

Γ ΟΜΑΔΑ

1. Διορθώσεις

Ερώτημα 1 - Συνέχεια, συμμετρία και μη εκφυλισμός

Το αποτέλεσμα είναι σωστό. Η μορφή είναι διγραμμική στο πραγματικό $H^1(I)$, είναι συμμετρική και είναι συνεχής. Πράγματι,

$$|a(u, v)| \leq \|u'\|_{L^2(I)} \|v'\|_{L^2(I)} + \|u\|_{L^1(0,1)} \|v\|_{L^1(0,1)}.$$

$$|a(u, v)| \leq \|u\|_{H^1(I)} \|v\|_{H^1(I)} + \|u\|_{H^1(I)} \|v\|_{H^1(I)}.$$

$$|a(u, v)| \leq 2 \|u\|_{H^1(I)} \|v\|_{H^1(I)}.$$

Η φράση «Cauchy-Schwarz στο L^1 » είναι λάθος ορολογία. Χρησιμοποιείται η ανισότητα Hölder/Cauchy-Schwarz στο L^2 για να εκτιμηθεί η L^1 νόρμα πάνω στο διάστημα $(0,1)$, το οποίο έχει μέτρο 1.

Το επιχείρημα για $a(u, u) = 0$ είναι επίσης σωστό:

$$a(u, u) = \|u'\|_{L^2(0,2)}^2 + \left(\int_0^1 u(t) dt \right)^2 = 0.$$

Άρα $u' = 0$ σχεδόν παντού, οπότε $u = c$ σχεδόν παντού στο διάστημα. Κατόπιν

$$\int_0^1 c dt = c = 0,$$

άρα $u = 0$. Χρειάζεται μόνο να αναφερθεί ότι μηδενική ασθενής παράγωγος σε διάστημα συνεπάγεται σταθερή συνάρτηση σχεδόν παντού.

Ερώτημα 2 - Πιστικότητα

Η απόδειξη με άτοπο είναι ουσιαστικά σωστή και είναι το πιο σοβαρό μαθηματικό μέρος της εργασίας. Η σωστή λογική είναι η εξής. Αν η μορφή δεν είναι πιστική, τότε υπάρχει ακολουθία $(u_n) \subset H^1(I)$ τέτοια ώστε

$$\|u_n\|_{H^1(I)} = 1, \quad a(u_n, u_n) \rightarrow 0.$$

Επειδή η (u_n) είναι φραγμένη στο $H^1(I)$, υπάρχει υπακολουθία (u_{n_k}) και $u \in H^1(I)$ τέτοια ώστε

$$u_{n_k} \rightharpoonup u \quad \text{ασθενώς στο } H^1(I),$$

και, από τη συμπαγή εμφύτευση $H^1(I) \rightarrow L^2(I)$,

$$u_{n_k} \rightarrow u \quad \text{ισχυρά στο } L^2(I).$$

Από

$$a(u_{n_k}, u_{n_k}) = \|u'_{n_k}\|_{L^2(I)}^2 + \left(\int_0^1 u_{n_k}(t) dt \right)^2 \rightarrow 0$$

παίρνουμε

$$\|u'_{n_k}\|_{L^2(I)} \rightarrow 0, \quad \int_0^1 u_{n_k}(t) dt \rightarrow 0.$$

Το όριο u έχει $u' = 0$, άρα $u = c$. Από τη σύγκλιση των ολοκληρωμάτων στο $(0,1)$ παίρνουμε $c = 0$. Άρα $u = 0$. Η ισχυρή L^2 σύγκλιση δίνει

$$\|u_{n_k}\|_{L^2(I)} \rightarrow 0,$$

ενώ ήδη

$$\|u'_{n_k}\|_{L^2(I)} \rightarrow 0.$$

Συνεπώς

$$\|u_{n_k}\|_{H^1(I)} \rightarrow 0,$$

άτοπο προς $\|u_{n_k}\|_{H^1(I)} = 1$.

Τα σφάλματα εδώ είναι κυρίως ορολογικά και σημειογραφικά:

- Η ασθενής σύγκλιση δεν είναι «κατά σημείο»,
- Η ισχυρή L^2 σύγκλιση δεν είναι «ομοιόμορφη», και
- Η νόρμα H^1 γράφεται με ασυνεπή τρόπο.

Ερώτημα 3 - Lax–Milgram και ελαχιστοποίηση

Το συμπέρασμα είναι σωστό. Για $f \in L^2(I)$, το γραμμικό συναρτησιακό

$$F(v) = \int_0^2 f(t)v(t) dt$$

είναι συνεχές στο $H^1(I)$, διότι

$$|F(v)| \leq \|f\|_{L^2(I)} \|v\|_{L^2(I)} \leq \|f\|_{L^2(I)} \|v\|_{H^1(I)}.$$

Άρα

$$F \in (H^1(I))'.$$

Από τα Ερωτήματα 1 και 2, η a είναι συνεχής και πιεστική. Επομένως το θεώρημα Lax–Milgram δίνει μοναδικό $u \in H^1(I)$ τέτοιο ώστε

$$a(u, v) = F(v), \quad \forall v \in H^1(I).$$

Το αντίστοιχο συναρτησιακό είναι

$$J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - F(v),$$

δηλαδή

$$J(v) = \frac{1}{2} \int_0^2 |v'(t)|^2 dt + \frac{1}{2} \left(\int_0^1 v(t) dt \right)^2 - \int_0^2 f(t) v(t) dt.$$

Η διατύπωση «επειδή η a είναι συμμετρική, έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης» είναι ελλιπής. Η συμμετρία δίνει την Euler-Lagrange μορφή, αλλά η ύπαρξη και μοναδικότητα του ελαχίστου απαιτεί συνέχεια και πιεστικότητα.

Ερώτημα 4 - Ισχυρή μορφή, κανονικότητα και συνοριακές συνθήκες

Το τελικό αποτέλεσμα είναι ουσιαστικά σωστό, αλλά η παραγωγή του χρειάζεται αυστηροποίηση. Από την ασθενή μορφή και με

$$c_u = \int_0^1 u(t) dt$$

παίρνουμε

$$\int_0^2 u'(t) v'(t) dt = \int_0^2 \left(f(t) - c_u \chi_{(0,1)}(t) \right) v(t) dt, \quad \forall v \in H^1(I).$$

Για να εξαχθεί η διαφορική εξίσωση, πρώτα παίρνουμε $v \in C_c^\infty(0, 2)$. Τότε, με την έννοια των κατανομών,

$$-u'' = f - c_u \chi_{(0,1)}.$$

Επειδή το δεξί μέλος ανήκει στο $L^2(I)$, παίρνουμε $u \in H^2(I)$. Στη μία διάσταση αυτό συνεπάγεται

$$u \in C^1([0, 2]).$$

Μετά, ολοκλήρωση κατά μέρη για γενικό $v \in H^1(I)$ δίνει

$$u'(2)v(2) - u'(0)v(0) = 0, \quad \forall v \in H^1(I).$$

Επειδή τα $v(0)$ και $v(2)$ είναι ανεξάρτητα, συμπεραίνουμε

$$u'(0) = 0, \quad u'(2) = 0.$$

Η συνέχεια στο $x = 1$ των u και u' είναι συνέπεια του $u \in H^2(0, 2)$, όχι ξεχωριστή υπόθεση.

Ερώτημα 5 - $W^{2,p}$ κανονικότητα και κριτήριο C^2

Το αποτέλεσμα είναι σωστό. Αν $f \in C([0,2])$, τότε $f \in L^\infty(0,2)$ και $\chi_{(0,1)} \in L^\infty(0,2)$. Άρα

$$u'' = -f + c_u \chi_{(0,1)} \in L^\infty(0,2).$$

Επομένως ισχύει το ισχυρότερο

$$u \in W^{2,\infty}(I),$$

και άρα

$$u \in W^{2,p}(I), \quad 1 \leq p < \infty.$$

Για το κριτήριο C^2 , το μόνο πιθανό σημείο ασυνέχειας της u'' είναι το $x = 1$. Τα πλευρικά όρια είναι

$$u''(1-0) = -f(1) + c_u, \quad u''(1+0) = -f(1).$$

Άρα u'' είναι συνεχής στο $x = 1$ αν και μόνο αν $c_u = 0$. Ολοκληρώνοντας την εξίσωση στο $(0,2)$ και χρησιμοποιώντας τις συνοριακές συνθήκες $u'(0) = u'(2) = 0$, παίρνουμε

$$0 = - \int_0^2 u''(t) dt = \int_0^2 f(t) dt - c_u.$$

Επομένως

$$c_u = \int_0^2 f(t) dt.$$

Συνεπώς

$$u \in C^2(I) \Leftrightarrow c_u = 0 \Leftrightarrow \int_0^2 f(t) dt = 0.$$

Η εργασία έχει σωστή ιδέα, αλλά πρέπει να αντικαταστήσει το « $c_u=0$ » με το σαφές $c_u = 0$ και να αιτιολογήσει το κριτήριο με πλευρικά όρια.

Ερώτημα 6 - Ρητή λύση για σταθερό δεξί μέλος

Η τελική ρητή λύση είναι σωστή. Για να αποφευχθεί σύγχυση, γράφουμε $f(x) = \kappa$ αντί για $f(x) = k$. Τότε

$$c_u = \int_0^1 u(t) dt,$$

και η εξίσωση γράφεται

$$u'' = c_u - \kappa \quad \text{στο } (0,1), \quad u'' = -\kappa \quad \text{στο } (1,2).$$

Με $u'(0) = 0$, $u'(2) = 0$ και συνέχεια του u' στο $x = 1$ παίρνουμε

$$c_u = 2\kappa.$$

Από τον ορισμό του c_u προκύπτει $B_1 = 11\kappa/6$, και από τη συνέχεια του u στο $x = 1$ προκύπτει $B_2 = 5\kappa/6$. Άρα

$$u(x) = \frac{\kappa x^2}{2} + \frac{11\kappa}{6}, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

και

$$u(x) = -\frac{\kappa x^2}{2} + 2\kappa x + \frac{5\kappa}{6}, \quad 1 < x \leq 2.$$

Το αποτέλεσμα ικανοποιεί πράγματι $u'(0) = 0$, $u'(2) = 0$, συνέχεια των u και u' στο $x = 1$, καθώς και

$$c_u = \int_0^1 u(t) dt = 2\kappa.$$

Ερώτημα 7 - Αυτοσυζυγία και συμπάγεια του τελεστή λύσης

Η συμπάγεια αποδεικνύεται σωστά:

Ο τελεστής λύσης είναι φραγμένος από τον $L^2(I)$ στον $H^1(I)$ λόγω πιεστικότητας, και η εμφύτευση

$$H^1(I) \rightarrow L^2(I)$$

είναι συμπαγής. Άρα

$$T: L^2(I) \rightarrow L^2(I)$$

είναι συμπαγής.

Η αυτοσυζυγία είναι επίσης σωστή ως συμπέρασμα, αλλά

Η πρώτη ισότητα της εργασίας είναι λάθος ή τουλάχιστον αδικαιολόγητη.

Δεν ξεκινάμε από την

$$\langle Tf, g \rangle = a(Tf, Tg).$$

Η σωστή αλυσίδα είναι η εξής.

Αν $u = Tf$ και $w = Tg$, τότε

$$a(u, w) = \langle f, w \rangle_{L^2} = \langle f, Tg \rangle_{L^2},$$

και

$$a(w, u) = \langle g, u \rangle_{L^2} = \langle g, Tf \rangle_{L^2}.$$

Επειδή $a(u, w) = a(w, u)$, έχουμε

$$\langle f, Tg \rangle_{L^2} = \langle g, Tf \rangle_{L^2} = \langle Tf, g \rangle_{L^2},$$

στο πραγματικό L^2 . Άρα

$$\langle Tf, g \rangle_{L^2} = \langle f, Tg \rangle_{L^2},$$

δηλαδή T είναι αυτοσυζυγής. Σε μιγαδικό χώρο χρειάζονται οι αντίστοιχες συζυγώσεις.

2. Περαιτέρω διορθώσεις

Διόρθωση 1 - Ορολογία στην εκτίμηση L^1

Αυτό: Η εργασία γράφει «Από την ανισότητα Cauchy–Schwarz στο L^1 ».

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η Cauchy–Schwarz εφαρμόζεται ως Hölder/Cauchy–Schwarz στο L^2 . Η εκτίμηση είναι σωστή, αλλά η ονομασία είναι λανθασμένη.

Διορθώστε το σε:

$$\|u\|_{L^1(0,1)} \leq |(0,1)|^{1/2} \|u\|_{L^2(0,1)} = \|u\|_{L^2(0,1)} \leq \|u\|_{H^1(I)}.$$

Διόρθωση 2 - Μηδενική ασθενής παράγωγος

Αυτό: Στο Ερώτημα 1 γράφεται ότι $u' = 0$ σχεδόν παντού, άρα $u = c$.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Το συμπέρασμα είναι σωστό, αλλά χρειάζεται αναφορά στο γνωστό γεγονός ότι: **Σε διάστημα η μηδενική ασθενής παράγωγος συνεπάγεται σταθερή συνάρτηση σχεδόν παντού.**

Διορθώστε το σε: «Αφού $u' = 0$ στο $L^2(0,2)$, η u έχει σταθερό εκπρόσωπο στο $H^1(0,2)$, δηλαδή $u = c$ σχεδόν παντού.»

Διόρθωση 3 - Ακριβής διατύπωση μη πιεστικότητας

Αυτό: Στο Ερώτημα 2 ξεκινά με «Έστω ότι η a δεν είναι πιεστική, δηλαδή υπάρχει ακολουθία ...».

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η ιδέα είναι σωστή, αλλά πρέπει να διατυπωθεί μέσω κανονικοποιημένης ακολουθίας.

Η άρνηση της πιεστικότητας σημαίνει ότι για κάθε n υπάρχει u_n με $\|u_n\|_{H^1} = 1$ και $a(u_n, u_n) < 1/n$.

Διορθώστε το σε:

Αν η a δεν είναι πιεστική, τότε για κάθε n υπάρχει $u_n \in H^1(I)$

τέτοιο ώστε

$$\|u_n\|_{H^1(I)} = 1, \quad a(u_n, u_n) < \frac{1}{n}.$$

Άρα $a(u_n, u_n) \rightarrow 0$.

Διόρθωση 4 - Λάθος ορολογία σύγκλισης

Αυτό: Η εργασία γράφει «ασθενώς (κατά σημείο) στο H^1 » και «ισχυρά (ομοιόμορφα) στο L^2 ».

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί:

Η ασθενής σύγκλιση δεν είναι κατά σημείο σύγκλιση.

Η ισχυρή σύγκλιση στο L^2 δεν είναι ομοιόμορφη σύγκλιση.

Διορθώστε το σε:

$$u_{n_k} \rightharpoonup u \quad \text{ασθενώς στο } H^1(I), \quad u_{n_k} \rightarrow u \quad \text{ισχυρά στο } L^2(I).$$

Διόρθωση 5 - Ασυνεπής χρήση της H^1 νόρμας

Αυτό: Στο Ερώτημα 2 εμφανίζεται η σχέση

$$\|u_{n_k}\|_{H^1} = \|u_{n_k}\|_{L^2} + \|u'_{n_k}\|_{L^2} = 1.$$

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η συνήθης νόρμα είναι

$$\|u\|_{H^1}^2 = \|u\|_{L^2}^2 + \|u'\|_{L^2}^2.$$

Το άθροισμα των μη τετραγωνισμένων L^2 νορμών είναι ισοδύναμη νόρμα, αλλά δεν είναι αυτή που χρησιμοποιείται στο υπόλοιπο κείμενο.

Διορθώστε το σε:

$$\|u_{n_k}\|_{H^1}^2 = \|u_{n_k}\|_{L^2}^2 + \|u'_{n_k}\|_{L^2}^2 = 1.$$

Εφόσον και οι δύο όροι τείνουν στο 0, προκύπτει άτοπο.

Διόρθωση 6 - Συνέχεια του F στο H^1

Αυτό: Στο Ερώτημα 3 γράφεται ότι F είναι συνεχές στο L^2 και συνεπώς και στο H^1 .

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Το συμπέρασμα είναι σωστό, αλλά πρέπει να φανεί η σύνθεση με τη συνεχή εμφύτευση $H^1 \rightarrow L^2$.

Διορθώστε το σε:

$$|F(v)| = \left| \int_0^2 f(t)v(t) dt \right| \leq \|f\|_{L^2(I)} \|v\|_{L^2(I)} \leq \|f\|_{L^2(I)} \|v\|_{H^1(I)}.$$

Άρα $F \in (H^1(I))'$.

Διόρθωση 7 - Ελαχιστοποίηση και συμμετρία

Αυτό: Στο Ερώτημα 3 γράφεται ότι *επειδή η a είναι συμμετρική, το πρόβλημα είναι ισοδύναμο με πρόβλημα ελαχιστοποίησης*.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η συμμετρία μόνη της δεν αρκεί για ύπαρξη μοναδικού ελαχιστοποιητή. Χρειάζεται η a να είναι συνεχής και πιεστική, ώστε το J να είναι coercive και αυστηρά κυρτό.

Διορθώστε το σε:

$$J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - F(v).$$

Επειδή η a είναι συνεχής, συμμετρική και πιεστική, το J έχει μοναδικό ελαχιστοποιητή, και η εξίσωση Euler-Lagrange είναι

$$a(u, v) = F(v), \quad \forall v \in H^1(I).$$

Διόρθωση 8 - Ασθενής δεύτερη παράγωγος

Αυτό: Στο Ερώτημα 4 χρησιμοποιείται η σχέση

$$\int u'v' = \int (-u'')v$$

για $v \in H^1(I)$ ως ορισμός δεύτερης ασθενούς παραγώγου.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Αυτό δεν είναι σωστό ως έχει. Ο ορισμός της κατανομικής δεύτερης παραγώγου χρησιμοποιεί αρχικά δοκιμαστικές συναρτήσεις με συμπαγή φορέα. Για γενικές συναρτήσεις $v \in H^1(I)$ εμφανίζονται συνοριακοί όροι.

Διορθώστε το σε: Να γραφεί πρώτα, για $\varphi \in C_c^\infty(0,2)$,

$$\int_0^2 u'(t)\varphi'(t) dt = \int_0^2 (f(t) - c_u \chi_{(0,1)}(t)) \varphi(t) dt.$$

Άρα

$$-u'' = f - c_u \chi_{(0,1)}$$

στις κατανομές. Μετά, αφού $u \in H^2(I)$, γίνεται ολοκλήρωση κατά μέρη για γενικά $v \in H^1(I)$.

Διόρθωση 9 - Εξαγωγή συνοριακών συνθηκών

Αυτό: Στο Ερώτημα 4 γράφεται «Για να ισχύει η μορφή της Δ.Ε. πρέπει $u'(2) = 0$ και $u'(0) = 0$ ».

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η φράση είναι διαισθητική αλλά όχι απόδειξη. Πρέπει να χρησιμοποιηθεί η αυθαιρεσία των ιχνών $v(0)$ και $v(2)$.

Διορθώστε το σε:

$$u'(2)v(2) - u'(0)v(0) = 0, \quad \forall v \in H^1(I).$$

Επειδή τα $v(0)$ και $v(2)$ επιλέγονται ανεξάρτητα,

$$u'(0) = 0, \quad u'(2) = 0.$$

Διόρθωση 10 - Σημειογραφία c_u ή D_u

Αυτό: Στα Ερωτήματα 4 και 5 εμφανίζονται οι συμβολισμοί D_u , «cu» και c_u χωρίς καθαρή διάκριση.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Το c_u είναι αριθμός που εξαρτάται από τη λύση u . Το «cu» μοιάζει με γινόμενο $c \cdot u$ και δημιουργεί σύγχυση.

Διορθώστε το σε: Να οριστεί μία φορά

$$c_u := \int_0^1 u(t) dt$$

και να χρησιμοποιηθεί αποκλειστικά αυτός ο συμβολισμός.

Διόρθωση 11 - Κανονικότητα στο Ερώτημα 5

Αυτό: Η εργασία αποδεικνύει $u \in W^{2,p}$ για κάθε $p < \infty$ από $u'' \in L^\infty$.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Το συμπέρασμα είναι σωστό, αλλά ασθενέστερο από αυτό που αποδεικνύεται.

Διορθώστε το σε:

$$f \in C([0,2]) \subset L^\infty(0,2), \quad \chi_{(0,1)} \in L^\infty(0,2).$$

Άρα

$$u'' = -f + c_u \chi_{(0,1)} \in L^\infty(0,2),$$

και συνεπώς

$$u \in W^{2,\infty}(I) \subset W^{2,p}(I), \quad 1 \leq p < \infty.$$

Διόρθωση 12 - Κριτήριο C^2

Αυτό: Στο Ερώτημα 5 γράφεται ότι για να μην υπάρχει ασυνέχεια πρέπει «cu=0».

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Πρέπει να ελεγχθεί το άλμα της u'' στο $x = 1$ και να χρησιμοποιηθεί το $c_u = \int_I f$.

Διορθώστε το σε:

$$u''(1-0) = -f(1) + c_u, \quad u''(1+0) = -f(1).$$

Άρα

$$u \in C^2(I) \Leftrightarrow c_u = 0.$$

Από ολοκλήρωση στο $(0,2)$ και τις συνθήκες $u'(0) = u'(2) = 0$ παίρνουμε

$$c_u = \int_0^2 f(t) dt.$$

Συνεπώς

$$u \in C^2(I) \Leftrightarrow \int_0^2 f(t) dt = 0.$$

Διόρθωση 13 - Σταθερό δεξί μέλος

Αυτό: Στο Ερώτημα 6 χρησιμοποιείται $f(x) = k$, ενώ σε άλλα προβλήματα το k συχνά συμβολίζει παράμετρο τελεστή. Επίσης η γραφή των τύπων για $u(x)$ είναι τυπογραφικά ασαφής.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Το τελικό αποτέλεσμα είναι σωστό, αλλά η σημειογραφία μπορεί να μπερδέψει.

Διορθώστε το σε: Αν $f(x) = \kappa$, τότε

$$u(x) = \frac{\kappa x^2}{2} + \frac{11\kappa}{6}, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

και

$$u(x) = -\frac{\kappa x^2}{2} + 2\kappa x + \frac{5\kappa}{6}, \quad 1 < x \leq 2.$$

Διόρθωση 14 - Πρώτη ισότητα στην αυτοσυζυγία του T

Αυτό: Στο Ερώτημα 7 γράφεται απευθείας ότι

$$\langle Tf, g \rangle = a(Tf, Tg).$$

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Αυτή η ισότητα δεν προκύπτει απευθείας από τον ορισμό. Από τον ορισμό έχουμε

$$a(Tf, Tg) = \langle f, Tg \rangle, \quad a(Tg, Tf) = \langle g, Tf \rangle.$$

Διορθώστε το σε: Θέτουμε $u = Tf$ και $w = Tg$. Τότε

$$a(u, w) = \langle f, Tg \rangle, \quad a(w, u) = \langle g, Tf \rangle.$$

Επειδή $a(u, w) = a(w, u)$, έχουμε

$$\langle f, Tg \rangle = \langle g, Tf \rangle = \langle Tf, g \rangle.$$

Άρα ο T είναι αυτοσυζυγής.

Διόρθωση 15 - Σύνθεση για τη συμπάγεια

Αυτό: Στο Ερώτημα 7 γράφεται γενικά ότι η σύνθεση φραγμένου τελεστή με συμπαγή τελεστή είναι συμπαγή.

Είναι λάθος/ελλιπές γιατί: Η ιδέα είναι σωστή, αλλά πρέπει να είναι σαφές ποια είναι η σειρά της σύνθεσης.

Διορθώστε το σε: Ορίζουμε $S: L^2(I) \rightarrow H^1(I)$ με $S(f) = Tf$. Ο S είναι φραγμένος, ενώ η εμφύτευση

$$j: H^1(I) \rightarrow L^2(I)$$

είναι συμπαγή. Επομένως

$$T = j \circ S$$

είναι συμπαγή.

3. Τμήματα προς διαγραφή ή αναγκαστική αντικατάσταση

3.1 Να διαγραφεί η φράση «Cauchy–Schwarz στο L^1 »

Δεν είναι σωστή ορολογία. Να αντικατασταθεί με «Hölder στο $(0,1)$ » ή «Cauchy–Schwarz στο L^2 ».

3.2 Να διαγραφούν οι όροι «κατά σημείο» και «ομοιόμορφα» από την απόδειξη πιεστικότητας

Αυτοί οι όροι είναι μαθηματικά λανθασμένοι στο συγκεκριμένο πλαίσιο. Η σωστή διατύπωση είναι ασθενής σύγκλιση στο $H^1(I)$ και ισχυρή σύγκλιση στο $L^2(I)$.

3.3 Να διαγραφεί η σχέση $\int u'v' = \int (-u'')v$ ως γενική σχέση για $v \in H^1$

Για γενικές H^1 συναρτήσεις εμφανίζονται συνοριακοί όροι. Η σχέση πρέπει να χρησιμοποιηθεί πρώτα κατανομικά με δοκιμαστικές συναρτήσεις $C_c^\infty(0,2)$ και μετά να εξαχθούν οι φυσικές συνοριακές συνθήκες.

3.4 Να διαγραφεί η φράση «Για να ισχύει η μορφή της Δ.Ε. πρέπει ...»

Πρέπει να αντικατασταθεί από επιχείρημα με αυθαίρετα ίχνη $v(0)$ και $v(2)$.

3.5 Να διαγραφεί το « $cu=0$ » και να αντικατασταθεί με $c_u = 0$

Το « cu » είναι ασαφές και φαίνεται σαν γινόμενο. Σε όλο το κείμενο πρέπει να ορίζεται και να χρησιμοποιείται το

$$c_u := \int_0^1 u(t) dt.$$

3.6 Να διαγραφεί η πρώτη γραμμή της απόδειξης αυτοσυζυγίας « $\langle Tf, g \rangle = a(Tf, Tg)$ »

Είναι η πιο καθαρή μαθηματική αστοχία στο Ερώτημα 7. Το συμπέρασμα είναι σωστό, αλλά πρέπει να δοθεί η σωστή αλυσίδα ισοτήτων.

3.7 Να αφαιρεθούν τα τυπογραφικά κατάλοιπα του δεύτερου αρχείου

Τα σύμβολα «(*)», οι μεμονωμένες κουκκίδες και οι σπασμένες γραμμές πρέπει να αφαιρεθούν. Δεν προσθέτουν μαθηματικό περιεχόμενο και κάνουν το ομαδικό κείμενο να φαίνεται πρόχειρα συγκολλημένο.

3.8 Να γράφετε παντού στον πληθυντικό.