

Μεταφορά διαλυμένου ρύπου σε κορεσμένο έδαφος: Μαθηματική περιγραφή

Βασικό ερώτημα:

Πού θα πάει ο ρύπος;

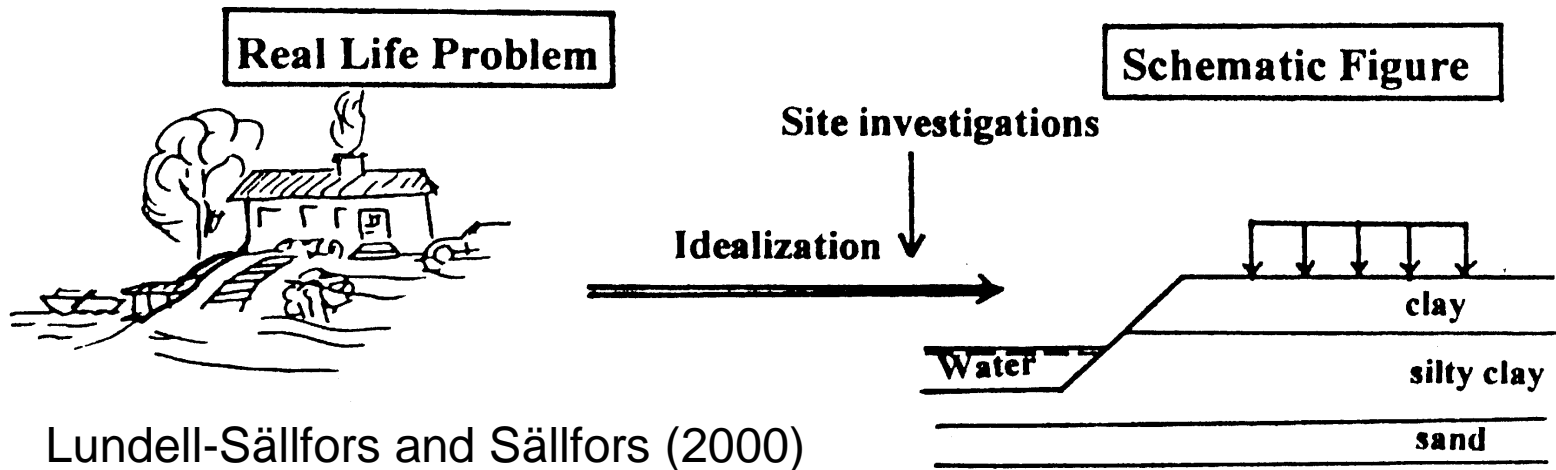
Παρουσίαση 3 από 4

Τρία λυμένα παραδείγματα
& μαθησιακοί στόχοι (έως τώρα)

Τρία ερωτήματα μεταφοράς

Που πρέπει να γίνουν «άσκηση»,
και να λυθεί η άσκηση για να
απαντηθεί το ερώτημα...

Ερώτημα → Άσκηση



Τι μπορώ να «πετάξω»;

Πού πρέπει να εστιάσω;

Ερώτημα → Άσκηση

Έχω κάποια λίγα στοιχεία

Πώς θα τα συμπληρώσω;

Το ερώτημα είναι διατυπωμένο με λόγια

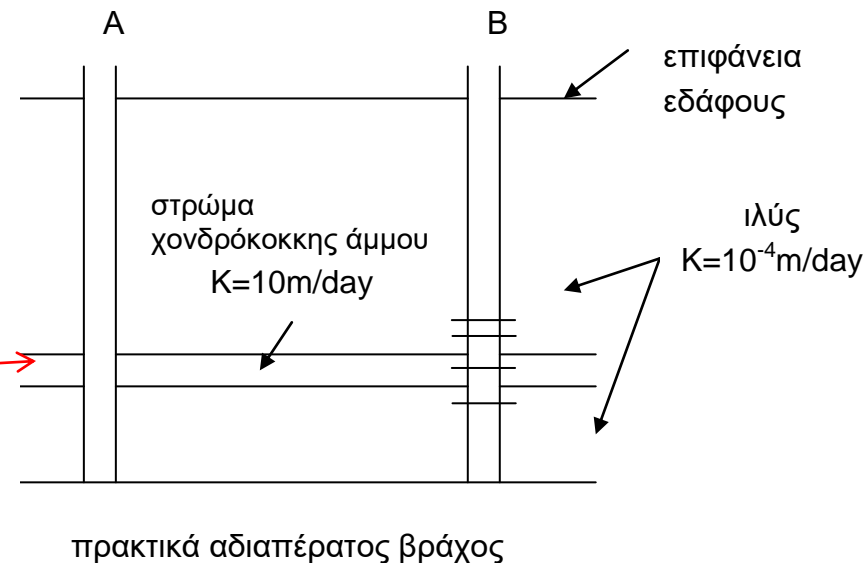
Πώς θα το μετατρέψω σε σχήμα;

1. Πόσο γρήγορα θα φτάσει ο ρύπος σε σημείο ενδιαφέροντος

- Διερευνητική γεώτρηση A διανοίγεται από λάθος διαμέσου της κορεσμένης ζώνης σε μια περιοχή ρυπασμένη με τριχλωροαιθέριο σε μη υδατική φάση
- Έτσι το τριχλωροαιθέριο βρίσκει εύκολη δίοδο μέσα από τη γεώτρηση και διηθείται έως το βραχώδες στρώμα
- **Δώστε μια συντηρητική** (σε αυτό το επίθετο, και σε αυτήν την άσκηση, **επανερχόμαστε με περισσότερη γνώση**) **εκτίμηση του χρόνου στον οποίο αναμένεται να επηρεαστεί πηγάδι B σε απόσταση 500 μέτρων στα κατάντη**

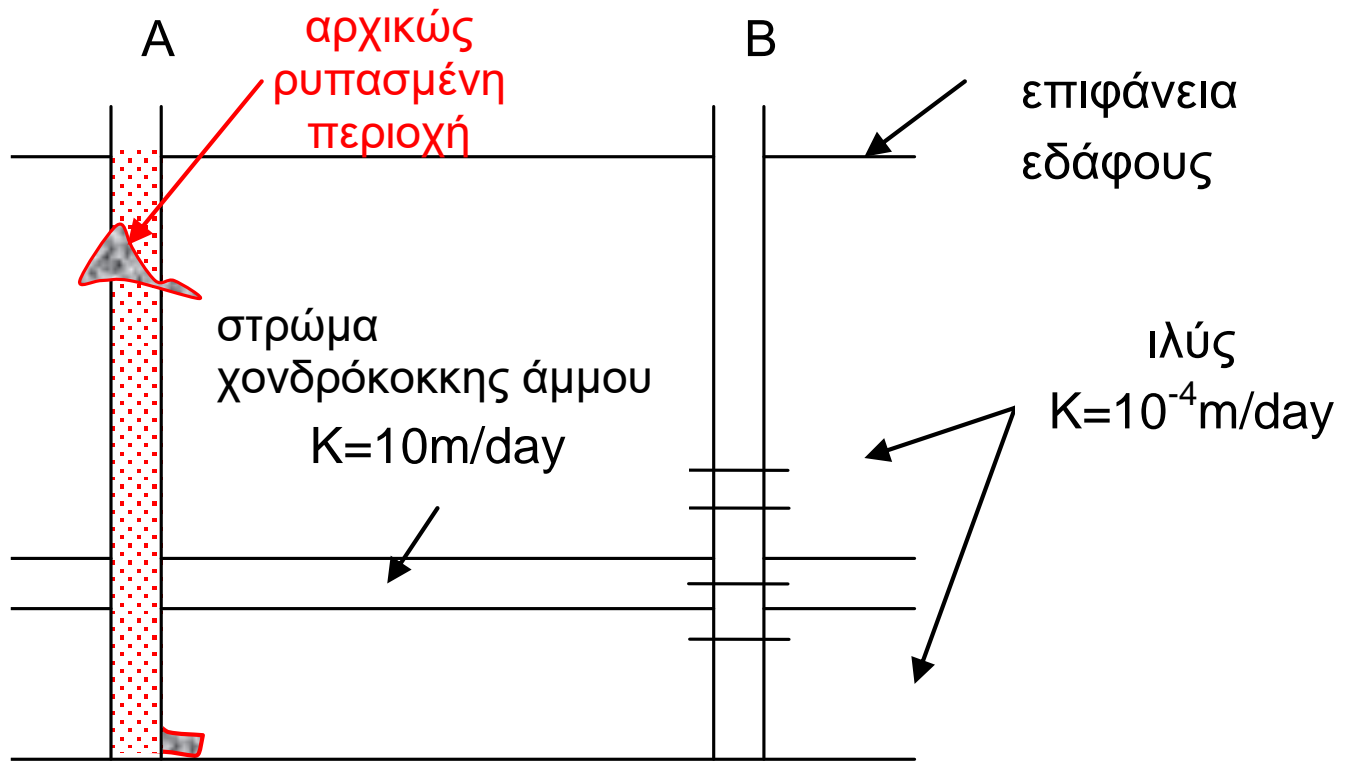
Επιπλέον στοιχεία:

- ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται πολύ κοντά στην επιφάνεια του εδάφους
- ο υδροφορέας αποτελείται κυρίως από ιλύ όπου παρεμβάλλεται συνεχές στρώμα άμμου
- η ροή του υπόγειου νερού είναι κυρίως οριζόντια με μέση υδραυλική κλίση 0.001.



Τι συμβαίνει εδώ;

- περιγράψω με σχήμα τις άμεσες συνέπειες του πρόβληματος



πρακτικά αδιαπέρατος βράχος

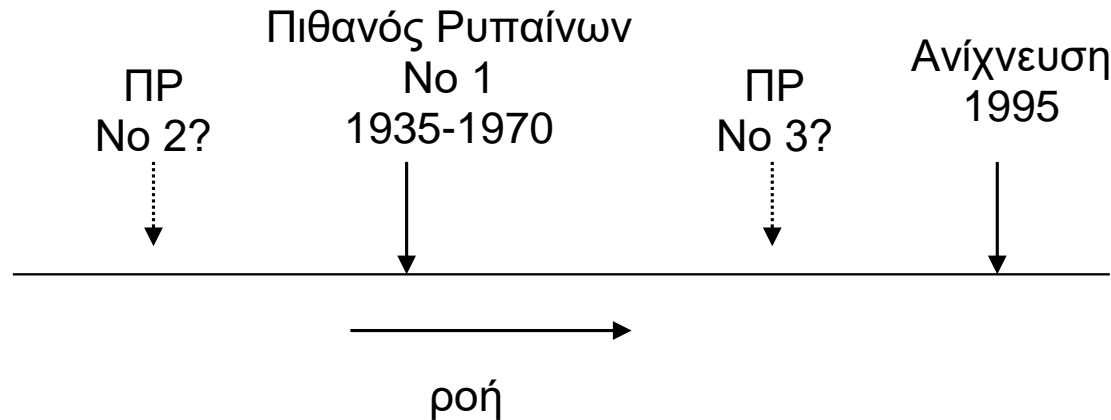
Ερώτημα: πότε θα επηρεαστεί το πηγάδι B;

Σύγκριση διαφορετικών λύσεων

- Σε προηγούμενη παρουσίαση, είδαμε:
 - τις παραδοχές στις οποίες στηρίχθηκε η επίλυση του 1D προβλήματος «με το χέρι», όπου λάβαμε υπόψη μόνο τον πρώτο όρο της λύσης της εξίσωσης μεταφοράς
 - τη διαφορά επίλυσης θεωρώντας μεταγωγή+διασπορά – μόνο μεταγωγή
- Στο αρχείο με τη λύση του προβλήματος επιπλέον συγκρίνονται:
 - αποτελέσματα της λύσης με τον ένα όρο και της πλήρους λύσης: υπολογίζουμε μικρότερο χρόνο άφιξης της ίδιας συγκέντρωσης με την πλήρη λύση
 - αποτελέσματα της 1D επίλυσης με αποτελέσματα από μια επίλυση 2D, για πηγή που εκτείνεται σε μεγάλο βάθος z , για διαρκώς μειούμενα πλάτη πηγής: όσο μικραίνει το πλάτος πηγής, τόσο μειώνεται η συγκέντρωση που φτάνει στη γεώτρηση B στον ίδιο χρόνο

2. Ποιος ο πιθανός ρυπαίνων; – συνηθισμένο πρόβλημα

- Στην προσπάθεια να αποδοθούν ευθύνες (για να μοιραστεί αντίστοιχα το κόστος αποκατάστασης) διερευνάται κατά πόσον ο «Πιθανός Ρυπαίνων Νο 1» μπορεί να ευθύνεται (αποκλειστικά) για ανίχνευση ρύπου στα κατάντη.



Άσκηση: ποια η επίπτωση στα κατόντη πιθανού ρυπαίνοντος;



Πιθανός ρυπαίνων - άσκηση

- Το 1995 ανιχνεύεται ρύπος σε δειγματοληπτικό φρέαρ σε συγκέντρωση 3500 $\mu\text{g/l}$
- Σε απόσταση 1830m ανάντη του φρέατος βρίσκεται εργοστάσιο – μπορεί να φταίει αυτό;
- Στοιχεία για τη λειτουργία του εργοστασίου (χαρακτηριστικά πηγής):
 - το εργοστάσιο λειτουργεί από το 1935
 - από το 1970 ελήφθησαν μέτρα ασφαλείας που καθιστούν ελάχιστα πιθανή τη διαρροή του ρύπου στο υπέδαφος
 - το χρονικό διάστημα 1935-1970 υποθέτουμε μια σταθερή, μέση συγκέντρωση ρύπου στο υπόγειο νερό στη θέση της πηγής ίση με $C_0 = 5000 \mu\text{g/l}$
- Δίνονται εκτιμήσεις για τις παραμέτρους ροής – μεταφοράς:

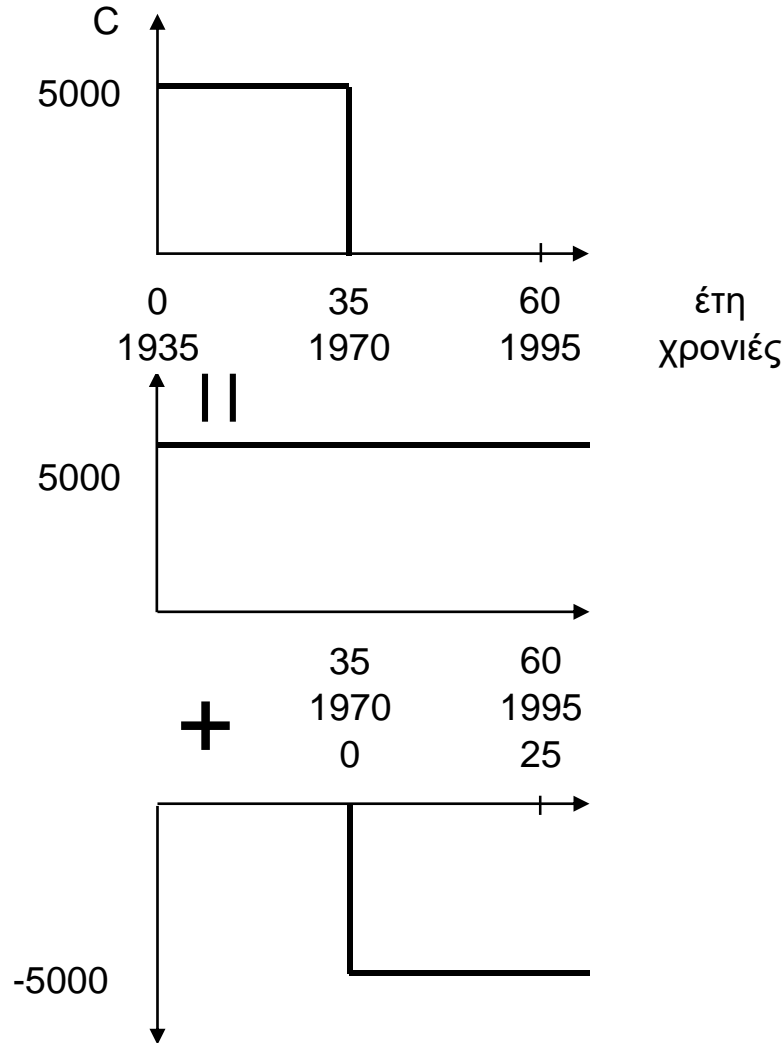
$$\bar{v}^* = \frac{\bar{v}}{R} = 0.21 \frac{m}{\eta\mu} = 78 \frac{m}{\epsilon\tau\omicron\varsigma}$$

$$D^* = \frac{D}{R} = 7 \frac{m^2}{\eta\mu} = 2543 \frac{m^2}{\epsilon\tau\omicron\varsigma}$$

Πιθανός ρυπαίνων 1: πηγή ρύπανσης πεπερασμένης διάρκειας



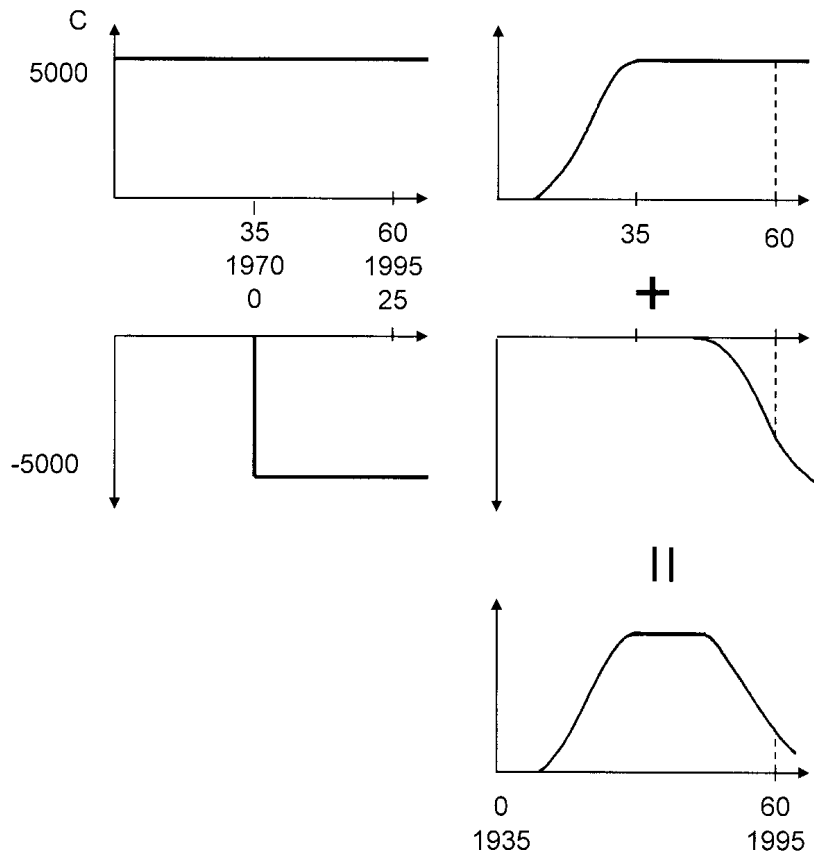
Ε: Πώς βρίσκω αναλυτικά την επίπτωση πηγής πεπερασμένης διάρκειας; Α: Θεωρώ επαλληλία



Μαθηματικό κόλπο: θεωρώ την κατανομή της συγκέντρωσης στην πηγή της ρύπανσης ως αποτέλεσμα επαλληλίας δύο πηγών

Λύση της διαφορικής εξίσωσης → Επαλληλία δύο λύσεων

Συγκέντρωση στην πηγή: επαλληλία δύο πηγών



Συγκέντρωση στο πεδίο σε απόσταση 1830m από την πηγή: επαλληλία δύο λύσεων

3. Διαρροή ΤCE – το ερώτημα

- Μετά από ατύχημα, ρύπος (τριχλωροαιθέριο διαλυμένο στο νερό) διαρρέει σε ταμιευτήρα. Υπάρχει ανησυχία για το πόσο γρήγορα θα επηρεαστεί κανάλι στα κατόντη αν δεν ληφθούν μέτρα.

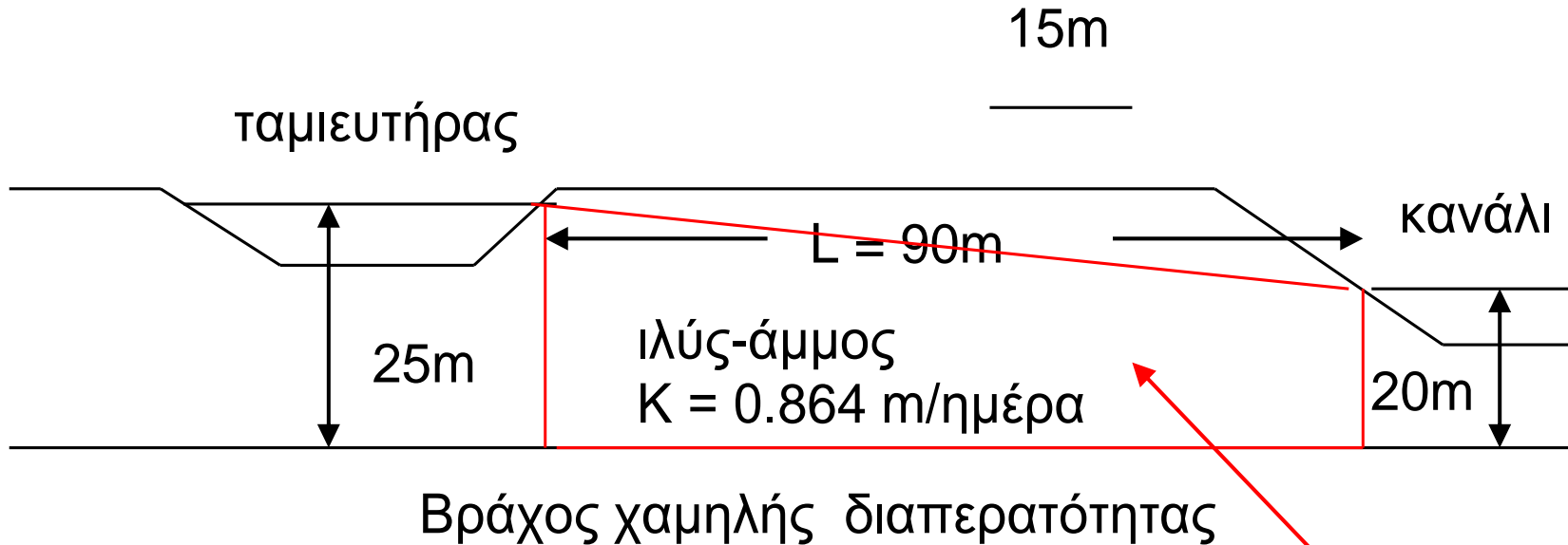


Από ερώτημα σε άσκηση: τι μπορώ να «πετάξω;» – πού πρέπει να εστιάσω;

Μήπως μπορώ να κάνω κάποιες απλοποιήσεις; Να προσεγγίσω κάτι; Να αγνοήσω κάτι;

- **Να απλοποιήσω ή να αγνοήσω κάποιο φαινόμενο;**
- Να προσεγγίσω/εκτιμήσω/αγνοήσω κάποια παράμετρο;
- **Να αγνοήσω κάποια μεταβολή μιας μεταβλητής** (π.χ. ως προς το χρόνο, ως προς μία κατεύθυνση του χώρου);
- Να αγνοήσω κάποια περιοχή;
- **Να απλοποιήσω τη γεωμετρία;** (βλέπε και απλοποίηση μεταβλητής)
- **Να απλοποιήσω κάποια μαθηματική σχέση;**
- Να απλοποιήσω τη μέθοδο επίλυσης;

3. Διαρροή TCE – το μοντέλο ροής



το πεδίο ροής που θεωρώ για την επίλυση της άσκησης

3. Διαρροή TCE – η άσκηση

- Η διαρροή ενός ρύπου (τριχλωροαιθένιου διαλυμένου στο νερό) έχει μόλις αρχίσει από ταμιευτήρα. Υποθέτοντας σταθερό ρυθμό διαρροής (με σταθερή συγκέντρωση στον ταμιευτήρα ίση με C_0), πορώδες του εδαφικού στρώματος 0,3, συντελεστή διάχυσης (σε διάλυμα) $2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, και συντελεστή διαμήκους μηχανικής διασποράς $\alpha_L = 1 \text{ m}$, απαντήστε στα εξής:
 - (α) Ποιος είναι ο χρόνος άφιξης στο κανάλι συγκέντρωσης ίσης με $0,5C_0$;
 - (β) Πότε θα είναι η συγκέντρωση ίση με $0,01C_0$ στο ίδιο σημείο που θεωρήσατε στο ερώτημα (α);
 - (γ) Πώς αλλάζει η απάντηση στα ερωτήματα (α) και (β) αν $\alpha_L = 0,1 \text{ m}$;

Απλοποιήσεις

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

- Υποθέτω μονοδιάστατη ροή μεταξύ ταμιευτήρα-καναλιού (ροή μόνο στον οριζόντιο, x άξονα), αγνοώντας την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ – ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΠΟΥ ΜΕ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ

- Θεωρώ ότι έχω ροή κυρίως = μόνο στο εδαφικό υλικό, δηλ. όχι στον βράχο
- Για να προσδιορίσω το μήκος ροής, θεωρώ τη μικρότερη απόσταση μεταξύ ταμιευτήρα-καναλιού (παραδοχή υπέρ της ασφάλειας – γιατί;), $L = 90\text{m}$

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

- Αγνοώ ρόφηση, δηλαδή $K_p = 0$ και $R = 1$ (παραδοχή υπέρ της ασφάλειας– γιατί;)

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΜΕΤΑΓΩΓΗΣ – ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

- Ελέγχω $\frac{vx}{D} = \frac{0,16 \cdot 90}{0,16} = 90 \approx 100$ Άρα μπορώ να αγνοήσω τον δεύτερο όρο.

Επίλυση άσκησης ροής

Καθορίζω το πεδίο ροής (κόκκινο τραπέζιο)

$$i = \Delta H / \Delta L = 25\text{m} - 20\text{m} / 90\text{m} = 0,055$$

$$v = K i = 0,864 \text{ m} / \text{ημέρα} \times 0,055 = 0,048 \text{ m} / \text{ημέρα}$$

$$\bar{v} = v/n = 0,048 \text{ m} / \text{ημέρα} / 0,3 = 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα}$$

Η άσκηση μεταφοράς

- Θα χρησιμοποιήσω τη λύση της εξίσωσης μεταγωγής-διάχυσης/διασποράς, για συνοριακές συνθήκες (1) $C = C_0$, $x = 0$, $t \geq 0$, (2) $C = 0$, $t = 0$, $x > 0$, (3) $C = 0$, $t \geq 0$, $x = \infty$, όπου C_0 είναι η συγκέντρωση στον ταμιευτήρα:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{\bar{v}x}{D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x + \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right) \right\} (1)$$

- Δύο είναι οι βασικές παράμετροι που πρέπει να υπολογίσω, η μέση γραμμική ταχύτητα κίνησης του υπόγειου νερού, ή ταχύτητα μεταγωγής \bar{v} , και ο συντελεστής υδροδυναμικής διασποράς D .

Υπολογισμός παραμέτρων μεταφοράς

- Υπολογισμός συντελεστή διάχυσης/διασποράς

$$D = \alpha_L \bar{v} + D_e = 1\text{m} \times 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} + 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα} = 0,16 \text{ m}^2 / \text{ημέρα}$$

$$D_e = \omega D_\delta = 0,7 \times 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} = 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα}$$

Εκ των υστέρων (δηλ. αφού κάνω τις πράξεις), βλέπω ότι θα μπορούσα να είχα αγνοήσει τη διάχυση στο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Υπολογισμός χρόνων άφιξης συγκέντρωσης $0,5C_0$ και $0,01C_0$

(α) Επειδή ο όρος $\frac{\bar{v}x}{D}$ είναι αρκετά μεγάλος, ο χρόνος άφιξης της $C/C_0 = 0,5$ είναι περίπου ίσος με το χρόνο άφιξης ρύπου λόγω μεταγωγής. Άρα,

$$t = L / \bar{v} = 90 \text{ m} / 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} = 563 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,5 \text{ χρόνια}}$$

$$(\beta) C/C_0 = 0,01 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,16t}}$$

$$\text{Για } \operatorname{erfc} = 0,02 \rightarrow \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,16t}} \approx 1,65 \Rightarrow t = 398 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,1 \text{ χρόνια}}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Λύνω τη δευτεροβάθμια εξίσωση για τη μεταβλητή $T = \sqrt{t}$

Αν αγνοήσω την υδροδυναμική διασπορά δεν κάνω μια συντηρητική υπόθεση!

Τι γίνεται για μικρότερη διασπορά;

$$\begin{aligned}(\gamma) D &= \alpha_L \bar{v} + D_e = 0,1\text{m} \times 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} + 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα} \\ &= 0,016 \text{ m}^2 / \text{ημέρα}\end{aligned}$$

$$C/C_0 = 0,01 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,016t}}$$

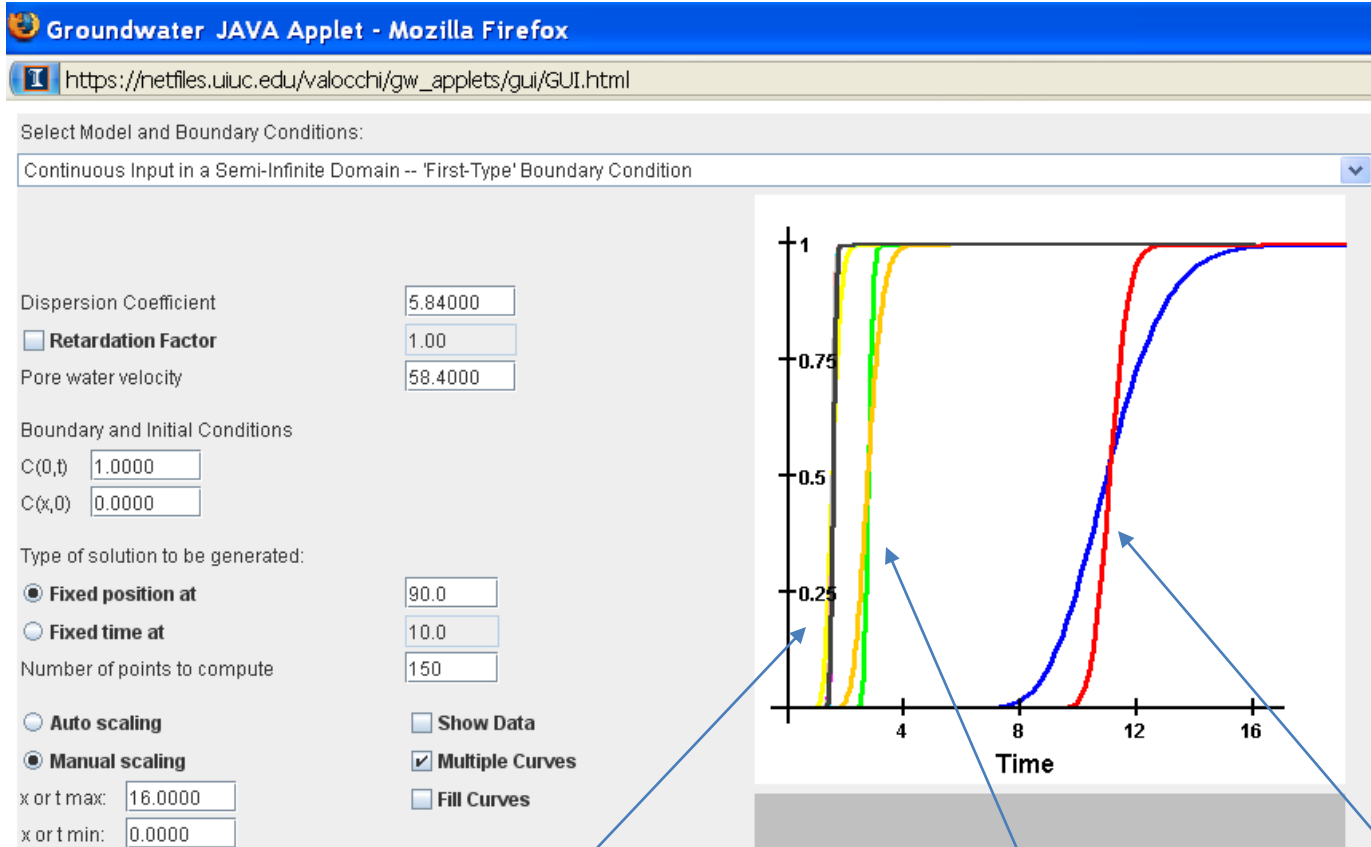
$$\text{Για } \operatorname{erfc} = 0,02 \rightarrow \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,016t}} \approx 1.65 \Rightarrow t = 504 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,4 \text{ χρόνια}}$$

Ο ρύπος καθυστερεί να φτάσει = η ίδια συγκέντρωση φτάνει στο ίδιο σημείο σε μεγαλύτερο χρόνο!

Επίδραση παραμέτρων

- Με τη βοήθεια της εκπαιδευτικής εφαρμογής, διερευνώ την επίδραση της υδροδυναμικής διασποράς D και του συντελεστή διαχωρισμού K_p . Όπως φαίνεται στην επόμενη διαφάνεια:
 - η αύξηση συντελεστή διαχωρισμού K_p επιβραδύνει σημαντικά την εξάπλωση του ρύπου (γι' αυτό προτιμάμε διαρροή ρύπου με μικρή κινητικότητα, δηλ. μεγάλο K_p)
 - μεγαλύτερη διασπορά σημαίνει πιο γρήγορη άφιξη μικρών συγκεντρώσεων και πιο αργή άφιξη μεγάλων συγκεντρώσεων
 - η επίδραση της διασποράς μεγεθύνεται όσο περνάει ο χρόνος (για ίδια τιμή συντελεστή διαμήκους μηχανικής διασποράς α_L , η καμπύλη της συγκέντρωσης δεν μετατοπίζεται απλώς παράλληλα, αλλά ταυτόχρονα «ανοίγει» κι όλας)

Επίδραση παραμέτρων ($D, K_p \rightarrow R$)



χωρίς υστέρηση: $K_p=0, R=1$

$K_p=1L/Kg, R=7.2$

$K_p=K_{oc} f_{oc}, f_{oc}=0.1\% \rightarrow K_p=0.13 L/Kg, R=1.8$

Με όσα έμαθα, τι μπορώ να κάνω; (ποιοι οι μαθησιακοί στόχοι έως τώρα;)

- Έως τώρα έχω μελετήσει μόνο τη λύση της μονοδιάστατης μεταφοράς
- Μπορώ να εκτιμήσω τη σχετική συμβολή των φαινομένων μεταφοράς για συγκεκριμένους συνδυασμούς ρύπων, εδαφών και χαρακτηριστικών πεδίων ροής & μεταφοράς
- Έχω εξοικείωση με αναζητήσεις στη βιβλιογραφία για τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος μεταφοράς
- Μπορώ να προτείνω τεκμηριωμένα τις τιμές των παραμέτρων που απαιτεί η επίλυση του προβλήματος μεταφοράς
- ...