

ΣΑΤΜ 2025-2026
Μαθηματική Ανάλυση
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 7

Άσκηση 1. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \iint_R (x+y) \, dx \, dy$ όπου $R = (x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$.

Άσκηση 2. Δείξτε ότι το εμβαδόν ενός δίσκου ακτίνας R είναι πR^2 .

Άσκηση 3. Έστω $D = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$. Υπολογίστε το $I := \iint_D |x| \, dx \, dy$.

Άσκηση 4. Έστω $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [0, 1], y \leq x \leq 1\}$. Υπολογίστε το $I = \iint_D \frac{y}{(1+x^3)^5} \, dx \, dy$.

Άσκηση 5. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 \left(\int_{2y}^2 \cos(x^2) \, dx \right) \, dy$,

Άσκηση 6. Υπολογίστε το εμβαδόν του χωρίου D που φράσσεται από την παραβολή $y^2 = 6x$ και την ευθεία $x - y = 12$.

Άσκηση 7. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 \left(\int_{y=\sqrt{x}}^1 \sqrt{1+y^3} \, dy \right) \, dx$ αντιστρέφοντας τη σειρά ολοκλήρωσης.

Άσκηση 8. Έστω $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2x, x \geq 1, y \geq 0\}$. Υπολογιστεί το $I := \iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$.

Άσκηση 9. Έστω $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 1/2\}$. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$I := \iint_D \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \, dx \, dy.$$

Άσκηση 10. Έστω $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$. Να υπολογιστεί το

$$I := \iint_D (x - y) \, dx \, dy.$$