Άσκηση 7

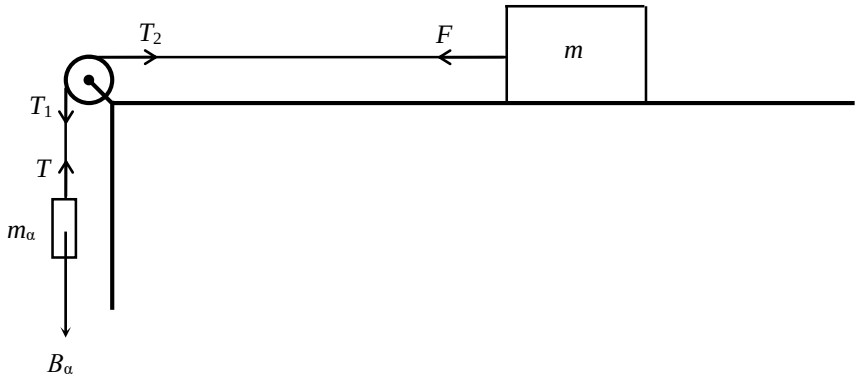
Μελέτη των νόμων της κίνησης με τη χρήση αεροτροχιάς

7.1. Σκοπός

Στην παρούσα άσκηση θα μελετηθούν και θα επιβεβαιωθούν πειραματικά ο 2ος νόμος του Νεύτωνα και η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

7.2. Γενικά

Στο **πρώτο πείραμα** θα ελεγχθεί πειραματικά ο 2ος νόμος του Νεύτωνα, μελετώντας την κίνηση ενός σώματος με μάζα m σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση μιας σταθερής δύναμης F, όπως φαίνεται στο Σχ. 7.1.



Σχήμα 7.1. Η διάταξη για τη μελέτη του 2ου νόμου του Νεύτωνα

Η εξωτερική δύναμη που ασκείται στο σύστημα είναι το βάρος της μάζας m_α οπότε, μέσω του νήματος, στη μάζα m ασκείται δύναμη F. Με βάση τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την επιτάχυνση γ και την κίνηση των μαζών m και m_α, δηλαδή $F = m\gamma$ και $B_\alpha - T = m_\alpha \gamma$, αντίστοιχα, καταλήγουμε (βλ. Παράρτημα, στο τέλος της άσκησης) στην ακόλουθη σχέση για την επιτάχυνση του συστήματος:

$$\gamma = \frac{1}{\frac{m_\tau}{2} + m + m_\alpha} \cdot B_\alpha \qquad (7.1)$$

όπου m_τ είναι η μάζα του δίσκου της τροχαλίας.

Για διάφορες τιμές της δύναμης B_α θα μετρηθεί η επιτάχυνση γ, όταν η ποσότητα $m + m_\alpha$ διατηρηθεί σταθερή. Η επιτάχυνση θα υπολογιστεί από τις μέσες ταχύτητες v_1 και v_2 που έχει το σώμα m σε δύο σημεία Α και Β της τροχιάς του, καθώς και από τον χρόνο κίνησης t_3 μεταξύ αυτών των δύο σημείων. Οι μέσες ταχύτητες v_1 και v_2 θα υπολογιστούν από τους χρόνους t_1 και t_2 που χρειάζεται το σώμα, μήκους L, για να διέλθει από τα σημεία Α και Β, αντίστοιχα. Αν ο νόμος ισχύει, τότε αναμένουμε η σχέση μεταξύ των γ και B_α να είναι γραμμική, με συντελεστή αναλογίας ίσο με $1/(m_\tau/2 + m + m_\alpha)$.

Στο **δεύτερο πείραμα** θα ελεγχθεί πειραματικά η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για ένα σώμα μάζας m που κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο. Θα μετρηθούν οι

ταχύτητες v_1 και v_2 του σώματος σε δύο σημεία της τροχιάς του, με γνωστή διαφορά ύψους Δh, ώστε να συγκριθεί η αύξηση της κινητικής ενέργειας

$$\Delta E_{\kappa} = \frac{1}{2}\, m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 \tag{7.2}$$

με την αντίστοιχη ελάττωση της δυναμικής ενέργειας

$$\Delta U = mg\Delta h \tag{7.3}$$

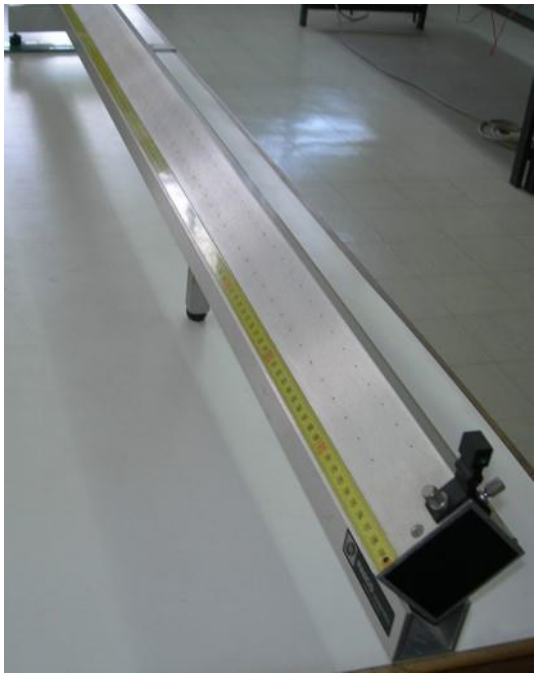
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, αναμένουμε ότι θα ισχύει

$$\Delta E_{\kappa} = \Delta U \tag{7.4}$$

Παρότι οι νόμοι που θα εξεταστούν αποτελούν δύο από τους σημαντικότερους νόμους της φυσικής, η πειραματική επιβεβαίωσή τους δεν είναι απλή υπόθεση. Η ύπαρξη τριβών δυσχεραίνει τη μελέτη της κίνησης των σωμάτων, καθώς αυτές προκαλούν απώλειες στην ενέργειά τους που δεν μπορούν να υπολογιστούν εύκολα, συνεπώς η πειραματική διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να περιορίζει τις τριβές στο ελάχιστο.

7.3. Πειραματική διάταξη

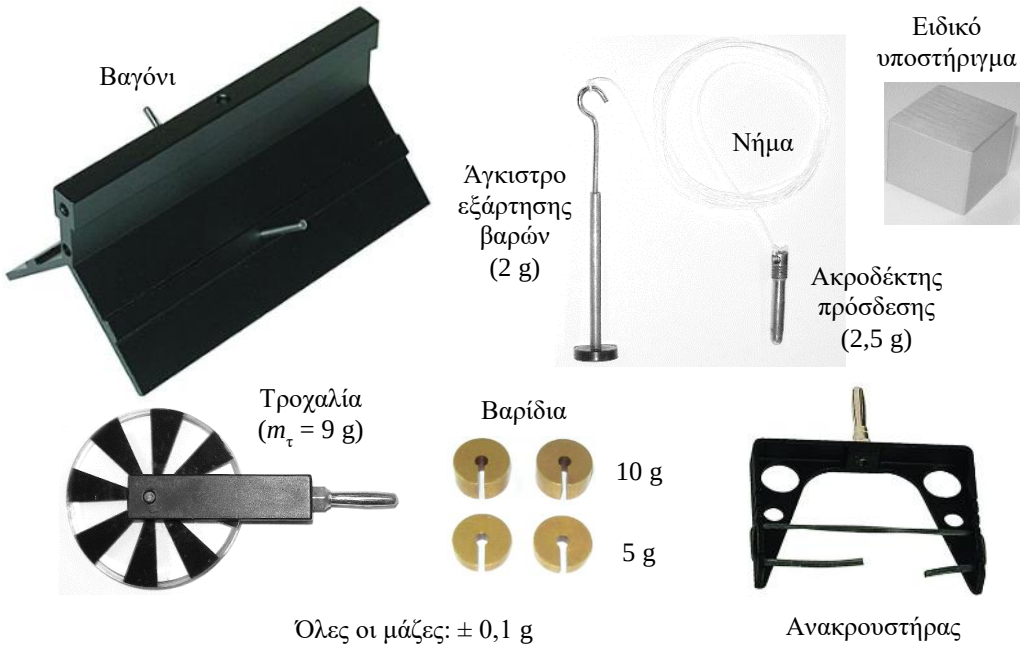
Η πειραματική διάταξη της άσκησης αποτελείται από μία αεροτροχιά (Σχ. 7.2), με τα διάφορα εξαρτήματά της (Σχ. 7.3), και δύο φωτοπύλες για την αυτόματη μέτρηση του χρόνου, η μία από τις οποίες διαθέτει χρονόμετρο και μνήμη.



Σχήμα 7.2. Η αεροτροχιά

Η **αεροτροχιά** είναι ένας ευθύς αλουμινένιος σωλήνας, μήκους 2 m, με ορθογώνια διατομή και με πολλές μικρές οπές στις δύο πάνω πλευρές του ώστε μέσα από αυτές να διέρχεται ένα σταθερό ρεύμα αέρα, προερχόμενο από ειδική διάταξη που τροφοδοτεί το ένα άκρο της. Με την κατάλληλη παροχή αέρα, ειδικά βαγόνια μπορούν να αιωρούνται και να κινούνται πάνω στην αεροτροχιά με ελάχιστη τριβή. Τα βαγόνια είναι κατασκευασμένα από μαύρο ανοδιωμένο αλουμίνιο και η μάζα τους αναγράφεται στην επιφάνειά τους. Η διάταξη είναι κατασκευασμένη έτσι ώστε μετά από 5 min τροφοδοσίας η αεροτροχιά να είναι οριζόντια με ακρίβεια ± 0,04 mm. Στις δύο πάνω πλευρές της αεροτροχιάς υπάρχει κολλημένη μετρητική ταινία για να προσδιορίζεται η θέση των βαγονιών.

Καθώς η αιώρηση των βαγονιών γίνεται με διάκενο της τάξης 0,1 mm, χρειάζεται ιδιαίτερη **προσοχή** ώστε να μην χτυπηθούν και χαραχθούν οι πάνω πλευρές της αεροτροχιάς ή τα βαγόνια, γιατί κάθε τέτοια παραμόρφωση παρεμποδίζει την ελεύθερη κίνηση των βαγονιών. Επιπλέον, η παροχή αέρα πρέπει να είναι τέτοια ώστε ένα βαγόνι μόλις να αιωρείται πάνω στην αεροτροχιά και να μην μετακινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης.



Σχήμα 7.3. Τα εξαρτήματα της αεροτροχιάς.

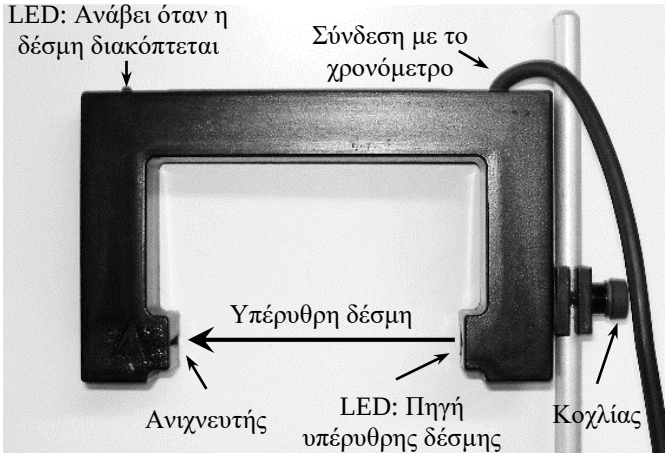
Η μέτρηση των χρόνων θα πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια δύο **φωτοπυλών** (Σχ. 7.4): την κύρια, όπου είναι ενσωματωμένο ένα ηλεκτρονικό χρονόμετρο, και τη βοηθητική, η οποία συνδέεται με το χρονόμετρο μέσω μιας ειδικής εισόδου που βρίσκεται στο πλάι της κύριας.



Σχήμα 7.4. Η κύρια φωτοπύλη με το χρονόμετρο και η βοηθητική φωτοπύλη.

Η αρχή λειτουργίας της φωτοπύλης φαίνεται στο Σχ. 7.5. Μια πηγή υπέρυθρου φωτός (LED), που βρίσκεται στον έναν κατακόρυφο βραχίονα της φωτοπύλης, εκπέμπει λεπτή υπέρυθρη δέσμη που ανιχνεύεται από έναν ανιχνευτή στον απέναντι βραχίονα, ο οποίος με τη σειρά του, μέσω ενός ηλεκτρικού σήματος που παράγει, πληροφορεί τη μονάδα χρονομέτρησης για τη λήψη της δέσμης. Όταν στην πορεία της δέσμης παρεμβληθεί κάποιο αντικείμενο, τότε το σήμα του ανιχνευτή μηδενίζεται και η χρονομέτρηση ξεκινά.

Καθώς η υπέρυθρη δέσμη είναι αόρατη, προς διευκόλυνση του πειραματιστή, στο πάνω μέρος της φωτοπύλης υπάρχει δεύτερη πηγή LED, η οποία εκπέμπει ορατό φως κόκκινου χρώματος όταν η υπέρυθρη δέσμη είναι φραγμένη.



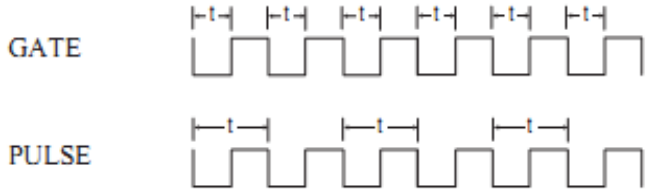
Σχήμα 7.5. Η λειτουργία της φωτοπύλης.

Η διακοπή της χρονομέτρησης μπορεί να γίνει με τρεις διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με τις ανάγκες του πειράματος, με τη βοήθεια ενός επιλογέα-διακόπτη στο χρονόμετρο της κύριας φωτοπύλης (Σχ.7.6):

α) Λειτουργία GATE: η χρονομέτρηση σταματά μόλις το αντικείμενο σταματήσει να φράζει τη δέσμη, οπότε στην οθόνη του χρονομέτρου εμφανίζεται ο χρόνος φραγής της δέσμης.

β) Λειτουργία PULSE: η χρονομέτρηση σταματά μόλις η δέσμη φραχτεί για δεύτερη φορά, οπότε στην οθόνη του χρονομέτρου εμφανίζεται ο χρόνος μεταξύ πρώτης και δεύτερης φραγής.

γ) Λειτουργία PEND[ULUM]: μέτρηση του χρόνου τριών διαδοχικών φραγών (για τη μέτρηση της περιόδου ενός εκκρεμούς). Η λειτουργία αυτή δεν θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα άσκηση.



Σχήμα 7.6. Οι τρόποι χρονισμού GATE και PULSE.

Για παράδειγμα, όταν ένα βαγόνι με μήκος L περάσει από τη φωτοπύλη και διακόψει τη δέσμη για χρονικό διάστημα t, με τη λειτουργία **GATE** μπορούμε να μετρήσουμε το t, οπότε στη συνέχεια να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα του σώματος v ($v = L/t$) στη θέση της αεροτροχιάς που βρίσκεται η φωτοπύλη.

Παρομοίως, όταν το βαγόνι περάσει διαδοχικά από δύο φωτοπύλες που βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις της αεροτροχιάς, με τη λειτουργία **PULSE** μπορούμε να μετρήσουμε τον χρόνο t από τη στιγμή που φράζεται η δέσμη της πρώτης φωτοπύλης μέχρι τη στιγμή που φράζεται η δέσμη της δεύτερης φωτοπύλης, με άλλα λόγια τον χρόνο που απαιτήθηκε για να μετακινηθεί το βαγόνι από τη μία θέση της αεροτροχιάς στην άλλη.

Στη βάση της κύριας φωτοπύλης υπάρχει ένας κάθετος μοχλός (MEMORY) με δύο θέσεις λειτουργίας: ON και READ. Στη θέση ON μπορούν να γίνουν διαδοχικές μετρήσεις δύο χρονικών διαστημάτων σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω λειτουργίες. Ο πρώτος χρόνος (t_1) εμφανίζεται αμέσως στην οθόνη του χρονομέτρου. Ο δεύτερος χρόνος (t_2) μετριέται αυτόματα,

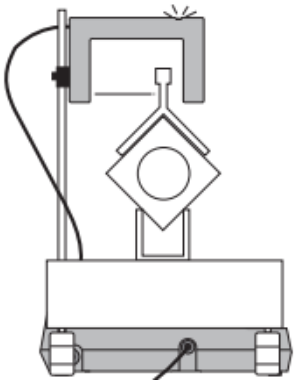
ωστόσο δεν φαίνεται άμεσα στην οθόνη. Στη μνήμη του οργάνου αποθηκεύεται το άθροισμα $t_1 + t_2$, το οποίο εμφανίζεται στην οθόνη όταν ο μοχλός μετακινηθεί στιγμιαία στη θέση READ. Πριν γίνει όμως η κίνηση αυτή, θα πρέπει οπωσδήποτε να σημειωθεί η τιμή t_1, καθώς αυτή εξαφανίζεται και στην οθόνη εμφανίζεται το άθροισμα των δύο χρόνων. Με μια απλή αφαίρεση, βρίσκουμε ακολούθως τον t_2.

Όταν χρησιμοποιείται και η βοηθητική φωτοπύλη, δηλαδή το χρονόμετρο δέχεται δύο σήματα, αυτό ενεργοποιείται από το σήμα εκείνης της φωτοπύλης που χρονικά το παρήγαγε πρώτη, επομένως η σειρά τοποθέτησης των φωτοπυλών δεν έχει σημασία.

Στη βάση της κύριας φωτοπύλης υπάρχει επίσης ένας διακόπτης επιλογής της διακριτικής ικανότητας στη μέτρηση του χρόνου (1 ms ή 0,1 ms), ωστόσο και στις δύο επιλογές το σφάλμα του χρονομέτρου είναι **1%**.

Τέλος, στη βάση της κύριας φωτοπύλης υπάρχει ένας διακόπτης START/STOP, με τον οποίο αυτή λειτουργεί ως ένα απλό χρονόμετρο (δεν θα χρησιμοποιηθεί), καθώς και ο διακόπτης RESET για τον μηδενισμό του χρονομέτρου.

Επειδή η υπέρυθρη δέσμη και ο ανιχνευτής της φωτοπύλης έχουν κάποιο μικρό εύρος, ενδέχεται το πραγματικό μήκος του βαγονιού να μην ταυτίζεται με το **ενεργό μήκος** του που αντιλαμβάνεται η φωτοπύλη. Για τον λόγο αυτό φροντίζουμε το βαγόνι να περνά όσο το δυνατόν κοντύτερα στον ανιχνευτή της φωτοπύλης και η τροχιά του να είναι κάθετη στην υπέρυθρη δέσμη, όπως φαίνεται στο Σχ. 7.7. Ελέγχουμε επιπλέον κατά πόσο υπάρχει διαφορά μεταξύ πραγματικού και ενεργού μήκους. Το τελευταίο προσδιορίζεται όταν ένα βαγόνι κινηθεί αργά μέσα από μια φωτοπύλη και, με τη βοήθεια της μετρητικής ταινίας της αεροτροχιάς, μετρηθεί η απόσταση που διανύει από το σημείο που ενεργοποιεί την κόκκινη LED μέχρι το σημείο όπου αυτή σβήνει. Αν το «ενεργό» μήκος προκύψει μεγαλύτερο από το πραγματικό, τότε αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς που θα γίνουν με τα πειραματικά δεδομένα.



Σχήμα 7.7. Η τοποθέτηση της φωτοπύλης.

Βιβλιογραφία

1. C. Kittel et al., *Μηχανική (Μαθήματα Φυσικής Berkeley*, Τόμος 1) (Αθήνα, ^{2}1998), 55-61, 143-152, 264-266.
2. R. A. Serway, J. W. Jewett, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς: Μηχανική – Ταλαντώσεις και Μηχανικά Κύματα – Θερμοδυναμική – Σχετικότητα* (Αθήνα, 2012), M5.3, M5.4, M5.5, M7.5, M7.6, M8.2, M10.7.
3. D. Kleppner, R. Kolenkow, *Εισαγωγή στη Μηχανική* (Αθήνα, 2018), 2.3, 2.5, 5.4, 7.6.

4. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική*, Τόμος Α: *Μηχανική – Κύματα – Θερμοδυναμική* (Αθήνα, [4]2022), 4.3, 4.4, 5.2, 6.2, 7.1, 10.2.

5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος Ι (Αθήνα, [2]2010), σ. 111-124.

7.4. Εκτέλεση

7.4.1. Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα

1. Ανοίξτε το τροφοδοτικό και επιλέξτε μια ικανοποιητική παροχή αέρα από τον επιλογέα στροφών. Εξοικειωθείτε με τη λειτουργία των φωτοπυλών.

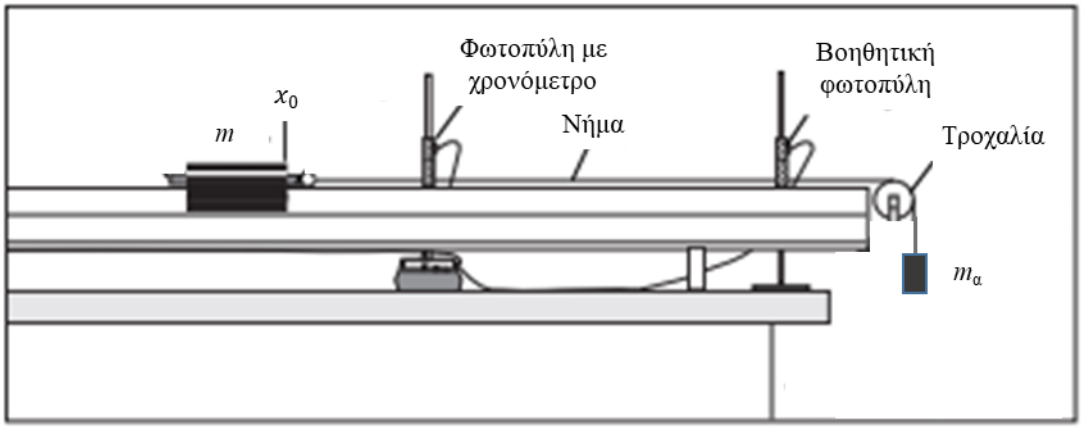
2. Με τη βοήθεια του επιβλέποντα, οριζοντιώστε πολύ προσεκτικά την αεροτροχιά με τους δύο κοχλίες που υπάρχουν στο διπλό υποστήριγμα. Η φυσαλίδα που υπάρχει υποδεικνύει απλά τη συμμετρική θέση των πλευρών της αεροτροχιάς ως προς την κατακόρυφο. Η ακριβής οριζοντίωση πρέπει να γίνει με την τοποθέτηση ενός βαγονιού στο μέσο της αεροτροχιάς, το οποίο είτε θα παραμείνει ακίνητο είτε θα κάνει μικρές μετακινήσεις, πότε προς τη μία και πότε προς την άλλη κατεύθυνση, αλλά σε καμία περίπτωση δεν θα πρέπει να επιταχύνεται σταθερά προς κάποια κατεύθυνση.

3. Συνδέστε τον ακροδέκτη πρόσδεσης του νήματος με ένα βαγόνι και αφήστε το βαγόνι πάνω στην αεροτροχιά. Τοποθετήστε την τροχαλία στην κατάλληλη υποδοχή και περάστε το νήμα πάνω από αυτή. Τοποθετήστε επίσης τον ανακρουστήρα με το λάστιχο.

4. Τεντώστε το νήμα έτσι ώστε το άγκιστρο εξάρτησης βαρών να κρέμεται πολύ κοντά στην τροχαλία και επιλέξτε ένα σημείο εκκίνησης x_0, από το οποίο θα αφήνετε κάθε φορά ελεύθερο το βαγόνι.

5. Τοποθετήστε τις φωτοπύλες κάθετα στην αεροτροχιά, όπως φαίνεται στο Σχ. 7.8, και ρυθμίστε το ύψος τους, με τη βοήθεια του κοχλία, ώστε το βαγόνι να διακόπτει τη δέσμη.

6. Ρυθμίστε την απόσταση των φωτοπυλών έτσι ώστε: α) το βαγόνι να βρίσκεται πριν από την 1η φωτοπύλη όταν το άγκιστρο κρέμεται πολύ κοντά στην τροχαλία, β) το άγκιστρο να μην έχει ακουμπήσει στο έδαφος προτού το βαγόνι περάσει εντελώς μέσα από τη 2η φωτοπύλη.



Σχήμα 7.8. Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη του 2ου νόμου του Νεύτωνα.

7. Ελέγξτε αν το ενεργό μήκος του βαγονιού είναι μεγαλύτερο από το πραγματικό και σημειώστε τη μεγαλύτερη τιμή, L.

8. Προσθέστε 40 g πάνω στο βαγόνι. **Τα βάρη τοποθετούνται πάντα στο βαγόνι συμμετρικά, δηλαδή σε κάθε πλευρά πρέπει να υπάρχει ο ίδιος αριθμός βαρών**. Σημειώστε στον Πίνακα Ι τη συνολική μάζα m (μάζες του βαγονιού, των βαριδιών και του ακροδέκτη).

9. Αν υπάρχει η δυνατότητα, μπορείτε να προσθέσετε μια μάζα 5-10 g στο άγκιστρο. Σημειώστε στον Πίνακα Ι τη συνολική μάζα m_α.

Πίνακας Ι

m (g)	m_α (g)	t_1 (s)	$t_1 + t_2$ (s)	t_3 (s)

10. Επιλέξτε τον τρόπο λειτουργίας GATE για τις φωτοπύλες, με τον διακόπτη της μνήμης στη θέση ON, και πιέστε το κουμπί RESET (μηδενισμός).

11. Αφήστε ελεύθερο το βαγόνι από τη θέση x_0. Σημειώστε στον Πίνακα Ι τους χρόνους t_1 και $t_1 + t_2$, όπου t_1 και t_2 είναι οι χρόνοι που χρειάστηκε το βαγόνι για να περάσει από την 1η και τη 2η φωτοπύλη, αντίστοιχα. Επαναλάβετε αυτές τις μετρήσεις άλλη μία φορά.

12. Επιλέξτε τον τρόπο λειτουργίας PULSE για τις φωτοπύλες και πιέστε το κουμπί RESET.

13. Αφήστε ξανά το βαγόνι από τη θέση x_0 και μετρήστε (δύο φορές) τον χρόνο t_3 που χρειάστηκε το βαγόνι για να μετακινηθεί από τη μία φωτοπύλη στην άλλη.

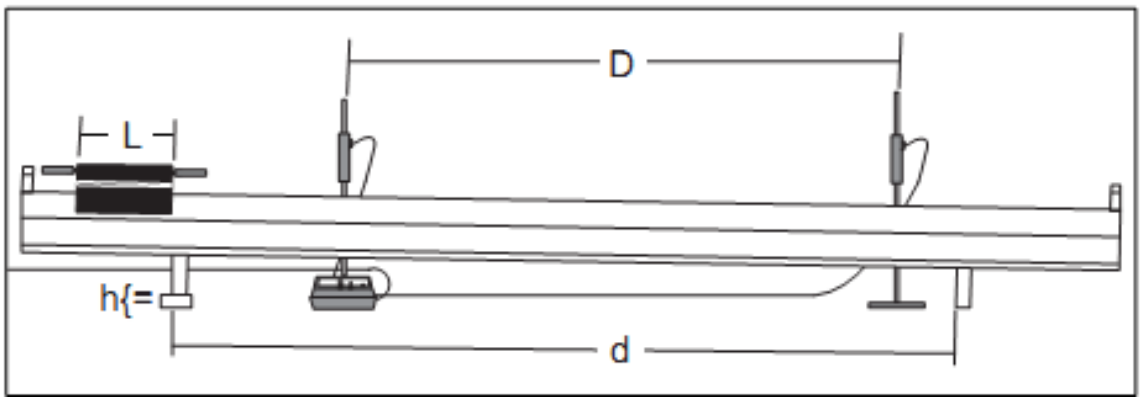
14. Μετακινώντας βαρίδια από το βαγόνι στο άγκιστρο (κρατώντας όμως σταθερή τη συνολική κινούμενη μάζα $m + m_\alpha$), επαναλάβετε τα βήματα 10-13 για άλλες τέσσερις διαφορετικές τιμές της m_α και καταχωρήστε τις μετρήσεις στον Πίνακα Ι.

7.4.2. Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

1. Βεβαιωθείτε ότι η αεροτροχιά είναι οριζόντια.

2. Μετρήστε την απόσταση d μεταξύ των υποστηριγμάτων της αεροτροχιάς.

3. Μετρήστε το ύψος h του ειδικού υποστηρίγματος και τοποθετήστε το κάτω από το μονό υποστήριγμα της αεροτροχιάς ώστε να έχουμε ένα κεκλιμένο επίπεδο. Τοποθετήστε τις δύο φωτοπύλες όπως φαίνεται στο Σχ. 7.9 και, εφόσον χρειάζεται, ρυθμίστε κατάλληλα το ύψος τους.



Σχήμα 7.9. Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

4. Μετρήστε την απόσταση D μεταξύ των φωτοπυλών, δηλαδή το μήκος κατά το οποίο το βαγόνι κινείται πάνω στην αεροτροχιά από τη θέση όπου ενεργοποιεί την 1η φωτοπύλη μέχρι τη θέση όπου ενεργοποιεί τη 2η φωτοπύλη.

5. Ελέγξτε αν υπάρχει διαφορά μεταξύ πραγματικού και ενεργού μήκους.

6. Επιλέξτε τον τρόπο λειτουργίας GATE για τις φωτοπύλες, με τον διακόπτη της μνήμης στη θέση ON, και πιέστε το κουμπί RESET.

7. Αφήστε ελεύθερο το βαγόνι από κάποιο σημείο στο πάνω άκρο της αεροτροχιάς και μετρήστε δύο φορές τους χρόνους t_1 και $t_1 + t_2$, όπου t_1 και t_2 οι χρόνοι διακοπής της δέσμης των φωτοπυλών. Σημειώστε τις μετρήσεις στον Πίνακα ΙΙ.

8. Προσθέτοντας συμμετρικά μάζες στο βαγόνι, επαναλάβετε τα βήματα 6-7 για άλλες τέσσερις τιμές της συνολικής κινούμενης μάζας m, συμπληρώνοντας τον Πίνακα ΙΙ. Χρησιμοποιήστε το ίδιο σημείο εκκίνησης πάνω στην αεροτροχιά.

Πίνακας ΙΙ

m (g)	t_1 (s)	$t_1 + t_2$ (s)

7. Τοποθετήστε όλα τα εξαρτήματα στη θέση τους και βεβαιωθείτε ότι αφήνετε την πειραματική διάταξη σε καλύτερη κατάσταση από εκείνη που την βρήκατε.

7.5. Επεξεργασία των μετρήσεων

7.5.1. Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

1. Με τις μετρήσεις που πήρατε, συμπληρώστε τον Πίνακα ΙΙΙ, όπου t_1, t_2 και t_3 είναι οι μέσες τιμές αυτών των χρόνων, v_1 και v_2 οι μέσες ταχύτητες του βαγονιού καθώς περνούσε από την 1η και την 2η φωτοπύλη, αντίστοιχα, γ η επιτάχυνση του βαγονιού και B_α το βάρος της συνολικής αναρτημένης στο άγκιστρο μάζας, m_α. Για την καλύτερη προσέγγιση της επιτάχυνσης γ του βαγονιού θα χρησιμοποιηθεί η σχέση

$$\gamma = \frac{v_2 - v_1}{t_3} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{t_2 - t_1}{2\,t_3}} \tag{7.5}$$

που αποδεικνύεται στο εδάφιο Π7.2.

Πίνακας ΙΙΙ

m (kg)	m_α (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	γ (m/s^2)	B_α (N)

2. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση $\gamma = f(B_\alpha)$.

3. Προκύπτει γραμμική σχέση; Υπολογίστε την κλίση β της ευθείας, καθώς και το σφάλμα της.

4. Συγκρίνετε την τιμή της κλίσης με αυτήν που αναμένουμε από τη θεωρία [Εξ. (7.1)] και σχολιάστε την επιτυχία του πειράματος.

5. Μπορούμε να αγνοήσουμε τη μάζα του δίσκου της τροχαλίας;

7.5.2. Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

1. Υπολογίστε το ύψος Δh κατά το οποίο κατέβηκε το βαγόνι μεταξύ των δύο φωτοπυλών.

2. Συμπληρώστε τον Πίνακα IV, όπου t_1 και t_2 είναι οι μέσες τιμές αυτών των χρόνων, v_1 και v_2 οι μέσες ταχύτητες του βαγονιού καθώς περνούσε από τις δύο φωτοπύλες, E_{k1} και E_{k2} οι αντίστοιχες κινητικές ενέργειες, ΔE_k και ΔU η μεταβολή της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, αντίστοιχα.

Πίνακας IV

m (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	E_{k1} (J)	E_{k2} (J)	ΔE_k (J)	ΔU (J)

3. Σχεδιάστε τη μεταβολή ΔE_k της κινητικής ενέργειας ως συνάρτηση της ΔU. Διατηρήθηκε η μηχανική ενέργεια;

Υπάρχει ενδεχομένως κάποιο συστηματικό σφάλμα που μπορεί να επηρέασε κάποιο (ή και τα δύο) από τα πειράματα;

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (Π7)

Π7.1. Απόδειξη της Εξ. (7.1)

Για την περιστροφή της τροχαλίας ισχύει $(T_1 - T_2)R = I\,\alpha$, όπου R είναι η ακτίνα της, I η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της και α η γωνιακή της επιτάχυνση. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $I = m_\tau R^2/2$, $\alpha = \gamma/R$, $T_2 = F$, $T_1 = T$ και $B_\alpha = m_\alpha\, g$, καταλήγουμε στην Εξ. (7.1).

Π7.2. Απόδειξη της Εξ. (7.5)

Η σχέση (7.5) προκύπτει από την έκφραση $(v_2 - v_1)\,/\,t_3$, όταν οι μέσες ταχύτητες v_i γραφούν ως

$$v_i = \frac{L}{t_i} = \frac{v_{0i}\,t_i + {}^1\!/_2\,\gamma\,t_i^2}{t_i}, \quad i = 1, 2 \tag{Π7.1}$$

όπου v_{0i} η αληθινή στιγμιαία ταχύτητα του βαγονιού τη στιγμή που εισέρχεται στη φωτοπύλη i και t_i ο χρόνος διακοπής της αντίστοιχης φωτοπύλης. Έτσι, έχουμε

$$\frac{v_2 - v_1}{t_3} = \frac{\dfrac{L}{t_2} - \dfrac{L}{t_1}}{t_3} = \frac{v_{02} - v_{01}}{t_3} + \gamma \cdot \frac{t_2 - t_1}{2\,t_3} = \gamma\left(1 + \frac{t_2 - t_1}{2\,t_3}\right) \tag{Π7.2}$$

απ' όπου προκύπτει η Εξ. (7.5).