{S}_u\cdot 2.22\cdot B\cdot\sqrt{2}\cdot B}{B^2} = \frac{6.29\cdot\bar{S}_u\cdot B^2}{B^2}$$

$$\longrightarrow q_{max} = 6.29\cdot\bar{S}_u = 6.29\cdot 21.57 = 135.42kPa$$



Γεωμετρία: $R=\sqrt{B^2+h^2}=\sqrt{B^2+B^2}=\sqrt{2\cdot B^2}=\sqrt{2}\cdot B$

$$\sin\vartheta=\frac{B+z}{R}\longrightarrow z=R\sin\vartheta-B\longrightarrow$$

$$z=B\cdot\left(\sqrt{2}\cdot\sin\vartheta-1\right)$$

z=0 -> ϑ = atan(B/R) = 45° = π/4

z=R-B -> ϑ = 90° = 2π

ή για το πλήρες τόξο AD, ϑ = π/4 έως 3π/4

β) Η πραγματική κατανομή Su(z) ως προς το βάθος

Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} → Συντελεστής ασφαλείας = 1

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας → Έλεγχος περιστροφής

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

Β) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS=\frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}}\longrightarrow$$

$$FS=\frac{R\cdot\int Su\cdot(d\vartheta\cdot R)}{q_{max}\cdot B\cdot\frac{B}{2}}\xrightarrow{FS=1}2\cdot\sqrt{2}\cdot B\cdot\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}(5+10\cdot z)\cdot(d\vartheta\cdot R)=q_{max}\cdot B^2$$

$$2\cdot\sqrt{2}\cdot B\cdot\sqrt{2}\cdot B\cdot\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\left(5+10\cdot B\cdot\left(\sqrt{2}\cdot\sin\vartheta-1\right)\right)\cdot d\vartheta=q_{max}\cdot B^2\longrightarrow$$

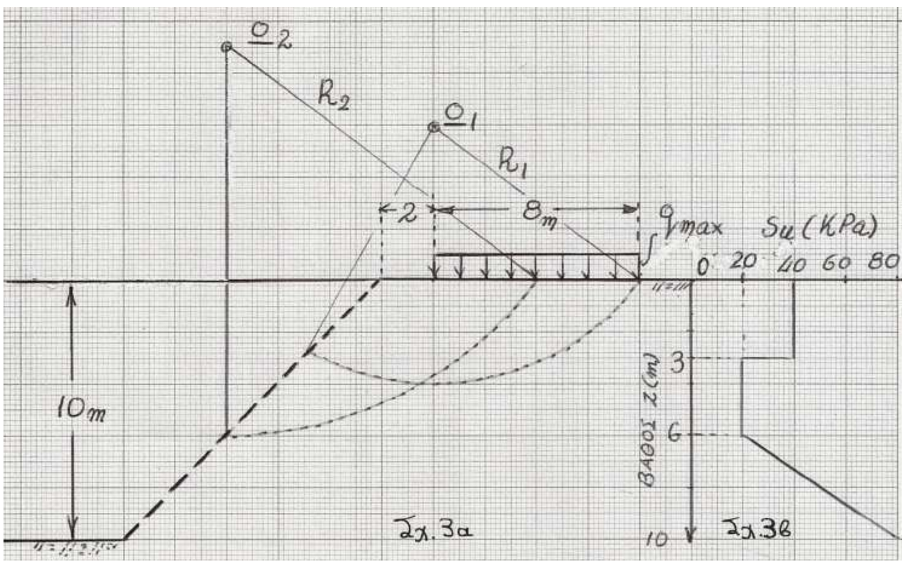
$$4\cdot\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\left(5+10\cdot 8\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\vartheta-10\cdot 8\right)\cdot d\vartheta=q_{max}\longrightarrow$$

$$4\cdot\left[-75\cdot\vartheta-80\sqrt{2}\cos\vartheta\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}=q_{max}\longrightarrow q_{max}=168.32\,kPa$$

5.3 Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή αργιλικού εδάφους μεταβάλλεται σύμφωνα με το διάγραμμα (Σχ.3β). Ζητούνται: α) Να εκτιμηθεί η οριακή-ομοιομόρφως κατανεμημένη πίεση q_{max} λωριδωτού θεμελίου πλάτους 8 m μέσω δοκιμαστικού κύκλου αστοχίας. β) Στην περιοχή της θεμελιώσεως δημιουργείται πρανές δι΄εκσκαφής, συμφώνως με το υπό κλίμακα Σχ.3α. Να υπολογισθεί η νέα οριακή πίεση q_{max} με την εξέταση δύο δοκιμαστικών κυκλικών επιφανειών ($Ω_1$, R_1) και ($Ω_2$, R_2). γ) Να αξιολογήσετε τα αποτελέσματα των προηγούμενων υπολογισμών σας.

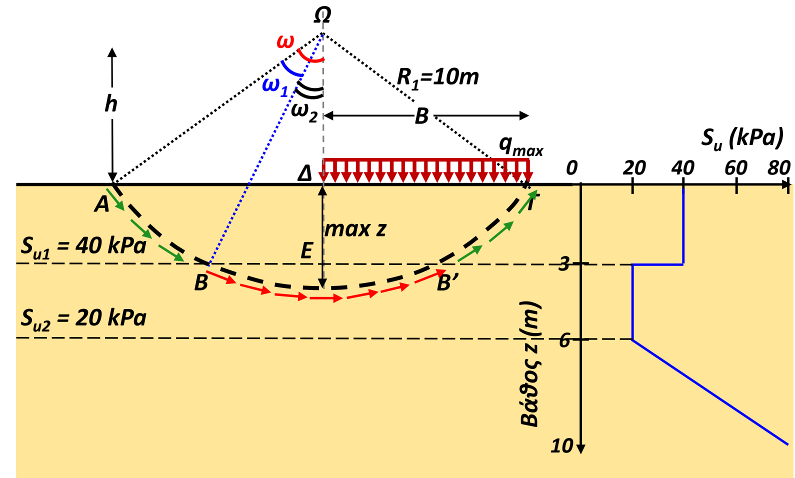
<u>Ερώτημα α:</u>
Πριν την εκσκαφή =
Θεμέλιο σε οριζόντιο έδαφος
->
Επίλυση ως προς τη φέρουσα ικανότητα θεμελίου
(Ω πάνω από άκρη θεμελίου)

<u>Ερώτημα β:</u>
Μετά την εκσκαφή =
Θεμέλιο δίπλα σε πρανές
->
Επίλυση ως προς τον συντελεστή ασφαλείας πρανούς με επιφόρτιση
(Ω όχι αναγκαστικά πάνω από άκρη θεμελίου)



α) Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} → Συντελεστής ασφαλείας = 1

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας → Έλεγχος περιστροφής



Επιλέγω επιφάνεια με ίδιο $\Omega=\Omega_1$ και $R=R_1$ από ερώτημα β, χάριν σύγκρισης αποτελεσμάτων

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

Β) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS=\frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \longrightarrow$$

$$FS=\frac{R\cdot\left(Su_1\cdot L_1+Su_2\cdot L_2\right)}{q_{max}\cdot B\cdot\frac{B}{2}}=\frac{2\cdot R\cdot\left(Su_1\cdot 2\cdot\omega_1\cdot R+Su_2\cdot 2\cdot\omega_2\cdot R\right)}{q_{max}\cdot B^2}\longrightarrow$$

$$\xrightarrow{FS=1} q_{max}=\frac{2\cdot 10\cdot\left(40\cdot 2\cdot 0.477\cdot 10+20\cdot 2\cdot 0.45\cdot 10\right)}{8^2}=175.5kPa$$

Γεωμετρία: $R=\sqrt{B^2+h^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10m$

$\max z=R-h=10-6=4m$

Από τρίγωνο ΕΟΒ: $\cos\omega_2=\frac{h+3}{R}=\frac{6+3}{10}=0.9\rightarrow\omega_2=0.45rad$

Από τρίγωνο ΔΟΑ: $\cos\omega=\frac{h}{R}=\frac{6}{10}=0.6\rightarrow\omega=0.927rad$

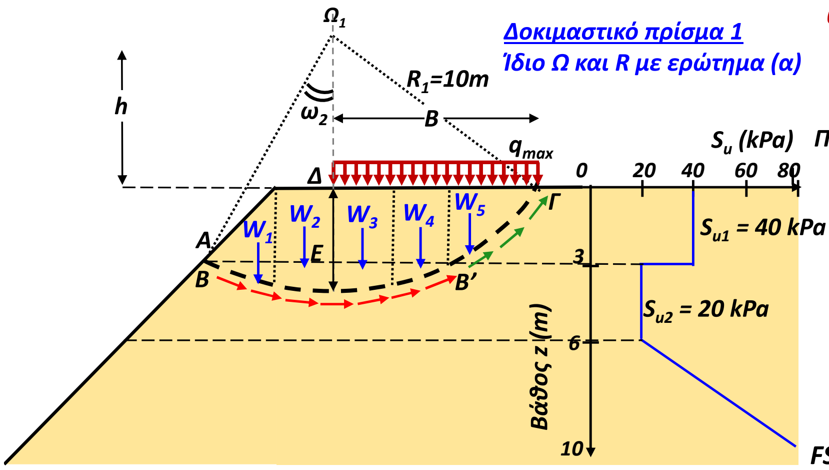
$$\omega_1=\omega-\omega_2=0.477rad$$

β) Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} → Συντελεστής ασφαλείας = 1

Κυκλική επιφάνεια αστοχίας → Έλεγχος περιστροφής

Δοκιμαστικό πρίσμα 1

Ίδιο Ω και R με ερώτημα (α)



Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

Β) Ροπή ανατροπής λόγω του βάρους της εδαφικής μάζας

Γ) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS=\frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \longrightarrow$$

$$FS=\frac{R\cdot\left(Su_1\cdot\frac{L_1}{2}+Su_2\cdot L_2\right)}{q_{max}\cdot B\cdot\frac{B}{2}+W_3\cdot x_{w3}+W_4\cdot x_{w4}+W_5\cdot x_{w5}-W_1\cdot x_{w1}-W_2\cdot x_{w2}}$$

Μοχλοβραχίονας ως προς Ω_1

$W_1=\gamma\cdot E_1=20\cdot\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=120\frac{kN}{m}$	$x_{w1}=3m$
$W_2=\gamma\cdot E_2=20\cdot 2\cdot 4=160\frac{kN}{m}$	$x_{w2}=1m$
$W_3=\gamma\cdot E_3=20\cdot 2\cdot 4=160\frac{kN}{m}$	$x_{w3}=1m$
$W_4=\gamma\cdot E_4=20\cdot\frac{(3+4)}{2}\cdot 3=210\frac{kN}{m}$	$x_{w4}=3.5m$
$W_5=\gamma\cdot E_5=20\cdot\frac{3\cdot 3}{2}=90\frac{kN}{m}$	$x_{w5}=6m$

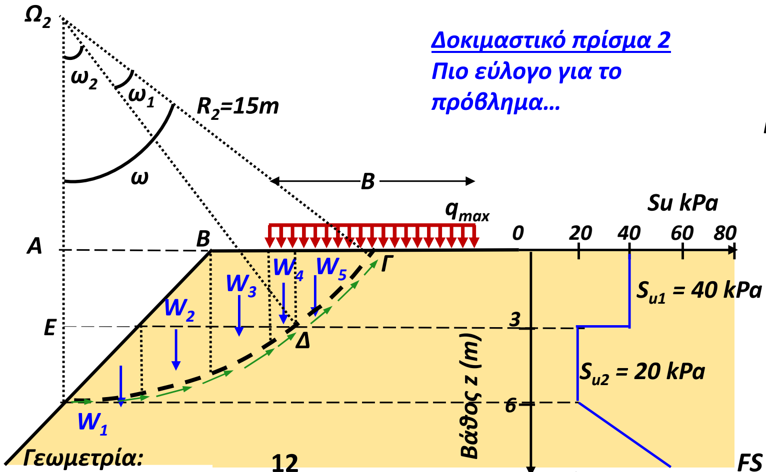
$$FS=\frac{10\cdot\left(40\cdot 0.477\cdot 10+20\cdot 2\cdot 0.45\cdot 10\right)}{q_{max}\cdot\frac{64}{2}+160\cdot 1+210\cdot 3.5+90\cdot 6-120\cdot 3-160\cdot 1}=\frac{3708}{q_{max}\cdot 32+915}$$

$$\xrightarrow{FS=1} q_{max}=\frac{3708-915}{32}=87.28\,kPa$$

β) Μέγιστη - οριακή φόρτιση q_{max} → Συντελεστής ασφαλείας = 1

$\boxed{\text{Κυκλική επιφάνεια αστοχίας} \rightarrow \text{Έλεγχος περιστροφής}}$

Δοκιμαστικό πρίσμα 2
Πιο εύλογο για το πρόβλημα…



Γεωμετρία:

Από τρίγωνο ΑΟΓ: $\tan\omega = \dfrac{12}{9} = 1.33 \rightarrow \omega = 0.927 rad$

Από τρίγωνο ΟΕΔ: $\tan\omega_2 = \dfrac{9}{12} = 0.75 \rightarrow \omega_2 = 0.644 rad$

$\omega_1 = \omega - \omega_2 = 0.283 rad$

<u>Μοχλοβραχίονας ως προς Ω_2</u>

$W_1 = \gamma \cdot E_1 = 20 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot 3 = 90 kN/m$	$x_{w1} = 2m$
$W_2 = \gamma \cdot E_2 = 240 kN/m$	$x_{w2} = 4.5m$
$W_3 = \gamma \cdot E_3 = 180 kN/m$	$x_{w3} = 7m$
$W_4 = \gamma \cdot E_4 = 70 kN/m$	$x_{w4} = 8.5m$
$W_5 = \gamma \cdot E_5 = 90 kN/m$	$x_{w5} = 2m$

Ποιες ροπές ασκούνται στην εδαφική μάζα που πάει να ολισθήσει?

Α) Ροπή ανατροπής λόγω της φόρτισης του θεμελίου

Β) Ροπή ανατροπής λόγω του βάρους της εδαφικής μάζας

Γ) Ροπή αντίστασης από τη διατμητική αντοχή της αργίλου

$$FS = \frac{\text{Ροπές που αντιστέκονται στην ανατροπή}}{\text{Ροπές που βοηθούν στην ανατροπή}} \longrightarrow$$

$$FS = \frac{R \cdot (Su_1 \cdot L_1 + Su_2 \cdot L_2)}{q_{max} \cdot \frac{B}{2} \cdot 10 + W_1 \cdot x_{w1} + W_2 \cdot x_{w2} + W_3 \cdot x_{w3} + W_4 \cdot x_{w4} + W_5 \cdot x_{w5}} =$$

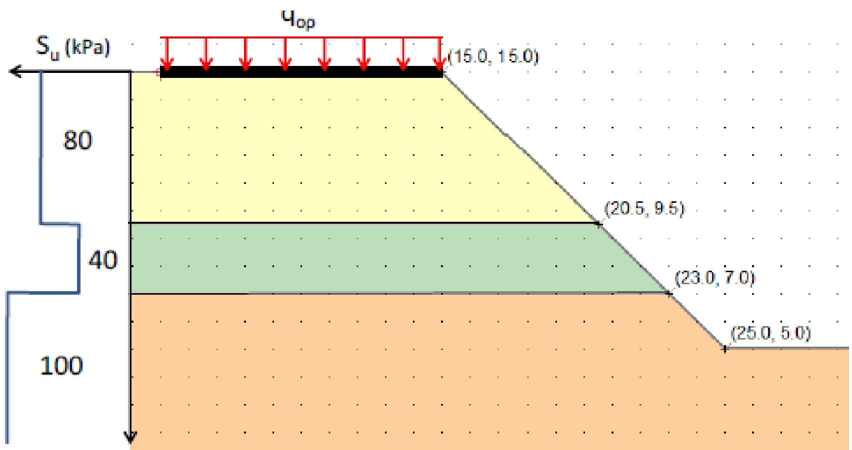
$$\frac{R \cdot (Su_1 \cdot \omega_1 \cdot R + Su_2 \cdot \omega_2 \cdot R)}{q_{max} \cdot \frac{B}{2} \cdot 10 + W_1 \cdot x_{w1} + W_2 \cdot x_{w2} + W_3 \cdot x_{w3} + W_4 \cdot x_{w4} + W_5 \cdot x_{w5}} =$$

$$\frac{15 \cdot (40 \cdot 0.283 \cdot 15 + 20 \cdot 0.644 \cdot 15)}{q_{max} \cdot 4 \cdot 10 + 90 \cdot 2 + 240 \cdot 4.5 + 180 \cdot 7 + 70 \cdot 8.5 + 90 \cdot 2} =$$

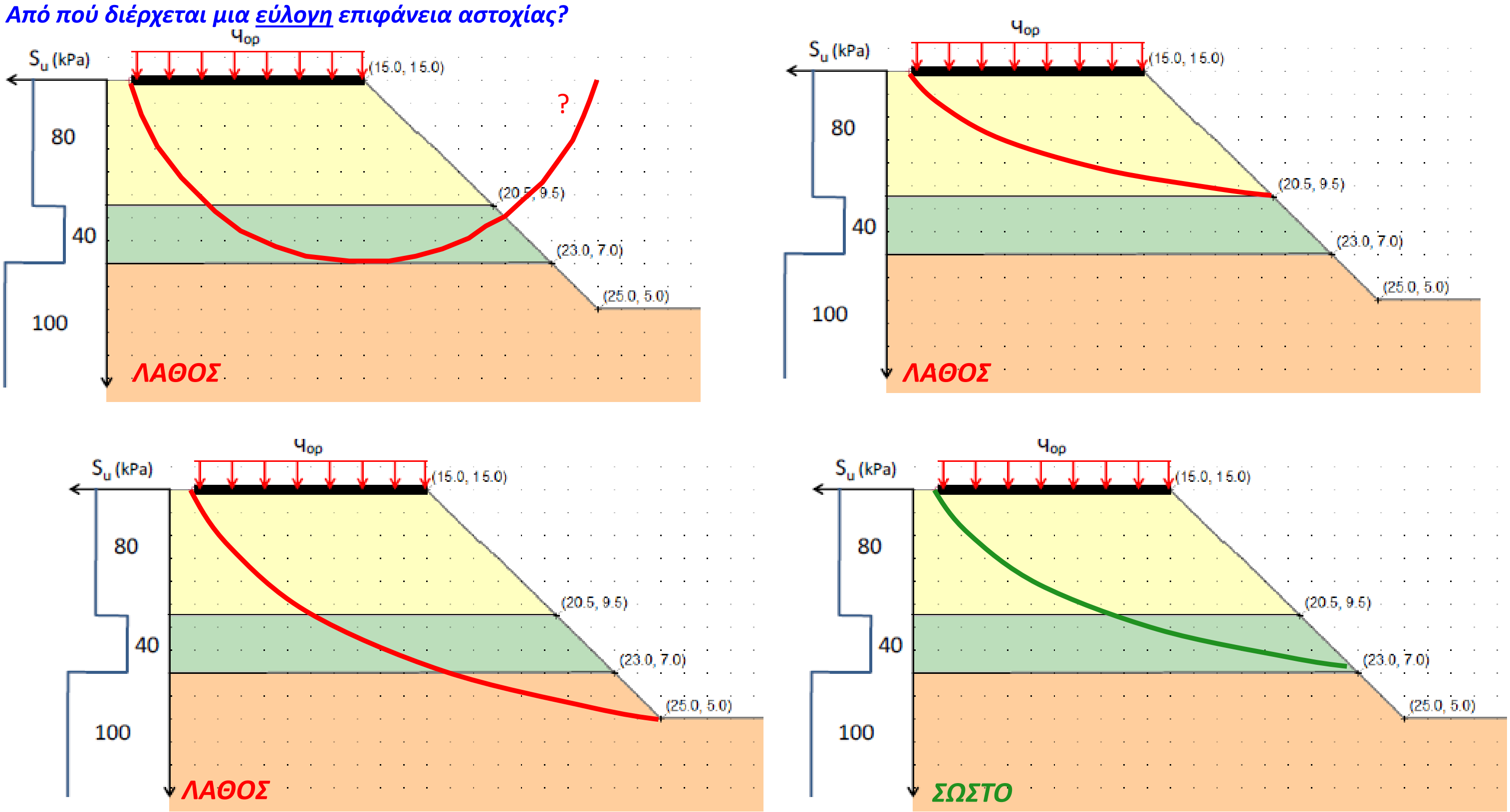
$$\xrightarrow{FS=1} q_{max} = \frac{5445 - 3295}{40} = 53.75 kPa$$

<u>Επιπλέον Άσκηση 1</u>

Δίνεται λωριδωτό θεμέλιο πλάτους 10 m το οποίο εδράζεται σε στρωσιγενές αργιλικό πρανές. Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή S_u είναι διαφορετική για κάθε στρώση και μεταβάλλεται με το βάθος από την επιφάνεια όπως δείχνεται στο Σχήμα (υπό κλίμακα). Το ειδικό βάρος του εδάφους είναι το ίδιο για όλες τις στρώσεις και ίσο με γ = 18 kN / m³. Να υπολογιστεί το οριακό φορτίο q_{op} (kPa) του θεμελίου για κυκλική επιφάνεια αστοχίας και για <u>εύλογο</u> δοκιμαστικό κέντρο κύκλου (Γραφική λύση: συνιστάται ως η μόνη πρακτικώς εφικτή στο λίγο χρόνο που διαθέτετε—όχι υποχρεωτική όμως).

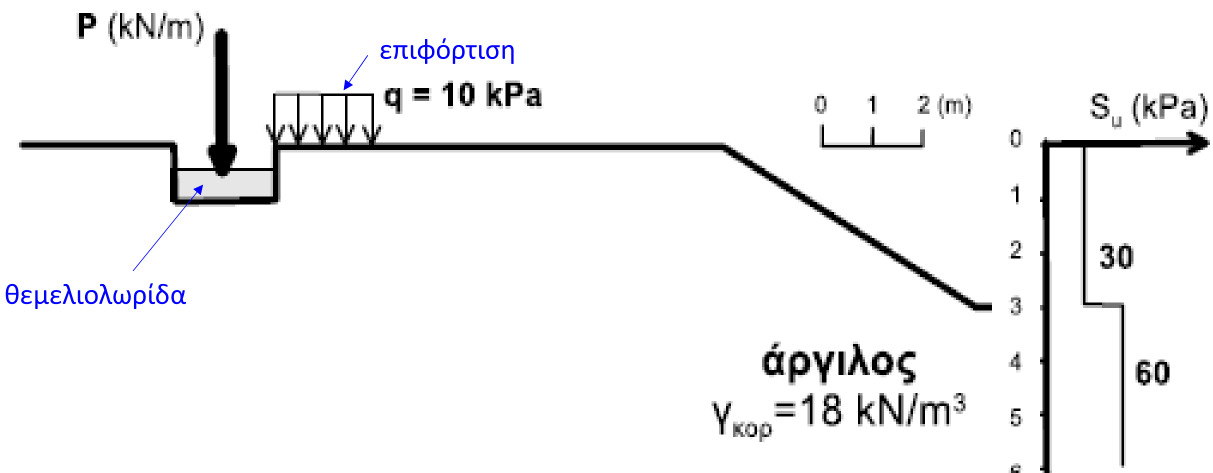


Από πού διέρχεται μια <u>εύλογη</u> επιφάνεια αστοχίας?



<u>Επιπλέον Άσκηση 2</u>

Άκαμπτη θεμελιο-λωρίδα πλάτους 2m (μηδενικού ίδιου βάρους) φέρει κεντρικά φορτίο ανωδομής P = 100 KN/m και εδράζεται σε βάθος 1m εντός κορεσμένης αργίλου με αστράγγιστη διατμητική αντοχή S_u που είναι συνάρτηση του βάθους από την επιφάνεια (βλέπε Σχήμα με κλίμακα). Το θεμέλιο έχει επιφανειακή επιφόρτιση q πλάτους 2m στη δεξιά πλευρά και βρίσκεται σε απόσταση 9m από τη στέψη μικρού πρανούς ύψους 3m και γωνίας κλίσης 31^o (ύψος/πλάτος = 3/5). Κάνοντας εύλογη και αιτιολογημένη παραδοχή για την επιφάνεια ολίσθησης του εδάφους και θεωρώντας οριακή ισορροπία, να εκτιμηθεί ο συντελεστής ασφαλείας έναντι φέρουσας ικανότητας του θεμελίου.



Αφού ζητείται η φέρουσα ικανότητα του θεμελίου ->
η εύλογη επιφάνεια ολίσθησης θα συμπαρασύρει το… θεμέλιο

Από πού διέρχεται μια <u>εύλογη</u> επιφάνεια αστοχίας?