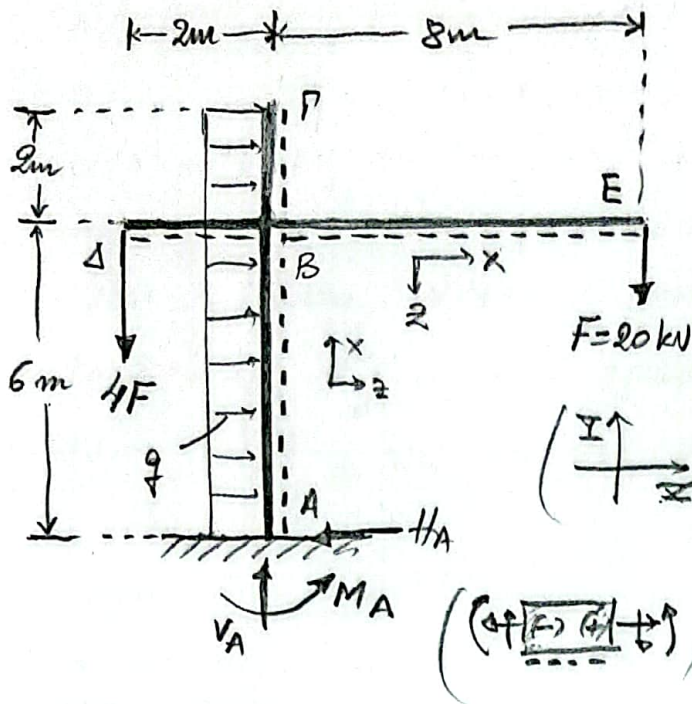


11.19 ASK/1211



Να καθορισθούν τα διατμητικά
N, Q, M του ελαστοστατικού υλικού Ε.
Δίνεται $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.

Λύση

• Αντίδρασεις επιρρίχης

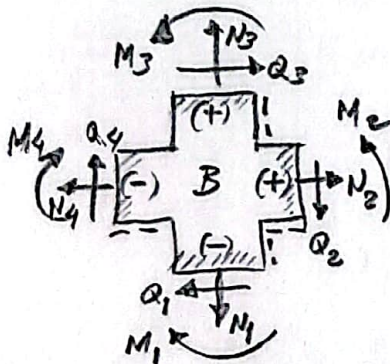
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 8q = 16 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = 5F = 100 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - \frac{8}{2} 8q - 8F + 8F = 0 \Rightarrow M_A = 64 \text{ kNm}$$

• N, Q, M

Διατμητικό Β



Ανάλυση στο Β από αριστερά (αρνητική διατομή):

$$N_4 = 0 \text{ kN}, Q_4 = -4F = -80 \text{ kN}, M_4 = -8 \times 4F = -160 \text{ kNm}$$

Ανάλυση στο Β από δεξιά (θετική διατομή):

$$N_3 = 0 \text{ kN}, Q_3 = 2q = 4 \text{ kN}, M_3 = -\frac{8}{2} 2q = -4 \text{ kNm}$$

Ανάλυση στο Β από δεξιά (θετική διατομή):

$$N_2 = 0 \text{ kN}, Q_2 = 20 \text{ kN}, M_2 = -8F = -160 \text{ kNm}$$

Εξισώσεις διατμητικού ως προς υποδοχίτες N_1, Q_1, M_1

$$(+\downarrow): N_1 + Q_2 - M_3 - Q_4 = 0 \Rightarrow N_1 = -Q_2 + M_3 + Q_4 = -20 + 0 - 80 = -100 \text{ kN}$$

$$(\uparrow): Q_1 - N_2 - Q_3 + N_4 = 0 \Rightarrow Q_1 = N_2 + Q_3 - N_4 = 0 + 4 - 0 = 4 \text{ kN}$$

$$(\curvearrowright): M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = 0 \Rightarrow M_1 = M_2 + M_3 - M_4 = -160 - 4 + 160 = -4 \text{ kNm}$$

Τμήμα ΑΒ, $0 \leq x \leq 6$ (αναγωγής των αρνητικών διατάξεων από κάτω):

$$N(x) = -V_A = -100 \text{ kN}, \text{ σταθερό διατρεπτικό } (\equiv N_1)$$

$$Q(x) = H_A - qx = 16 - 2x \text{ kN}, \text{ γραμμικό διατρεπτικό}$$

$$Q(0) = 16 \text{ kN}, Q(6) = 4 \text{ kN} (\equiv Q_1)$$

$$M(x) = -M_A + xH_A - \frac{x}{2}qx = -64 + 16x - x^2, \text{ παραβολικό διατρεπτικό}$$

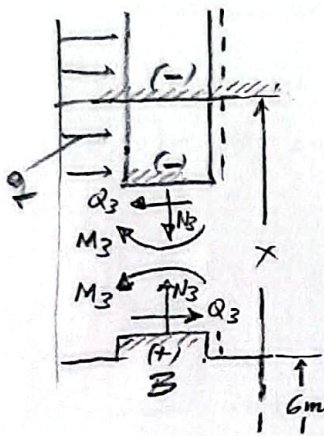
$$M(0) = -64 \text{ kNm}, M(6) = -4 \text{ kNm} (\equiv M_1)$$

Κατωθώστες $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -2$, αρνητική, καίσαρ: 

Κλίσεις $\frac{dM}{dx}|_0 = Q(0) = 16 \text{ kN} > 0$, $\frac{dM}{dx}|_6 = Q(6) = 4 \text{ kN} > 0$

Τμήμα ΒΓ, $6 \leq x \leq 8$

• Με χρήση των N_3, Q_3, M_3 και αναγωγής των αρνητικών διατάξεων από κάτω (Β→Γ):



$$N(x) = N_3 = 0 \text{ kN}, \text{ μηδενικό διατρεπτικό}$$

$$Q(x) = Q_3 - (x-6)q = 4 + 12 - 2x = 16 - 2x \text{ kN}, \text{ γραμμ. διατρεπτικό}$$

$$Q(6) = 4 \text{ kN} (\equiv Q_3), Q(8) = 0 \text{ kN}$$

$$M(x) = M_3 + (x-6)Q_3 - \frac{x-6}{2}q(x-6) =$$

$$= -4 + 4x - 24 - 36 - x^2 + 12x =$$

$$= -64 + 16x - x^2 \text{ kNm}, \text{ παραβολικό διατρεπτικό}$$

$$M(6) = -4 \text{ kNm} (\equiv M_3), M(8) = 0 \text{ kNm}$$

Κατωθώστες $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -2$, αρνητική, καίσαρ: 

Κλίσεις $\frac{dM}{dx}|_6 = Q(6) = 4 \text{ kN} > 0$, $\frac{dM}{dx}|_8 = Q(8) = 0 \text{ kN}$

• Ευαισθησία, με αναγωγή των θετικών διατάξεων από πάνω (Γ→Β):

$$N(x) = 0 \text{ kN}$$

$$Q(x) = q(8-x) = 16 - 2x \text{ kN}$$

$$M(x) = -\frac{8-x}{2}q(8-x) = -64 - x^2 + 16x \text{ kNm}$$

Παρατήρηση Είναι το ίδιο εάν γραφτεί: τμήμα ΒΓ, $0 \leq x \leq 2$

$$Q(x) = Q_3 - qx = 4 - 2x \text{ kN}, Q(0) = 4 \text{ kN} (\equiv Q_3), Q(2) = 0 \text{ kN}$$

$$M(x) = M_3 + xQ_3 - \frac{x}{2}qx = -4 + 4x - x^2 \text{ kNm}$$

$$M(0) = -4 \text{ kNm} (\equiv M_3), M(2) = 0 \text{ kNm}$$

Τμήμα ΔΒ, $0 \leq x \leq 2$ (αναγωγή αρνητικών διατομών από αρχή)

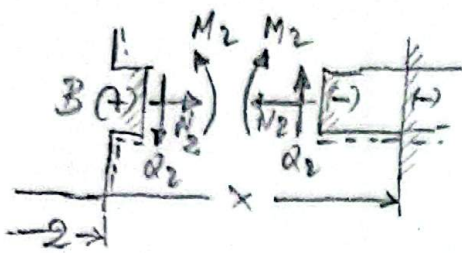
$N(x) = 0 \text{ kN}$, ($\equiv N_4$), μηδενικό διαγράμμα

$Q(x) = -4F = -80 \text{ kN}$ ($\equiv Q_4$), σταθερό διαγράμμα

$M(x) = -4Fx = -80x \text{ kNm}$, γραμμικό διαγράμμα, $M(0) = 0 \text{ kNm}$, $M(2) = -160 \text{ kNm} (\equiv M_4)$

Τμήμα ΒΕ, $2 \leq x \leq 10$

• Με χρήση των N_2, Q_2, M_2 και αναγωγή από τους υφαντικούς διατομές από αρχή:



$N(x) = N_2 = 0 \text{ kN}$, μηδενικό διαγράμμα

$Q(x) = Q_2 = 20 \text{ kN}$, σταθερό διαγράμμα

$M(x) = M_2 + (x-2)Q_2 = -160 - 40 + 20x =$

$= -200 + 20x \text{ kNm}$, γραμμικό διαγράμμα

$M(2) = -160 \text{ kNm} (\equiv M_2)$, $M(10) = 0 \text{ kNm}$

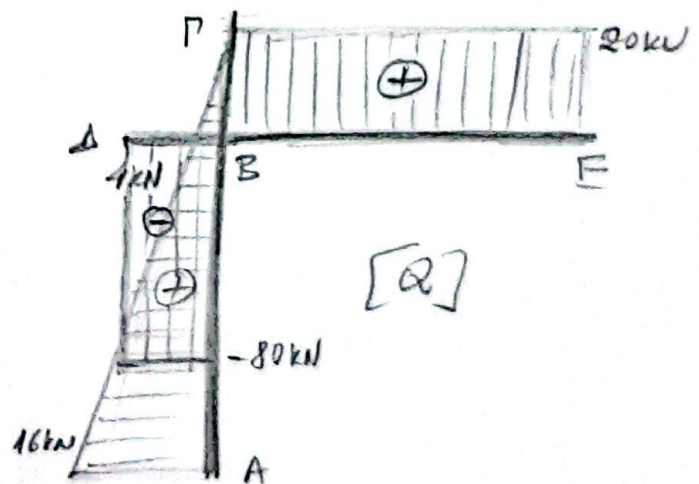
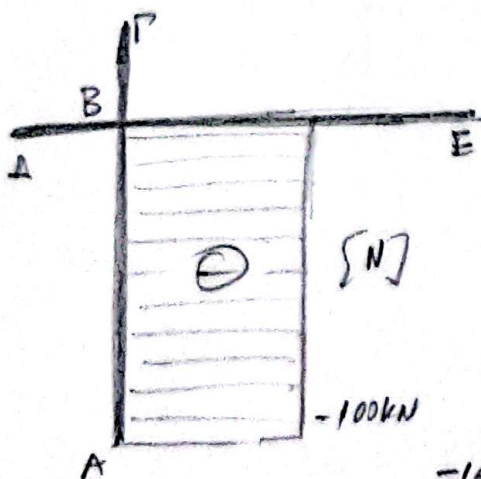
• Με αναγωγή στη δεξιά διατομή από δεξιά:

$N(x) = 0 \text{ kN}$, $Q(x) = +F = 20 \text{ kN}$, $M(x) = -(10-x)F = -200 + 20x \text{ kNm}$

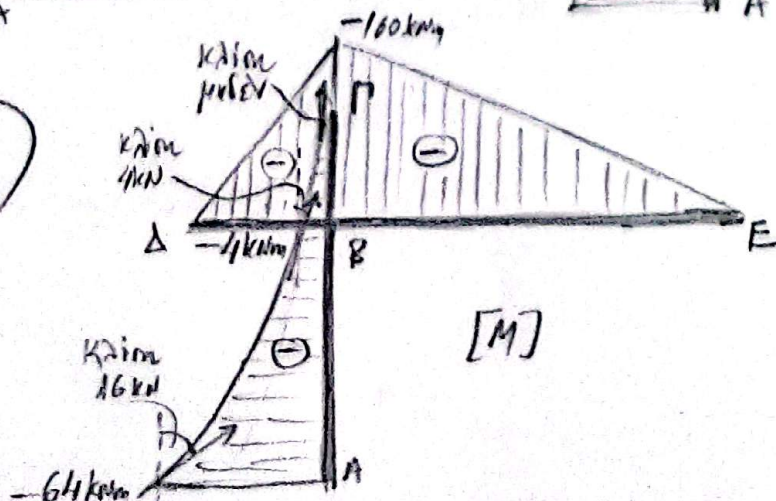
Εναλλακτικά, ορόφωνας, ΒΕ, $0 \leq x \leq 8$ (υποαναγωγή από υφαντικούς διατομές):

$M(x) = M_2 + xQ_2 = -160 + 20x \text{ kNm}$, $M(0) = -160 \text{ kNm}$, $M(8) = 0 \text{ kNm}$

Διαγράμματα



(Έκτος υφαντικού)



Παρατηρήσεις

Η κρίση αντίδρασης $4F$ στο Δ, ελαττώνει το μήκος της ραβδωτής διατομής στο Α, σε σχέση με τον ορισμό L.