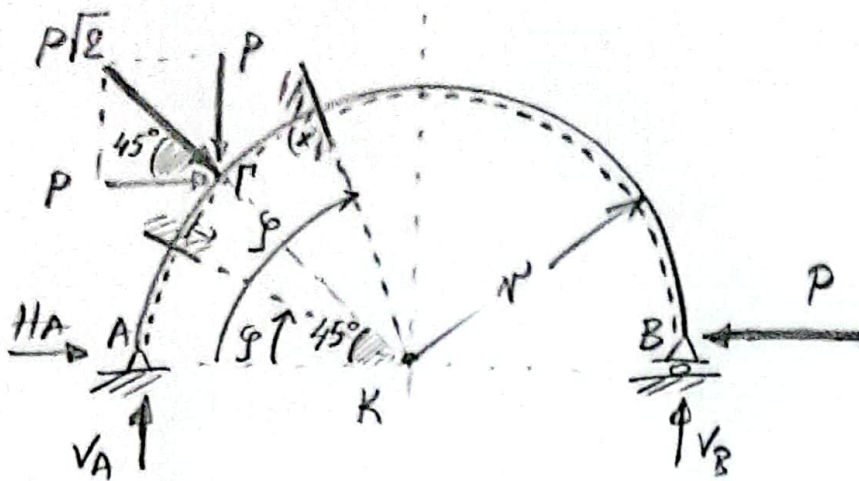


12.1 ΑΣΚΗΣΗ



Να κατασκευασθούν τα διαγράμματα N, Q, M της ημικυκλικής δοκού. Διόταν r, P

Λύση

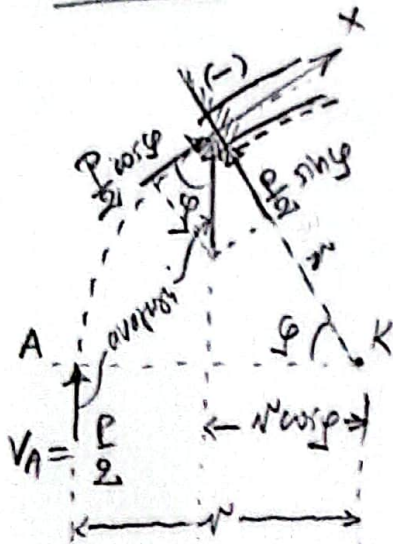
• Αντιδράσεις συνιστώσες ($\uparrow \rightarrow$)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + P - P = 0 \Rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_K = 0 \Rightarrow r V_B - r V_A = 0 \Rightarrow V_A = V_B$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B = P \Rightarrow V_A = V_B = \frac{P}{2}$$

• N, Q, M



Τμήμα ΑΓ, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

(αναζητάμε την αρνητική διατομή από αρχή φ)

$$N(\varphi) = -\frac{P}{2} \cos \varphi \text{ kN, συντηρητικό διαγράμμα}$$

$$Q(\varphi) = \frac{P}{2} \sin \varphi \text{ kN, μη συντηρητικό διαγράμμα}$$

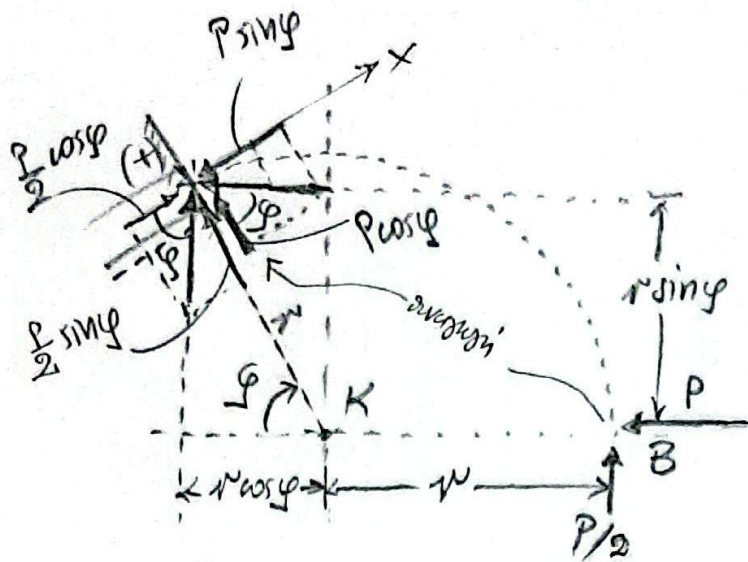
$$M(\varphi) = r(1 - \cos \varphi) \frac{P}{2} \text{ kNm, συντηρητικό διαγράμμα}$$

Έλεγχος ισχύος διαφορών έχουμε:

$$\frac{dN}{d\varphi} = -n(\varphi)r + Q(\varphi), \quad \frac{dQ}{d\varphi} = -q(\varphi)r - N(\varphi)$$

$$\frac{dM}{d\varphi} = -m(\varphi)r + Q(\varphi)r$$

(12-4)



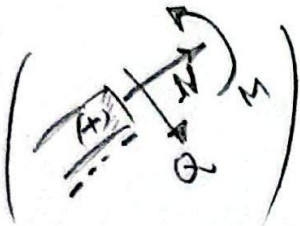
Τμήμα PB , $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \pi$

(από την ενότητα διαφοράς από
στέγη)

$$N(\varphi) = \frac{P}{2} \cos \varphi - P \sin \varphi \text{ kN}$$

$$Q(\varphi) = -\frac{P}{2} \sin \varphi - P \cos \varphi \text{ kN}$$

$$M(\varphi) = r(1 + \cos \varphi) \frac{P}{2} - P r \sin \varphi \text{ kNm}$$



Ελέγχος ισχύος διαφορίων σχέσεων:

$$\frac{dN}{d\varphi} = -n(\varphi)r + Q(\varphi), \quad \frac{dQ}{d\varphi} = -q(\varphi)r - N(\varphi)$$

$$\frac{dM}{d\varphi} = -m(\varphi)r + Q(\varphi)r$$

Διερεύνηση (επαγωγών δυνάμεων στο $N(y)$)

• Κατασκευή διερεύνησης $N(y)$

ΑΓ, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$: $N(\varphi) = -\frac{P}{2} \cos \varphi \text{ kN}$

$N(0) = -\frac{P}{2} \text{ kN}, \quad N\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{P\sqrt{2}}{4} = -0.35 P \text{ kN} \quad (N_{\min} = -\frac{P}{2} \text{ kN})$

Κλίση : $\frac{dN}{d\varphi} \Big|_0 = Q(0) = \frac{P}{2} \sin 0 = 0 \text{ kN}$

$\frac{dN}{d\varphi} \Big|_{\frac{\pi}{4}} = Q\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{P}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{P\sqrt{2}}{4} = 0.35 P \text{ kN} > 0$

ΓΒ, $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \pi$: $N(\varphi) = \frac{P}{2} \cos \varphi - P \sin \varphi \text{ kN}$

$N\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{P\sqrt{2}}{4} - \frac{P\sqrt{2}}{2} = -\frac{P\sqrt{2}}{4} = -0.35 P \text{ kN}, \quad N(\pi) = \frac{P}{2}(-1) - 0 = -0.5 P \text{ kN}$

Ανέλιξη στο $N(y)$ για : $\frac{dN}{d\varphi} = Q(\varphi) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{P}{2} \sin \varphi - P \cos \varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = -2 \Rightarrow \varphi = 116.56^\circ$

$N_{\min} = \frac{P}{2} \cos(116.56^\circ) - P \sin(116.56^\circ) = -1.12 P \text{ kN}$

Κλίση : $\frac{dN}{d\varphi} \Big|_{\frac{\pi}{4}} = Q\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{P\sqrt{2}}{4} - \frac{P\sqrt{2}}{2} = -\frac{3P\sqrt{2}}{4} = -1.06 P \text{ kN} < 0$

$\frac{dN}{d\varphi} \Big|_{\pi} = Q(\pi) = -\frac{P}{2} \cdot 0 - P(-1) = P \text{ kN} > 0$

