Μεταφορά διαλυμένου ρύπου σε κορεσμένο έδαφος: Μαθηματική περιγραφή

Βασικό ερώτημα:

Πού θα πάει ο ρύπος;

Παρουσίαση 2 από 4

Μεταφορά λόγω μεταγωγής+διάχυσης+διασποράς

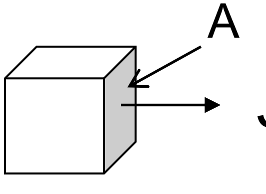
Ροή μάζας λόγω μεταγωγής

Ροή μάζας ρύπου J = Μάζα / (χρόνος × επιφάνεια)

= (όγκος × συγκέντρωση) / (χρόνος × επιφάνεια)

= (παροχή × συγκέντρωση) / (επιφάνεια)

- Για μονοδιάστατη ροή, η ταχύτητα Darcy είναι $v = Ki$
- Αν έχω μόνο μεταγωγή, η συγκέντρωση είναι παντού η ίδια στη ρυπασμένη περιοχή (σταθερή ταχύτητα, σταθερή πηγή)



$J = QC/A = vC$, C = συγκέντρωση

- Ίδια έκφραση για ροή ρευστού σε αγωγό ή πορώδες μέσο

Μεταφορά λόγω μεταγωγής, διάχυσης και διασποράς (1D)

- Τι αλλάζει σε σχέση με τη μεταφορά λόγω διάχυσης; Η έκφραση της ροής μάζας:

$$J_x = v_x \cdot C - nD\frac{\partial C}{\partial x}$$

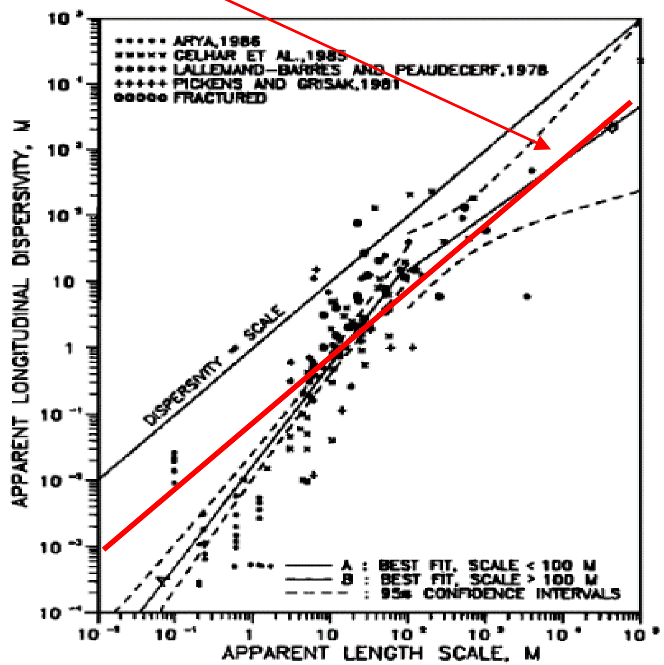
- Ο συντελεστής D εδώ εκφράζει το συνδυασμένο αποτέλεσμα της διάχυσης + διασποράς = συντελεστής υδροδυναμικής διασποράς
- Διάχυση = μοριακό φαινόμενο
- Διασπορά = μηχανικό φαινόμενο

Διαφορετικά φαινόμενα, ίδιο αποτέλεσμα (περαιτέρω εξάπλωση/αραίωση μάζας ρύπου), κοινός συντελεστής

Συντελεστής υδροδυναμικής διασποράς, D

- $D = D_{διάχυσης} + D_{μηχ.\ διασποράς} = D_e + \alpha_L \bar{v}$
- α_L= συντελεστής διαμήκους μηχανικής διασποράς, εξαρτάται από κλίμακα
  - συχνά λαμβάνεται = 0.1x (x = κλίμακα)

Συντελεστής διαμήκους μηχανικής διασποράς (υπολογισμένος από πειράματα μεταφοράς με ιχνηθέτες), m

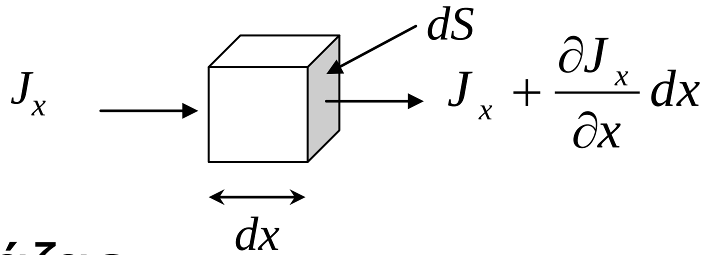


Κλίμακα προβλήματος, m

Fig. 2. Apparent longitudinal dispersivities versus scale of study excluding numerical model calibration results; second interpretation.

<u>Σχόλιο</u>: ίσως η πλέον αβέβαιη παράμετρος του προβλήματος μεταφοράς

Μεταφορά λόγω μεταγωγής, διάχυσης και διασποράς (1D)



- Ισοζύγιο μάζας

$$\frac{\partial (CndxdS)}{\partial t} + \frac{\partial (C_s \rho_d dxdS)}{\partial t} = J_x dS - \left(J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right) dS$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}\left(\frac{n}{n} + \frac{K_p \rho_d}{n} \right) = -\frac{v}{n}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{n}{n} D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\partial C}{\partial t}\frac{R}{R} = -\frac{\bar{v}}{R}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{D}{R}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

- Εξίσωση (μεταφοράς λόγω) μεταγωγής – υδροδυναμικής διασποράς

$$\boxed{D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \bar{v}^* \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t}}$$

Ερώτηση κατανόησης-μνήμης

- Όταν χρησιμοποιώ την εξίσωση μεταφοράς

$$\boxed{D^{*}\frac{\partial^{2}C}{\partial x^{2}}-\bar{v}^{*}\frac{\partial C}{\partial x}=\frac{\partial C}{\partial t}}$$

ποια παραδοχή κάνω για τη ρόφηση;

Λύση της εξίσωσης μεταφοράς-υδροδυναμικής διασποράς (1D)

- για αρχικά καθαρό πεδίο παντού πλην της πηγής: $C = 0 \quad x > 0, t = 0$
- για πεδίο καθαρό για πάντα σε άπειρη απόσταση: $C = 0, t \geq 0, x = \infty$
- για πηγή σταθερής συγκέντρωσης για πάντα: $C = C_o, x = 0, t \geq 0$

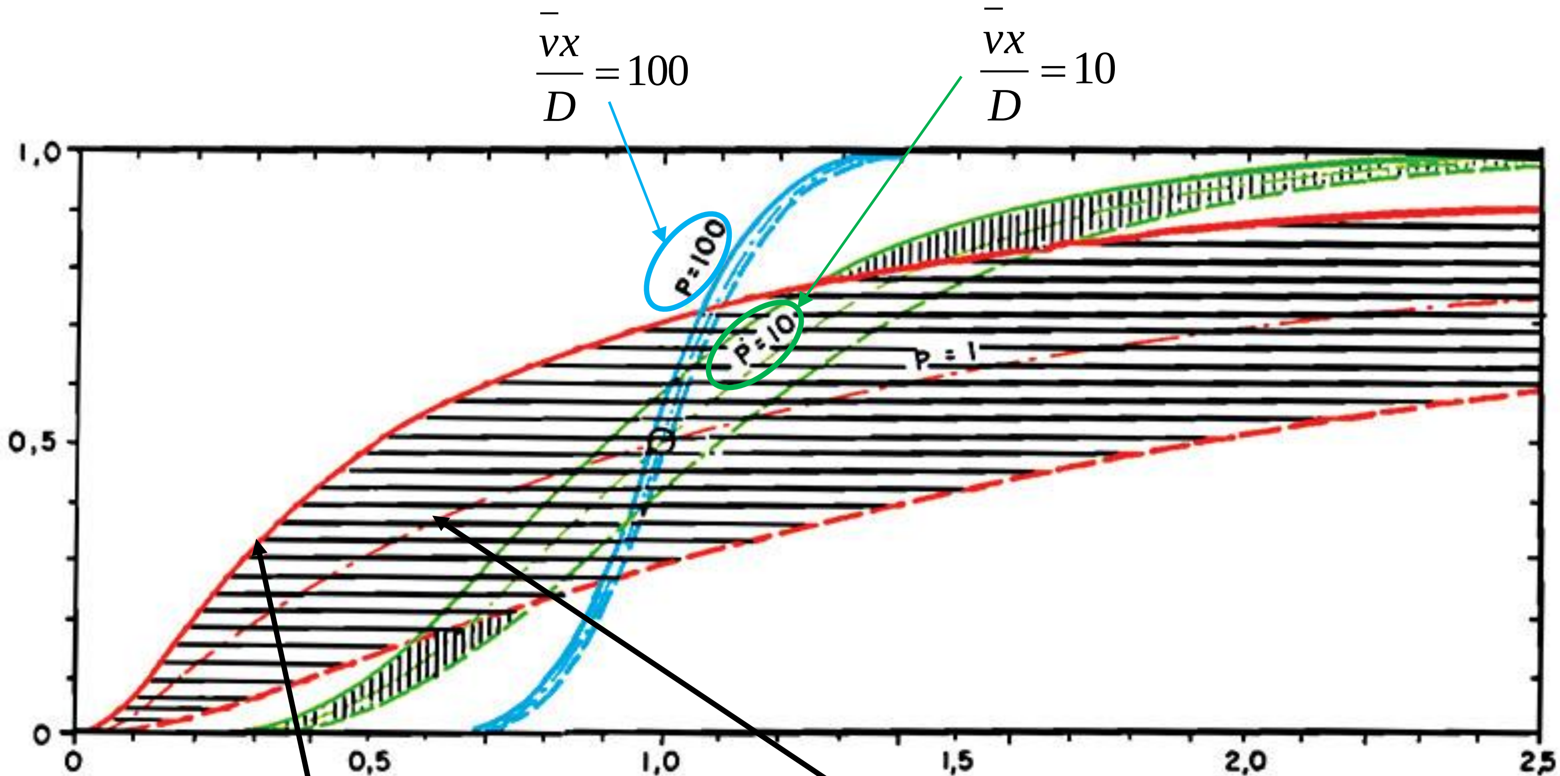
$$\frac{C(x,t)}{C_o} = \frac{1}{2}\left[erfc\left(\frac{x - \bar{v}^* t}{2\sqrt{D^* t}} \right) + e^{\frac{\bar{v}^* x}{D^*}} \cdot erfc\left(\frac{x + \bar{v}^* t}{2\sqrt{D^* t}} \right) \right]$$

- όταν: $\frac{\bar{v}x}{D} > 10 - 100$ (μεταγωγή σημαντική σε σχέση με υδρ. διασπορά)
  - μπορούμε να χρησιμοποιούμε μόνο τον πρώτο όρο της λύσης επειδή ο δεύτερος όρος της λύσης μπορεί να αγνοηθεί
  - η συγκέντρωση C/C_o=0.5 εμφανίζεται στον χρόνο άφιξης ρύπου λόγω μεταγωγής
- πόσο ρεαλιστικές είναι οι αρχικές και συνοριακές συνθήκες; Δηλ. ποια πραγματικά προβλήματα προσεγγίζουν ικανοποιητικά;
  - απολύτως ρεαλιστικές σε εδαφικές στήλες, όσο το μέτωπο του ρύπου απέχει αρκετά από τη διατομή εξόδου

Πόσο ρεαλιστική μπορεί να είναι η υπόθεση μονοδιάστατης (1D) μεταφοράς;

- Όσο και η υπόθεση 1D ροής;
  - είδαμε αρκετές περιπτώσεις ικανοποιητικής προσέγγισης της πραγματικότητας, ιδίως σε περιπτώσεις φυσικής ροής
- Όχι, λόγω διαφορετικής, συνήθως, γεωμετρικής σχέσης πεδίου μεταφοράς – διαστάσεων πηγής
  - ο ίδιος περιορισμός ισχύει πχ και για άντληση από πηγάδι, μόνον ως 2D πρόβλημα ροής μπορεί να θεωρηθεί
- Λύσεις 1D μεταφοράς δίνουν άνω όριο λύσης, καθώς οι διαστάσεις της πηγής νοούνται άπειρες στις άλλες δύο διαστάσεις ($\perp$ x)
- Οι λύσεις 1D μεταφοράς μας βοηθούν να καταλάβουμε τη σχετική συμβολή των φαινομένων

Όρια ισχύος απλοποίησης λύσης εξίσωσης μεταφοράς-υδροδυναμικής διασποράς



Σύγκριση **ακριβούς (2 όροι)-προσεγγιστικής λύσης (1 όρος)** εξίσωσης μεταγωγής-υδροδυναμικής διασποράς: αδιάστατος χρόνος = (χρόνος x ταχύτητα μεταγωγής)/ απόσταση (άξονας X) – λόγος συγκέντρωσης C/C_o (άξονας Y), από Sauty (1980)

Ερώτηση κατανόησης

- Με έμπνευση από το σχήμα της προηγούμενης διαφάνειας, συμπληρώστε το πιο κάτω διάγραμμα συγκεντρώσεων συναρτήσει του χρόνου για κάποια απόσταση από την πηγή $x \neq 0$, χωρίς ρόφηση (= χωρίς υστέρηση), λόγω
  - (α) μεταγωγής
  - (β) μεταγωγής + υδροδυναμικής διασποράς

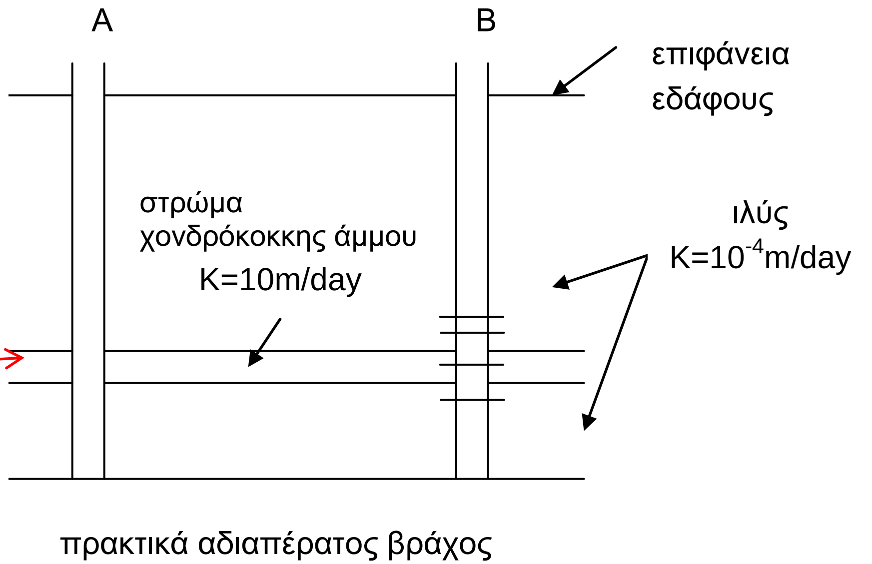
Ερώτηση κατανόησης

- Δύο ρύποι περιέχονται σε διάλυμα που διαρρέει στο υπόγειο νερό. Χρησιμοποιείτε την ίδια εξίσωση μεταφοράς για να προβλέψετε την εξάπλωσή τους στο υπόγειο νερό. Από τα πιο κάτω μεγέθη, σημειώστε ποια αναμένετε να είναι ίδια και ποια διαφορετικά στην εξίσωση που θα περιγράφει την εξάπλωση του κάθε ρύπου:
  - Χρονική διάρκεια πηγής Ίδια ☐ Διαφορετική ☐
  - Συγκέντρωση ρύπου στην πηγή Ίδια ☐ Διαφορετική ☐
  - Ταχύτητα μεταγωγής Ίδια ☐ Διαφορετική ☐
  - Συντελεστής υστέρησης Ίδιος ☐ Διαφορετικός ☐
  - Συντελεστής διάχυσης Ίδιος ☐ Διαφορετικός ☐
  - Συντελεστής μηχανικής διασποράς Ίδιος ☐ Διαφορετικός ☐
  - Χρόνος ημιζωής Ίδιος ☐ Διαφορετικός ☐

Θέμα παλιού διαγωνίσματος

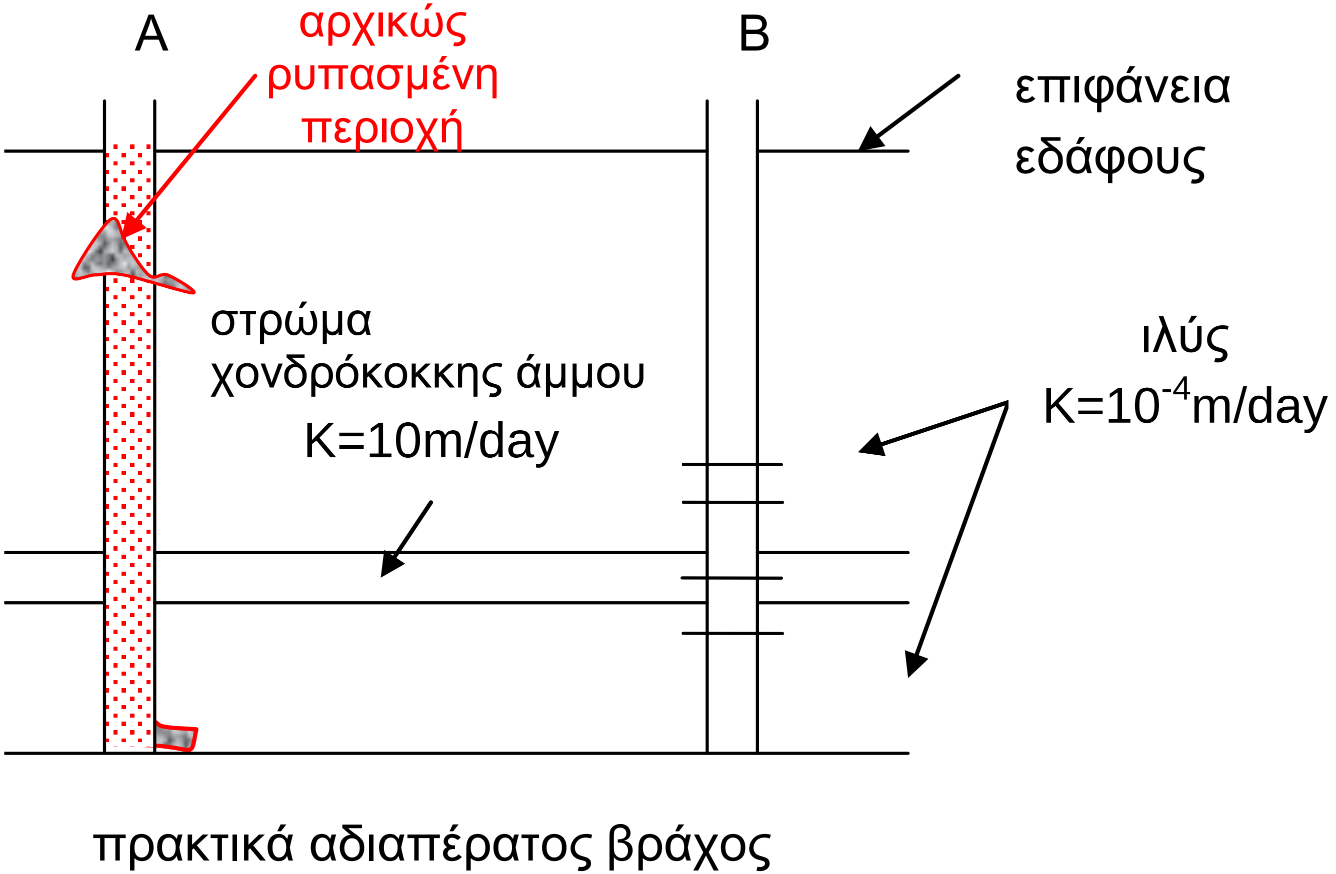
- Διερευνητική γεώτρηση Α διανοίγεται από λάθος διαμέσου της κορεσμένης ζώνης σε μια περιοχή ρυπασμένη με τριχλωροαιθένιο (TCE) σε μη υδατική φάση
- Έτσι το τριχλωροαιθένιο βρίσκει εύκολη δίοδο μέσα από τη γεώτρηση και διηθείται έως το βραχώδες στρώμα
- **Δώστε μια <u>συντηρητική</u>** (επανερχόμαστε σε αυτό το επίθετο τώρα που ξέρουμε περισσότερα) **εκτίμηση του χρόνου στον οποίον αναμένεται να επηρεαστεί πηγάδι Β** σε απόσταση 500 μέτρων στα κατάντη

Επιπλέον στοιχεία:
- ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται πολύ κοντά στην επιφάνεια του εδάφους
-ο υδροφορέας αποτελείται κυρίως από ιλύ όπου παρεμβάλλεται συνεχές στρώμα άμμου
- η ροή του υπόγειου νερού είναι κυρίως οριζόντια με μέση υδραυλική κλίση 0.001.



Τι συμβαίνει εδώ;

•περιγράφω με σχήμα τις άμεσες συνέπειες του πρόβληματος: η ρυπασμένη γεώτρηση θα δράσει ως πηγή ρύπανσης



Ερώτημα: πότε θα επηρεαστεί το πηγάδι B;

Αποφάσεις για να επιλυθεί το πρόβλημα

- Πότε θα επηρεαστεί το πηγάδι B; = πότε η συγκέντρωση στο πηγάδι B θα γίνει ίση με το όριο του TCE στο πόσιμο νερό (0.005 mg/l) ;
- Ήδη έχω αποφασίσει να ασχοληθώ με μεταφορά μόνο στην άμμο
- Αντιμετωπίζω τη γεώτρηση ως πηγή ρύπου με συγκέντρωση ίση με τη διαλυτότητα του TCE, C_o = 1100 mg/l
- Αποφάσεις υπέρ της ασφάλειας: αγνοώ τη ρόφηση, χρησιμοποιώ λύση για 1D μεταφορά
- Απόφαση «υπέρ ευκολίας»: χρησιμοποιώ την απλοποιημένη λύση με τον ένα όρο (απαραίτητο για λύση με το χέρι)

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} erfc\left[\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}}\right]$$

Διαδικασία επίλυσης

- Ρωτώ: για ποιον χρόνο t, σε απόσταση x=500m (δηλ. στη γεώτρηση B) η συγκέντρωση θα είναι C(500m,t)=0.005mg/l για C_o = 1100 mg/l στην πηγή;
- Πρακτική δυσκολία: το παραπάνω κλάσμα (C/C_o = 0.005/1100) είναι πολύ μικρό, εκτός των ορίων του πίνακα της συμπληρωματικής συνάρτησης σφάλματος, γι' αυτό υπολογίζω χρόνο για μια ελαφρώς μεγαλύτερη τιμή: C(500m,t)=0.011mg/l
- Έχω ήδη υπολογίσει ταχύτητα μεταγωγής για την άμμο, v_s=0.025m/d, υπολογίζω και τον συντελεστή υδροδυναμικής διασποράς αγνοώντας τη διάχυση, $D = \alpha_L \cdot v_s$, α_L = 0.1x = 0.1x500m=50m $\rightarrow$ $D = 1.25m^2/d$
- Ελέγχω αν μπορώ να αγνοήσω τον δεύτερο όρο της λύσης της εξίσωσης μεταφοράς (οριακά ναι) και βρίσκω τον χρόνο άφιξης συγκέντρωσης C=0.011mg/l t = 10.1 χρόνια

Υπενθύμιση: θεωρώντας μεταφορά μόνο λόγω μεταγωγής είχαμε βρει χρόνο άφιξης ρύπου t = 55 χρόνια.

Συμπερασματικά σχόλια

- Οι λύσεις της εξίσωσης μεταφοράς λόγω μεταγωγής και υδροδυναμικής διασποράς μπορούν να υπολογίσουν, για μια συγκεκριμένη απόσταση από την πηγή, τον χρόνο στον οποίο θα φτάσει μια συγκεκριμένη συγκέντρωση.
- Μικρές συγκεντρώσεις φθάνουν πιο γρήγορα. Γι' αυτό, ο υπολογισμός χρόνου άφιξης ρύπου λόγω μεταγωγής (= χρόνος άφιξης συγκέντρωσης $\cong$ ίσης με το ½ της συγκέντρωσης στην πηγή) δίνει μη συντηρητική εκτίμηση (δηλ. μεγαλύτερο χρόνο).

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Neuman, S.P. (1990). Universal Scaling of Hydraulic Conductivities and Dispersivities in Geologic Media, Water Resources Research, 26:8:1749-1758.
- Sauty, J.-P. (1980). An Analysis of Hydrodispersive Transfer in Aquifers, Water Resources Research, 16:1:145-158. Το συγκεκριμένο σχήμα έχει αναπαραχθεί με καλύτερη ευκρίνεια και από τον Fetter, C.W. (1999). Contaminant Hydrogeology, 2nd edition, MacMillan (Figure 2.9).