Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

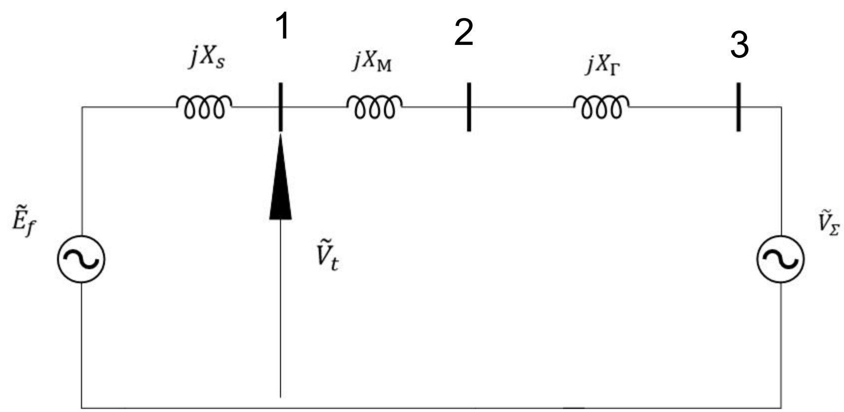
Ασκήσεις στις σύγχρονες & ασύγχρονες μηχανές

Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου
Καθ. ΕΜΠ

Άσκηση 3

Σύγχρονη γεννήτρια 300 MVA, 20 kV με επαγωγική αντίδραση 1,2 α.μ. συνδέεται σε άπειρο σύστημα 150 kV μέσω Μ/Σ 300 MVA, 20/150 kV, X = 10%, και γραμμής με L=50 mH/φάση. Αν η τάση ακροδεκτών της σύγχρονης γεννήτριας είναι 1,15 α.μ. και η γωνία ισχύος δεν μπορεί να υπερβεί τις 60° για λόγους ευστάθειας, ποια η μέγιστη ισχύς εξόδου της γεννήτριας και ποια η εσωτερική της ΗΕΔ τότε; Ως γωνία ισχύος εδώ λογίζεται η γωνία μεταξύ της εσωτερικής ΗΕΔ και της τάσης του άπειρου συστήματος.

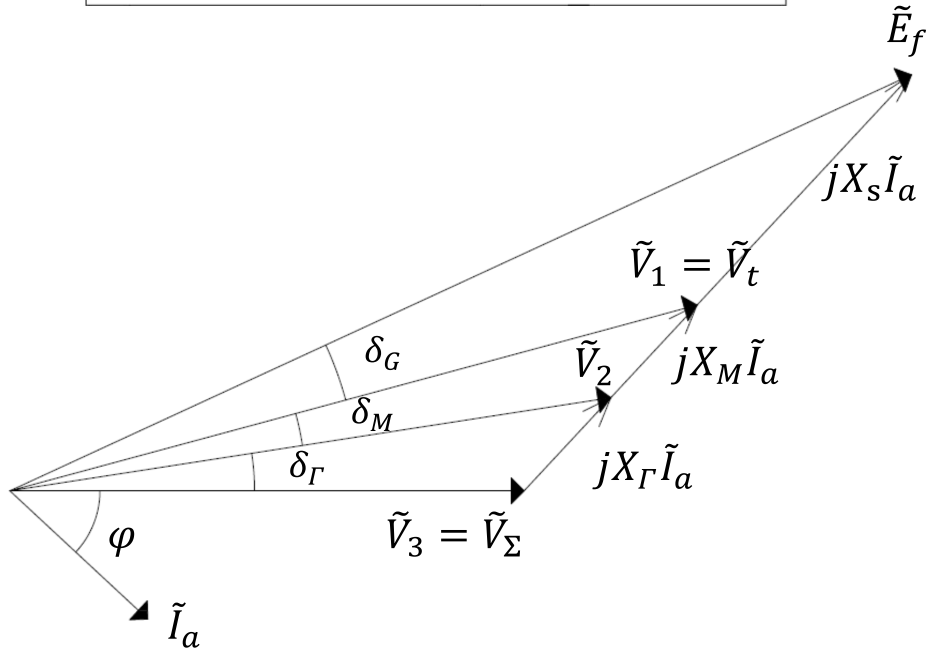
Λύση



$$X_\Gamma = \omega L_\Gamma = 314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15{,}7\ \Omega$$

$$z_B = \frac{150^2}{300} = 75\ \Omega$$

$$X_\Gamma = 0{,}21\ \alpha.\mu.$$



Έστω $\delta = \delta_\Gamma + \delta_M + \delta_G$

Πρέπει:

$$P = \frac{E_f V_t}{X_s} sin\delta_G = \frac{E_f V_\Sigma}{X_s + X_M + X_\Gamma} sin\delta$$

Επίσης

$$P = \frac{V_t V_\Sigma}{X_M + X_\Gamma} sin(\delta - \delta_G)$$

Η γωνία ισχύος δεν μπορεί να υπερβεί τις 60°. Αυτό σημαίνει ότι:

$$\delta_{max} = 60°$$

Έχουμε P_{max} για $\delta_{max} = 60°$.

Αντικαθιστώντας στις προηγούμενες σχέσεις $V_\Sigma = 1\ \alpha.\mu.$, $V_t = 1{,}15\ \alpha.\mu.$ και $\delta = 60°$, τότε έχουμε αγνώστους τα P, δ_G, E_f.

$$P = \frac{E_f V_t}{X_s} sin\delta_G \Rightarrow P = \frac{1{,}15}{1{,}2} E_f sin\delta_G \ (1)$$

$$P = \frac{E_f V_\Sigma}{X_s + X_M + X_\Gamma} sin\delta \Rightarrow P = \frac{1}{1{,}51} sin60° \cdot E_f \ (2)$$

$$P = \frac{V_t V_\Sigma}{X_M + X_\Gamma} sin(\delta - \delta_G) \Rightarrow P = \frac{1{,}15}{0{,}31} sin(60 - \delta_G) \ (3)$$

$$(1),(2) \rightarrow sin\delta_G = \frac{1{,}2 \cdot sin60°}{1{,}15 \cdot 1{,}51} = 0{,}598 \rightarrow \delta_G = 36{,}76°$$

$$(3) \rightarrow P = \frac{1{,}15}{0{,}31} sin(60 - 36{,}76) = 1{,}46\ \alpha.\mu.$$

$$(2) \rightarrow E_f = \frac{1{,}51 P}{sin60°} = 2{,}55\ \alpha.\mu.$$

Άσκηση 4

Σύγχρονη τριφασική εξαπολική γεννήτρια 20 kVA, 380 V, 50 Hz συνδεσμολογίας αστέρα έχει σύγχρονη επαγωγική αντίδραση 1 α.μ., αμελητέα ωμική αντίσταση και αμελητέες απώλειες περιστροφής. Το ονομαστικό ρεύμα διεγέρσεως της γεννήτριας είναι 5 A (ρεύμα διεγέρσεως το οποίο εξασφαλίζει ονομαστική τάση ακροδεκτών σε κενό φορτίο όταν ο δρομέας στρέφεται με ονομαστική ταχύτητα). Το μαγνητικό κύκλωμα της γεννήτριας μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό.

α) Η γεννήτρια τροφοδοτεί με ονομαστική τάση ωμικό τριφασικό φορτίο και η ροπή στον άξονά της είναι 100 Nm. Να υπολογισθούν το ρεύμα διεγέρσεως και η γωνία ροπής δ.

β) Στη συνέχεια η γεννήτρια συνδέεται σε δίκτυο ονομαστικής τάσεως και παράγει ενεργό ισχύ 10 kW ενώ το ρεύμα διεγέρσεώς της είναι 7.5 A. Να σχεδιασθεί το διανυσματικό διάγραμμα λειτουργίας της και να υπολογισθεί η άεργος ισχύς που ανταλλάσσει με το δίκτυο.

Λύση

α)

$$\omega_m = \frac{2\pi f}{P/2} = \frac{100\pi}{3} = 104{,}72\,\frac{r}{s}$$

$$P_m = T_m \omega_m = 100 \cdot 104{,}72 = 10.473\ W$$

$$I_a = \frac{P_e}{\sqrt{3}V_{tN}} = \frac{P_m}{\sqrt{3}V_{tN}} = \frac{10473}{\sqrt{3}\cdot 380} = 15{,}91\ A$$

$$cos\varphi = 1 \rightarrow \tilde{I}_a = 15{,}91\angle 0°A$$

$$z_B = \frac{V_{tN}^2}{S_N} = \frac{380^2}{20\cdot 10^3} = 7{,}22\ \Omega$$

$$X_s = 1\cdot 7{,}22 = 7{,}22\ \Omega$$

$$\tilde{E}_f = \tilde{V}_t^{\varphi} + jX_s\tilde{I}_a = 220\angle 0° + j7{,}22\cdot 15{,}91 = 248{,}18\angle 27{,}57°\ V$$

$$\delta = 27{,}57°$$

$$I_f = 5 \cdot \frac{248{,}18}{220} = 5{,}64\ A$$

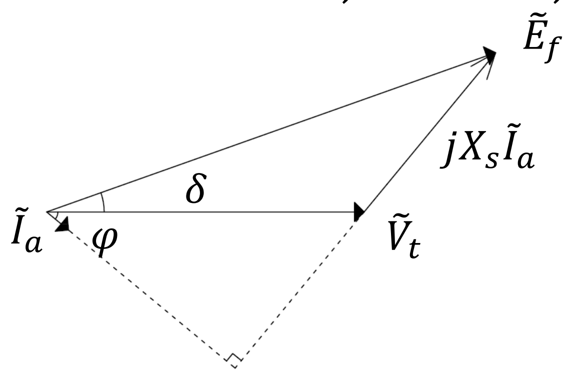
β)

$$E_f = 220 \cdot \frac{7{,}5}{5{,}0} = 330\ V$$

$$P = \frac{3E_f V_{tN}}{X_s} sin\delta \rightarrow sin\delta = \frac{PX_s}{3E_f V_{tN}} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 7{,}22}{3 \cdot 330 \cdot 220} \rightarrow \delta = 19{,}5°$$

$$\tilde{I}_a = \frac{\tilde{E}_f - V_{tN}}{jX_s} = \frac{330\angle 19{,}5° - 220\angle 0°}{j7{,}22} = 19{,}7\angle - 39{,}6°\ A$$

$$Q = 3V_t I_a sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 19{,}7 \cdot sin39{,}6° = 8.287{,}8\ VAr$$



Άσκηση 3

Κινητήρας επαγωγής 380 V, 50 Hz, βραχυκυκλωμένου δρομέα έχει τις παρακάτω παραμέτρους ανά φάση (ανηγμένες στο στάτη):

$$\boldsymbol{R_1 = 1\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_1 = 4\ \Omega}, \qquad \boldsymbol{r_2 = 0,8\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_2 = 3,5\ \Omega}$$

όπου στις τιμές R_1 και X_1 έχει συμπεριληφθεί η επίδραση της αντίστασης μαγνητίσεως X_{φ}.

α) Αν κατά την κανονική λειτουργία η εσωτερική ροπή είναι ίση με τη ροπή εκκινήσεως, να υπολογιστεί η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας.

β) Να υπολογιστεί η ολίσθηση στην οποία η ροπή γίνεται μέγιστη.

Λύση

α)

$$R_1 = R_{th} \text{ και } X_1 = X_{th}$$

Ισχύει ότι:

$$T_{\varepsilon\kappa\kappa} = T_{em} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{\omega_s}\frac{V_{th}^2 r_2}{(R_{th}+r_2)^2+(X_{th}+X_2)^2} = \frac{3}{\omega_s}\frac{V_{th}^2\frac{r_2}{s}}{\left(R_{th}+\frac{r_2}{s}\right)^2+(X_{th}+X_2)^2}$$

Μοναδικός άγνωστος η ζητούμενη ολίσθηση

Αντικαθιστώντας με $z = \frac{r_2}{s}$ και μετά από πράξεις λαμβάνουμε:

$$(1+z)^2 + 7{,}5^2 = \frac{1{,}8^2 + 7{,}5^2}{0{,}8}z$$

ή ισοδύναμα:

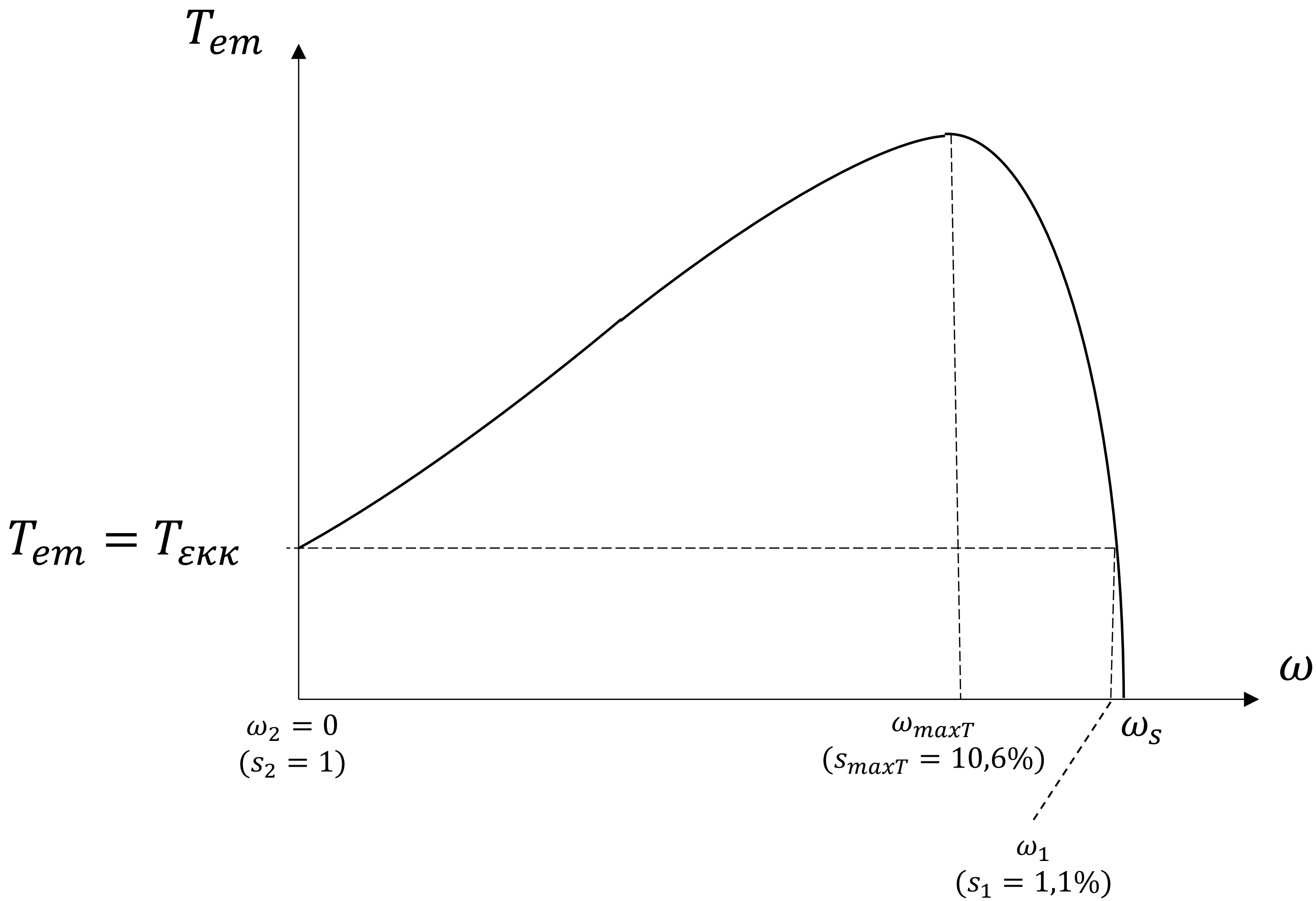
$$z^2 - 72{,}363z + 57{,}25 = 0$$

Η λύση $z = 71{,}563$ αντιστοιχεί σε ολίσθηση $s = 0{,}011$, ενώ η λύση $z = 0{,}8$ αντιστοιχεί σε ολίσθηση εκκινήσεως $s = 1$. Συνεπώς, η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας είναι $s = 1{,}1\%$

β)

$$s_{maxT} = \frac{r_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}} = 0{,}106$$

Άρα η ροπή γίνεται μέγιστη για ολίσθηση 10,6%.


T_{em}
$T_{em} = T_{εκκ}$
ω
$\omega_2 = 0$
$(s_2 = 1)$
ω_{maxT}
$(s_{maxT} = 10{,}6\%)$
ω_s
ω_1
$(s_1 = 1{,}1\%)$

Άσκηση 7 - 9ο Κεφάλαιο (Φυλλαδίου ασκήσεων):

Εξαπολική μηχανή επαγωγής δακτυλιοφόρου δρομέα 100 HP, 380V, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, συνδέεται σε δίκτυο σταθερής τάσεως και συχνότητας ίσης με τα ονομαστικά της μεγέθη και εμφανίζει απώλειες περιστροφής 500 W. Τα στοιχεία του ισοδυνάμου κυκλώματός της για την προαναφερόμενη συνδεσμολογία ανηγμένα στο στάτη είναι:

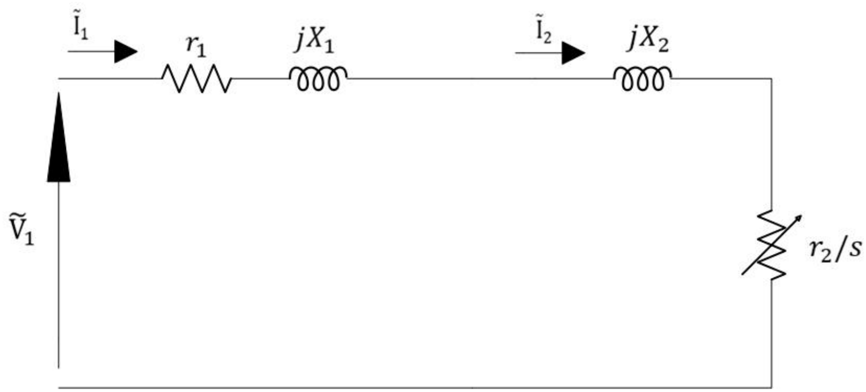
$$r_1 = 0,2\ \Omega, \qquad r_2 = 0,1\ \Omega, \qquad X_1 = X_2 = 0,8\ \Omega, \qquad X_m \rightarrow \infty$$

α) Η μηχανή κινεί έλαστρο σταθερής ροπής (μη μεταβαλλόμενης με την ταχύτητα). Αν η ταχύτητα του δρομέα είναι 980 ΣΑΛ να υπολογισθούν το ρεύμα γραμμής, η ταχύτητα περιστροφής του πεδίου του δρομέα και η συχνότητα των ρευμάτων του δρομέα.

β) Να υπολογισθούν η μηχανική ροπή του φορτίου κατά τη λειτουργική κατάσταση του ερωτήματος (α), καθώς και η ελάχιστη τιμή αντίστασης που πρέπει να συνδεθεί σε κάθε φάση του δρομέα για να γίνει η ροπή εκκίνησης ίση με την παραπάνω ροπή (η τιμή της αντίστασης να δοθεί ανηγμένη στο στάτη).

γ) Όταν η μηχανή λειτουργεί ως γεννήτρια, να υπολογισθεί η μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ροπή που μπορεί να αναπτύξει και η αντίστοιχη ταχύτητα του δρομέα.

Λύση



α) $n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 50}{6} = 1000\ \Sigma\text{A}\Lambda$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 980}{1000} = 2\%$$

$$I_1 = I_2 = \frac{V_{1T}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}} = \frac{380}{\sqrt{\left(0{,}2 + \frac{0{,}1}{0{,}02}\right)^2 + (0{,}8 + 0{,}8)^2}} = 69{,}85\ A$$

$$I_{\gamma\rho} = \sqrt{3} I_T = 121\ A$$

Εναλλακτικά: Ισοδύναμος κινητήρας σε Υ με $z_Y = \frac{z_\Delta}{3}$, δηλαδή όλα τα $r, X \rightarrow \times \frac{1}{3}$

β)

$$T_{em} = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(R_{th} + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_T^2 \frac{r_2}{s}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2} =$$

$$\frac{3}{\frac{2\pi 50}{3}} \frac{380^2 \frac{0,1}{0,02}}{\left(0,2 + \frac{0,1}{0,02}\right)^2 + (0,8+0,8)^2} = 699 \text{ Nm}$$

$$V_{th} = V_t, R_{th} = r_1, X_{th} = X_1$$

Εναλλακτικά:

$$P_g = 3I_2^2 \frac{r_2}{s} = 3 \cdot 69,85^2 \cdot \frac{0,1}{0,02} = 73,19\ kW$$

$$P_{em} = (1-s)P_g = 0,98 \cdot 73,19 = 71,72\ kW$$

$$\omega_m = \frac{P_{em}}{\omega_m} = \frac{2\pi 980}{60} = 102,57 \frac{rad}{s}$$

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} = 699\ \mathrm{Nm}$$

ή

$$\omega_s = \frac{2\pi \mathrm{f}}{\mathrm{P}/2} = 104{,}66\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$T_{em} = \frac{P_g}{\omega_s} = 699\ Nm$$

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{P_{em} - P_{\alpha\pi}}{\omega_m} = \frac{71{,}72 - 0{,}5}{102{,}57} = 694\ Nm$$

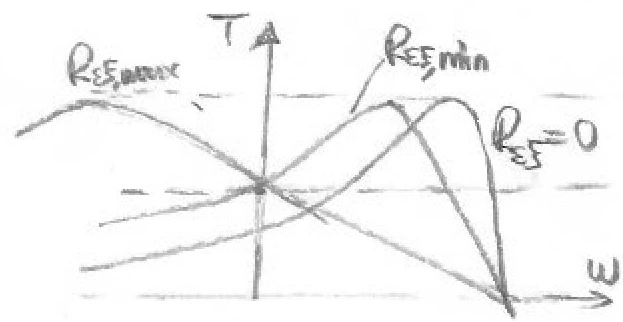
$$T_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{3}{\omega_s}\frac{V_T^2(r_2+R_{\varepsilon\xi})}{\left(r_1 + r_2 + R_{\varepsilon\xi}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2} = 694 \xRightarrow{r_2' = r_2+R_{\varepsilon\xi}}$$

$$72665{r_2'}^2 - 404134r_2' + 188929 = 0 \Rightarrow$$

$$r_2' = 5{,}046\ \Omega \text{ ή } r_2' = 0{,}515\ \Omega \Rightarrow$$

$$R_{\varepsilon\xi} = 4{,}946\ \Omega \text{ ή } R_{\varepsilon\xi} = 0{,}415\ \Omega$$

$$\textbf{Άρα } \boldsymbol{R_{\varepsilon\xi,min} = 0,415\ \Omega}$$



Παραλλαγή: Αν μας ζητούσαν $R_{\varepsilon\xi}$ έτσι ώστε $T_{\varepsilon\kappa\kappa} = T_{max}$ θα μπορούσαμε να δουλέψουμε ως εξής:

1. $s_{maxT} = \frac{r_2 + R_{\varepsilon\xi}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}} = 1 \Rightarrow R_{\varepsilon\xi} = \cdots$

2. *ή εναλλακτικά*

– Υπολογισμός T_{max}

– Επίλυση ως προς $R_{\varepsilon\xi}$ της εξίσωσης $T_{\varepsilon\kappa\kappa}(R_{\varepsilon\xi}) = T_{max}$

Αρκετή ταλαιπωρία

γ) $T_{min} = \frac{1}{\omega_s} \cdot \frac{-\frac{3}{2}V_T^2}{-r_1 + \sqrt{r_1^2 + (X_1 + X_2)^2}} = \frac{1}{104{,}66} \cdot \frac{-\frac{3}{2} \cdot 380^2}{-0{,}2 + \sqrt{0{,}2^2 + 1{,}6^2}} = -1465\ Nm$

$$s_{maxT} = -\frac{r_2}{\sqrt{r_1^2 + (X_1 + X_2)^2}} = -0{,}062$$

$$n_{maxT} = (1 - s_{maxT})n_s = 1062\ ΣΑΛ$$