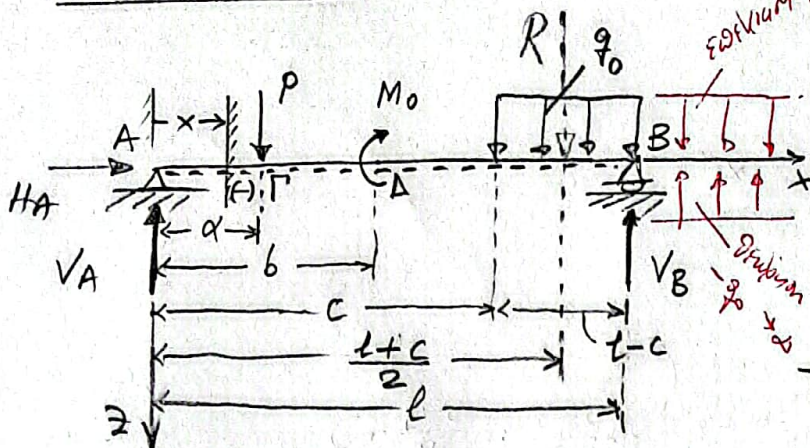


13.2 ΑΣΚΗΣΗ



Να παρασχεθούν τα διαγράμματα N, Q, M της δοκού με τη μέθοδο των γενικευμένων παραμόρφων.
 Δίνεται: $q_0 = 2 \text{ kN/m}$, $M_0 = 4 \text{ kNm}$, $P = 6 \text{ kN}$, $\alpha = 2 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}$, $c = 6 \text{ m}$, $l = 8 \text{ m}$.

Λύση

- Αντίδρασης συμπίπτει (όχι αυτό εννοεί έκφραση φόρμας $q(x)$)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 1V_B - \frac{l+c}{2}(l-c)q_0 - M_0 - \alpha P = 0 \Rightarrow V_B = \frac{(l+c)(l-c)}{2l}q_0 + \frac{M_0}{l} + \frac{\alpha P}{l}$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{14 \times 2}{2 \times 8} \times 2 + \frac{4}{8} + \frac{2 \times 6}{8} = 5.5 \text{ kN}$$

$$\sum F_2 = 0 \Rightarrow V_A = P + (l-c)q_0 - V_B = 6 + 2 \times 2 - 5.5 = 4.5 \text{ kN}$$

- Έκφραση της φόρμας σε ενιαία μορφή με τη συνθήκη των γενικευμένων παραμόρφων.

$$M(x) = M_0 \langle x-b \rangle^0$$

$$Q(x) = \frac{dM}{dx} = M_0 \langle x-b \rangle^{-1}$$

$$q_{M_0}(x) = -\frac{dQ}{dx} = -M_0 \langle x-b \rangle^{-2}$$

Οπότε η συνολική φόρμα $q(x)$ (δείχνει όπως τον δείχνει άξονα 2) είναι:

$$q(x) = -V_A \langle x \rangle^{-1} + P \langle x-\alpha \rangle^{-1} - M_0 \langle x-b \rangle^{-2} + q_0 \langle x-c \rangle^0 - q_0 \langle x-l \rangle^0 - V_B \langle x-l \rangle^{-1} \quad (1)$$

↑
↑
↑
↑

1. Διορθωτική
1. Διορθωτική
1. Διορθωτική
1. Διορθωτική

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \Rightarrow Q(x) = -\int_{-\infty}^x q(x) dx$$

(στη περίπτωση $Q(x) = Q(b) - \int_{-\infty}^x q(x) dx$, διότι $Q(b) \equiv V_A$ οφειδόμενα
από $q(x)$)

$$(1) \Rightarrow Q(x) = V_A \int_{-\infty}^x \langle x \rangle^{-1} dx - P \int_{-\infty}^x \langle x-a \rangle^{-1} dx + M_0 \int_{-\infty}^x \langle x-b \rangle^{-2} dx - q_0 \int_{-\infty}^x \langle x-c \rangle^0 dx + \frac{q_0}{2} \int_{-\infty}^x \langle x-l \rangle^1 dx + V_R \int_{-\infty}^x \langle x-l \rangle^{-1} dx$$

Καθώς ο λογαριθμικός ολοκλήρωμα γενικεύεται αναγράφεται:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \langle x-x_0 \rangle^{-1} dx = \langle x-x_0 \rangle^0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \langle x-x_0 \rangle^{-2} dx = \langle x-x_0 \rangle^{-1}$$

Καθώς ο λογαριθμικός ολοκλήρωμα αναγράφεται Macaulay-Form:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \langle x-x_0 \rangle^n dx = \frac{\langle x-x_0 \rangle^{n+1}}{n+1}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$Q(x) = V_A \langle x \rangle^0 - P \langle x-a \rangle^0 + M_0 \langle x-b \rangle^{-1} - q_0 \langle x-c \rangle^1 + \frac{q_0}{2} \langle x-l \rangle^2 + V_R \langle x-l \rangle^0 \quad (2)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) \Rightarrow M(x) = \int_{-\infty}^x Q(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(x) = V_A \int_{-\infty}^x \langle x \rangle^0 dx - P \int_{-\infty}^x \langle x-a \rangle^0 dx + M_0 \int_{-\infty}^x \langle x-b \rangle^{-1} dx - \frac{q_0}{2} \int_{-\infty}^x \langle x-c \rangle^2 dx + \frac{q_0}{2} \int_{-\infty}^x \langle x-l \rangle^2 dx + V_R \int_{-\infty}^x \langle x-l \rangle^0 dx \Rightarrow$$

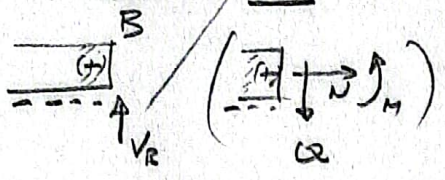
$$M(x) = V_A \langle x \rangle^1 - P \langle x-a \rangle^1 + M_0 \langle x-b \rangle^0 - \frac{q_0}{6} \langle x-c \rangle^3 + \frac{q_0}{6} \frac{\langle x-l \rangle^3}{3} + V_R \langle x-l \rangle^1 \quad (3)$$

Evadlaurinos rēlās uālogrāfāi arīspārtu mēģinājumā arī pūmāpār
 $M(x)$ un $Q(x)$:

$$(3) \Rightarrow \underline{M(l)} \equiv 0 = V_A l - P(l-a) + M_0 \cdot 1 - q_0 \frac{(l-c)^2}{2} + q_0 \frac{(l-l)^2}{2} + V_B (l-l) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{V_A = \frac{P(l-a)}{l} - \frac{M_0}{l} + q_0 \frac{(l-c)^2}{2l} = \frac{6 \times 6 - 4 + 4}{8} = 4.5 \text{ kN}} \checkmark$$

$$(2) \Rightarrow \underline{Q(l)} \equiv \underline{V_B} = V_A - P + M_0 \cdot 0 - q_0(l-c) + q_0(l-l) + V_B(l-l) \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \underline{V_B = P + q_0(l-c) - V_A = 6 + 2 \times 2 - 4.5 = 5.5 \text{ kN}} \checkmark$$

Diagrama Q (analogus M)

