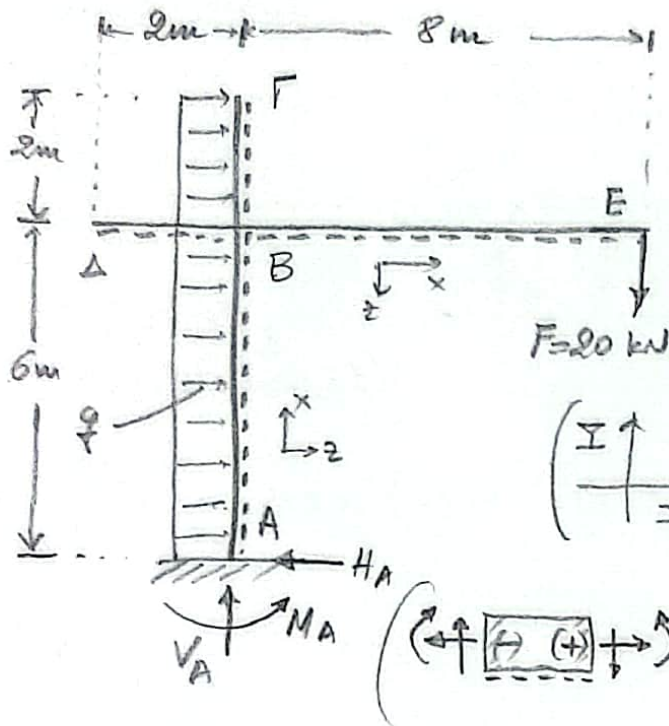


11.18 ASKHLH



Να υπολογισθούν τα διαγράμματα  $N, Q, M$  του σταθμού  $\gamma$  στην  $\perp$  άξονα  $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Λύση

• Αντικείμενο ομοιόμορφο

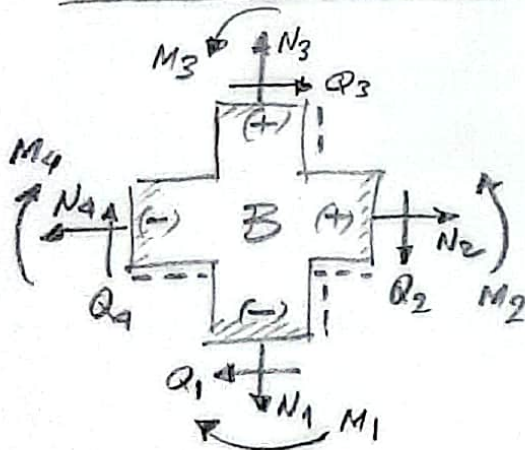
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 8q = 16 \text{ kN}$$

$$\left( \begin{array}{c} \uparrow \\ \rightarrow \end{array} \right) : \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = F = 20 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - \frac{8}{2} 8q - 8F = 0 \Rightarrow M_A = 224 \text{ kNm}$$

•  $N, Q, M$ 

Διαμείωση B



Αντικείμενο στο B από αριστερά (απ. διαμ.):

$$N_4 = 0 \text{ kN}, Q_4 = 0 \text{ kN}, M_4 = 0 \text{ kNm}$$

Αντικείμενο στο B από δεξιά (δεξ. διαμ.):

$$N_3 = 0 \text{ kN}, Q_3 = 2 \cdot 8 = 4 \text{ kN}$$

$$M_3 = -\frac{8}{2} 2q = -4 \text{ kNm}$$

Αντικείμενο στο B από κάτω (απ. διαμ.):

$$N_2 = 0 \text{ kN}, Q_2 = 20 \text{ kN}, M_2 = -160 \text{ kNm}$$

Στοιβάδα διαμειώσεων από υπολογισμούς  $N, Q, M$ :

$$(\uparrow \downarrow): N_1 + Q_2 - N_3 - Q_4 = 0 \Rightarrow N_1 = -Q_2 + N_3 + Q_4 = -20 + 0 + 0 \Rightarrow N_1 = -20 \text{ kN}$$

$$(\leftarrow \rightarrow): Q_1 - N_2 - Q_3 + N_4 = 0 \Rightarrow Q_1 = N_2 + Q_3 - N_4 = 0 + 4 - 0 \Rightarrow Q_1 = 4 \text{ kN}$$

$$(\curvearrowright \curvearrowleft): M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = 0 \Rightarrow M_1 = M_2 + M_3 - M_4 = -160 - 4 - 0 \Rightarrow M_1 = -164 \text{ kNm}$$



Τμήμα AB,  $0 \leq x \leq 6$  (αναγωγή στην αρνητική διατομή από κάτω):

$$N(x) = -V_A = -20 \text{ kN}, \text{ μηδενικό διατμητικό } (= N_2 \checkmark)$$

$$Q(x) = H_A - qx = 16 - 2x \text{ kN}, \text{ γραμμικό διατμητικό}$$

$$Q(0) = 16 \text{ kN}, Q(6) = 4 \text{ kN} \quad (= Q_1 \checkmark)$$

$$M(x) = -M_A + xH_A - \frac{x}{2}qx = -224 + 16x - x^2 \text{ kNm}, \text{ παραβολικό διατμητικό}$$

$$M(0) = -224 \text{ kNm}, M(6) = -164 \text{ kNm} \quad (= M_1 \checkmark)$$

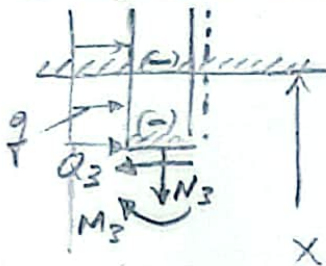
Καμπύλωση  $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -2$ , αρνητική, κοίτη α



Κλίση  $\frac{dM}{dx}\bigg|_0 = Q(0) = 16 \text{ kN} > 0$ ,  $\frac{dM}{dx}\bigg|_6 = Q(6) = 4 \text{ kN} > 0$

Τμήμα ΒΓ,  $6 \leq x \leq 8$

• Με χρήση των  $N_3, Q_3, M_3$  και αναγωγή στην αρνητική διατομή από κάτω (Β→Γ)



$$N(x) = N_3 = 0 \text{ kN}, \text{ μηδενικό διατμητικό}$$

$$Q(x) = Q_3 - (x-6)q = 4 + 12 - qx = 16 - 2x \text{ kN}, \text{ γραμμικό διατμητικό}$$

$$Q(6) = 4 \text{ kN}, Q(8) = 0 \text{ kN}$$

$$M(x) = M_3 + (x-6)Q_3 - \frac{x-6}{2}q(x-6) =$$

$$= -4 + 4x - 24 - 36 - x^2 + 12x =$$

$$= -64 + 16x - x^2 \text{ kNm}, \text{ παραβολικό διατμητικό}$$

$$M(6) = -4 \text{ kNm}, M(8) = 0 \text{ kNm}$$

Καμπύλωση  $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ , αρνητική, κοίτη α



Κλίση  $\frac{dM}{dx}\bigg|_6 = Q(6) = 4 \text{ kN} > 0$ ,  $\frac{dM}{dx}\bigg|_8 = Q(8) = 0 \text{ kN}$

• Επιστροφή, με αναγωγή στη θετική διατομή από πάνω (Γ→Β):

$$N(x) = 0 \text{ kN}$$

$$Q(x) = (8-x)q = 16 - 2x \text{ kN}$$

$$M(x) = -\frac{8-x}{2}(8-x)q = -64 - x^2 + 16x \text{ kNm}$$

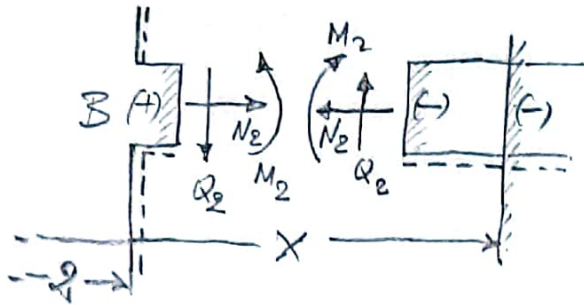
11-52

Τμήμα AB,  $0 \leq x \leq 2$

$N(x) = N_1 = 0 \text{ kN}$ ,  $Q(x) = Q_1 = 0 \text{ kN}$ ,  $M(x) = M_1 = 0 \text{ kNm}$ ,  
μυδενικά διαγράμματα

Τμήμα BE,  $2 \leq x \leq 10$

• Με χρήση των  $N_2$ ,  $Q_2$ ,  $M_2$  και αναγωγή στην αρχική διατομή από αριστερά



$N(x) = N_2 + 0 = N_2 = 0 \text{ kN}$ , μυδενικό διαγράμμα

$Q(x) = Q_2 + 0 = Q_2 = 20 \text{ kN}$ , σταθερό διαγράμμα

$M(x) = M_2 + (x-2)Q_2 = -160 - 40 + 20x =$   
 $= -200 + 20x \text{ kNm}$ , γραμμικό διάγραμμα.

$M(2) = -160 \text{ kNm}$ ,  $M(10) = 0 \text{ kNm}$

• Ευνολότερα, με αναγωγή στην δευτερά διατομή από δεξιά

$N(x) = 0 \text{ kN}$

$Q(x) = +F = 20 \text{ kN}$

$M(x) = -(10-x)F = -200 + 20x \text{ kNm}$

Παρατηρήσεις

Είναι το ίδιο οι παρατηρήσεις; Τμήμα BE,  $0 \leq x \leq 8$  :

$M(x) = M_2 + xQ_2 = -160 + 20x \text{ kNm}$ , γραμμικό διάγραμμα

$M(0) = -160 \text{ kNm}$ ,  $M(8) = 0 \text{ kNm}$

ή με την αρχική στην δευτερά διατομή από τα δεξιά

$M(x) = -(8-x)F = -160 + 20x \text{ kNm}$

$M(0) = -160 \text{ kNm}$ ,  $M(8) = 0 \text{ kNm}$

11-53

Διάγραμμα

