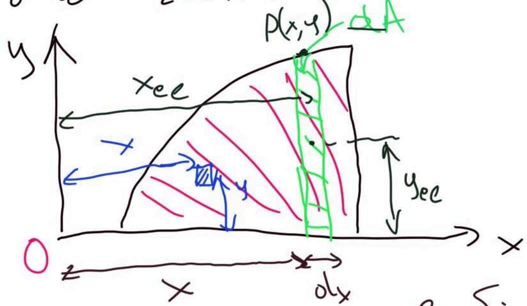
Μέθοδοι υπολογισμού των διπλών ολοκληρωμάτων για την εύρεση της θέσης του κεντροειδούς σχήματος στο επίπεδο



Το dA είναι το εμβαδόν κατακόρυφης λεπτής ορθογώνιας φέτας, που διατρέχει όλο το ύψος του χωρίου. Το κεντροειδές του dA βρίσκεται στη θέση

$$x_{el} = x \quad , \quad y_{el} = \frac{y}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{\int x\,dA}{A} \quad , \quad \bar{y} = \frac{\int y\,dA}{A}$$

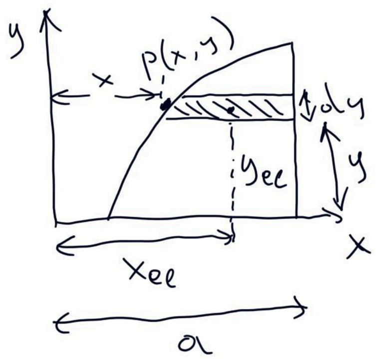
$$\int_A x\,dA = \iint_A x\,dA \qquad dA = dx\,dy$$

Μπορούμε να επιλέξουμε εναλλακτικά dA για απλοποίηση της ολοκλήρωσης

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι

$$dA = y\,dx$$

Το ~~.....~~ διπλό ολοκλήρωμα γίνεται απλό ως προς x, διότι γνωρίζω την εξίσωση της καμπύλης $y = y(x)$



Οι θέσεις του κεντροειδούς της οριζόντιας λωρίδας

$$\bar{x}_{el} = \frac{a+x}{2}$$

$$\bar{y}_{el} = y$$

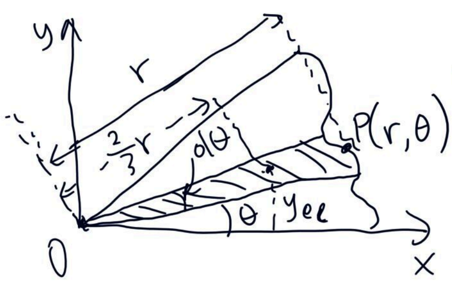
$$dA = (a-x)\,dy$$

Η λωρίδα σαρώνει την επιφάνεια κατά την κατακόρυφη διεύθυνση

$$\bar{x} = \frac{\int x_{el}\,dA}{A}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y_{el}\,dA}{A}$$

Τα δεξιά μέλη περιέχουν απλά ολοκληρώματα



Θεωρώ στοιχειώδες τρίγωνο (στοιχειώδους εμβαδού dA) που σαρώνει, περιστρεφόμενο γύρω από την κορυφή του O, την επιφάνεια

$$x_{el} = \frac{2}{3} r\cos\theta$$

$$y_{el} = \frac{2}{3} r\sin\theta$$

$$dA = \frac{1}{2}(r\,d\theta)r$$

$$= \frac{1}{2}\big(r(\theta)r(\theta)\big)d\theta$$