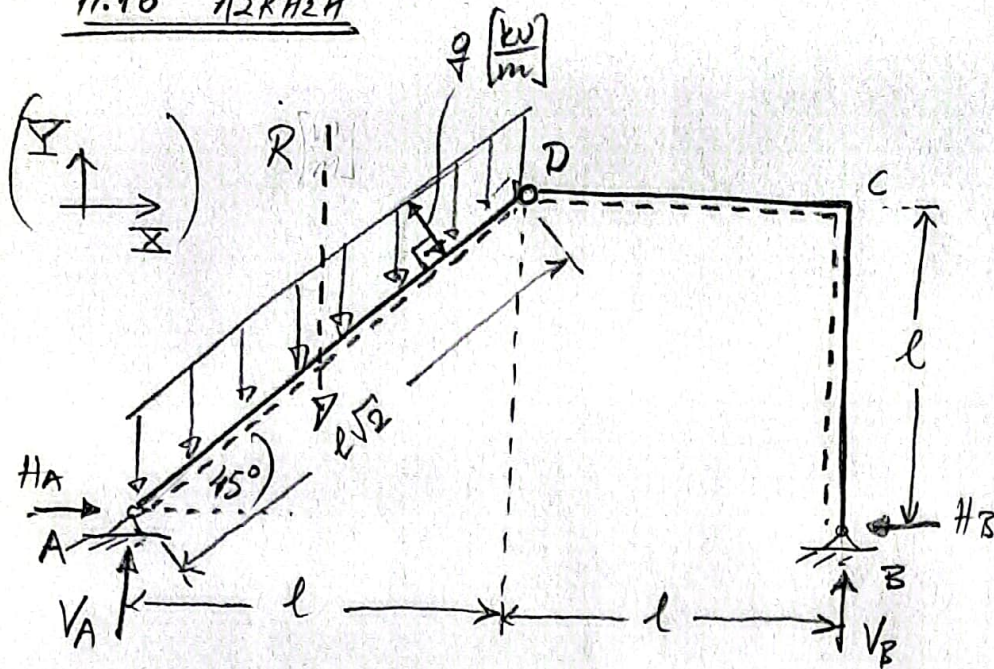


11.16 ΑΣΚΗΣΗ



Να κατασκευασθούν τα διαγράμματα Ν, Q, M του γιγνομένου ελαστικού γόρφα. Διωναι το l και το ομοιομορφα καταμετρημένο γόρφο q σε kN ανά μέτρο (m) μήκος δοκού.

Λύση

• Αντιδράσεις συμπίεσης $R = q \cdot l\sqrt{2}$

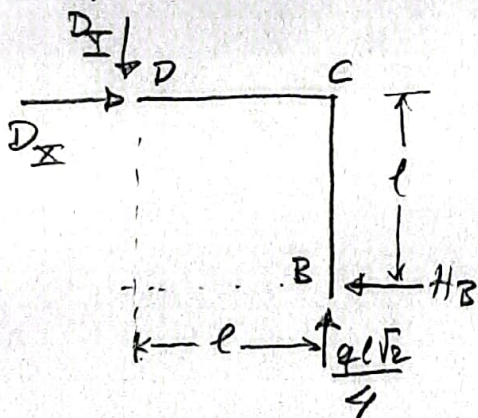
Ισορροπία σε όλον τον γόρφο:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow H_A = H_B$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2l V_B - \frac{l}{2} R = 0 \Rightarrow V_B = \frac{q l \sqrt{2}}{4}$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow V_A = R - V_B = q l \sqrt{2} - \frac{q l \sqrt{2}}{4} \Rightarrow V_A = \frac{3 q l \sqrt{2}}{4}$$

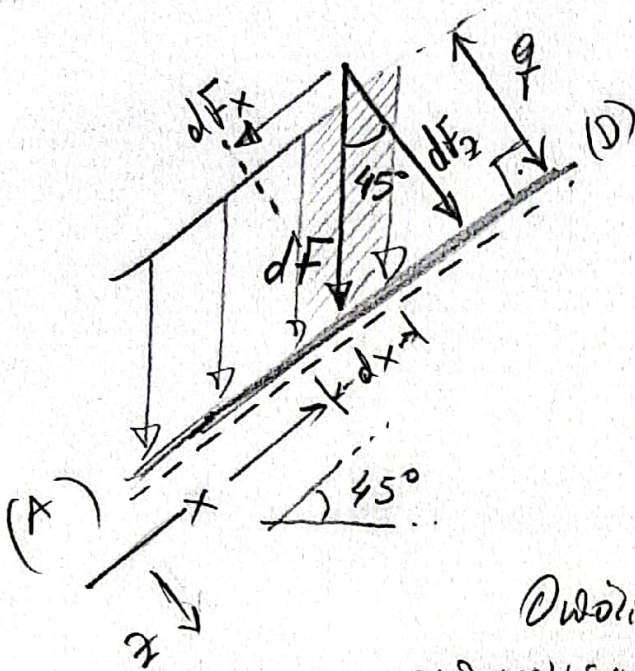
Ισορροπία των γόρφα BCD:



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow H_B - \frac{q l \sqrt{2}}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$H_B = H_A = \frac{q l \sqrt{2}}{4}$$

- Ανάλυση ομοιόμορφα κατατεταμένης φόρτας q , σε δύο ομοιόμορφα κατατεταμένα γόρτια q_x και q_z ανά μέτρο μήκους δοκού για τον υπολογισμό των εσωτερικών συνιστωσών μεγεθών (N, Q, M) στη κεντρική δοκό AD:

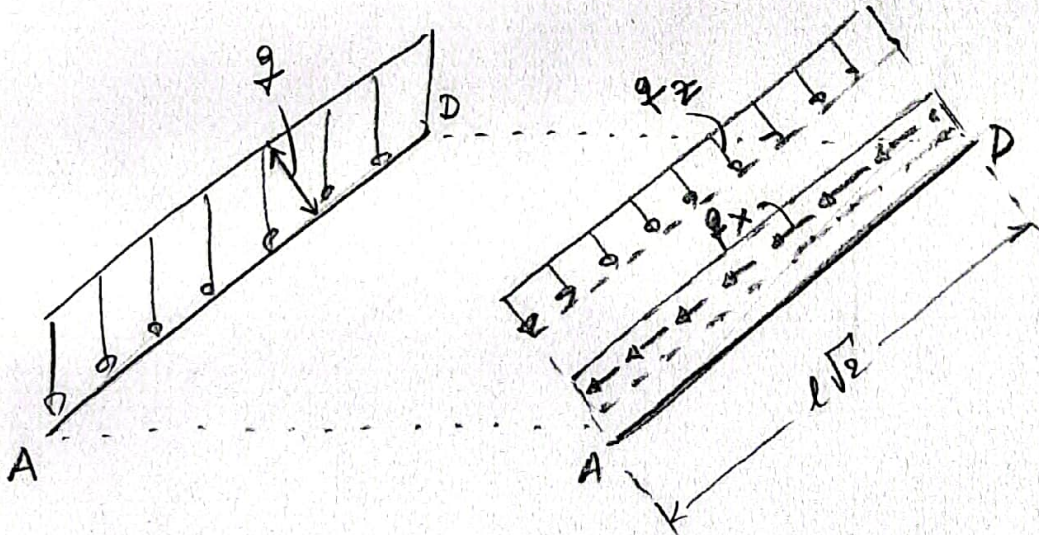


$$dF = q dx$$

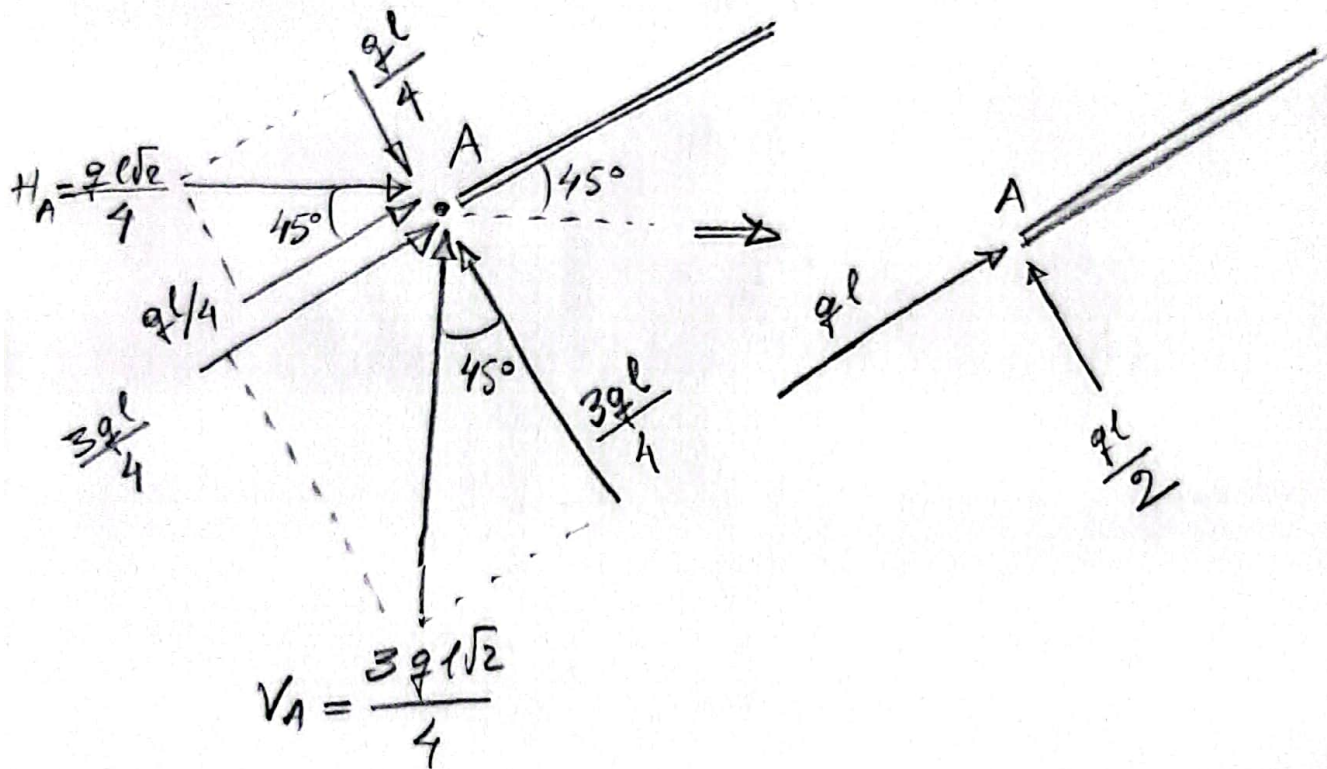
$$dF_x = dF \sin 45^\circ = \underbrace{q \frac{\sqrt{2}}{2}}_{q_x} dx$$

$$dF_z = dF \cos 45^\circ = \underbrace{q \frac{\sqrt{2}}{2}}_{q_z} dx$$

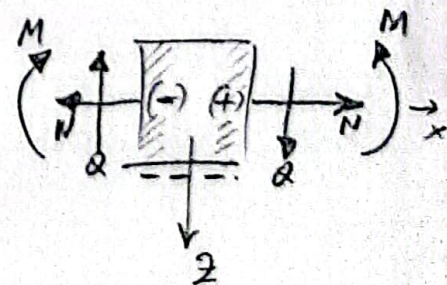
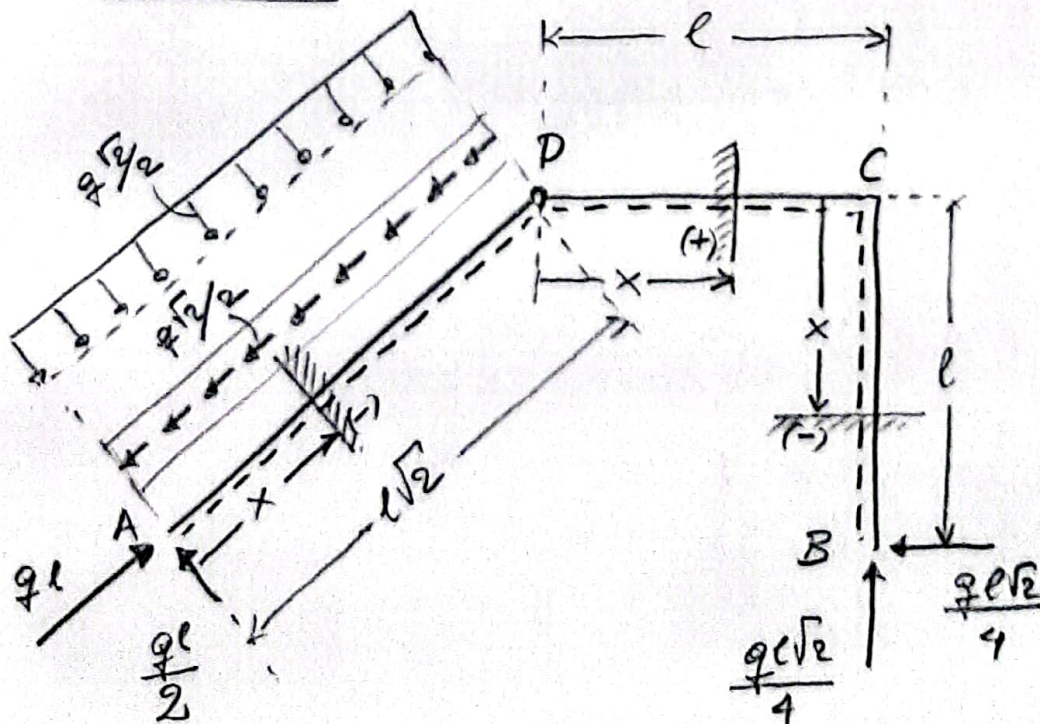
Παράδειγμα: η κεντρική δοκός είναι υποστηρίχτη στην εστία ομοιόμορφα κατατεταμένης φόρτας:



- Αναλύστε τις δυνάμεις στην άρθρωση A, σε αξονική και, και υδρομική ως προς, τη διεύθυνση AD:



- N, Q, M



Τμήμα AD, $0 \leq x \leq l\sqrt{2}$ (αναγνωρίσιν των αρνητικών διατομών από αριστερά)

$$N(x) = -ql + \frac{q\sqrt{2}}{2}x, \text{ γραμμική διαγράμμιση}$$

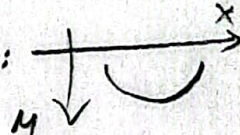
$$N(0) = -ql, \quad N(l\sqrt{2}) = N_0^{\text{αρ}} = 0$$

$$Q(x) = \frac{ql}{2} - \frac{q\sqrt{2}}{2}x, \text{ γραμμική διαγράμμιση}$$

$$Q(0) = \frac{ql}{2}, \quad Q(l\sqrt{2}) = -\frac{ql}{2}, \text{ και } Q(l\frac{\sqrt{2}}{2}) = 0 \text{ (όπου } x=l\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ υπάρχει το } M_{\max}).$$

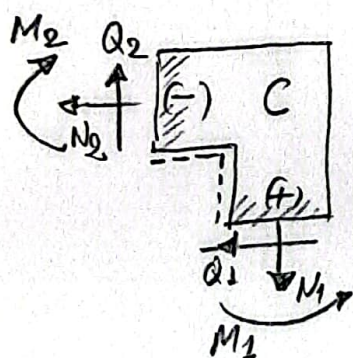
$$M(x) = \frac{ql}{2}x - \frac{x}{2} \frac{q\sqrt{2}}{2}x = \frac{ql}{2}x - \frac{q\sqrt{2}}{4}x^2, \text{ παραβολική διαγράμμιση}$$

$$M(0) = 0, \quad M(l\sqrt{2}) = 0 \text{ (από την D)}, \quad M_{\max} = M(l\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{ql^2\sqrt{2}}{8}$$

Καμπυλότητα $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -\frac{q\sqrt{2}}{2}$, αρνητική, άρα κοίλα: 

Κλίση $\frac{dM}{dx} \Big|_0 = Q(0) = \frac{ql}{2} > 0, \quad \frac{dM}{dx} \Big|_{l\sqrt{2}} = Q(l\sqrt{2}) = -\frac{ql}{2} < 0$

Διαστασίωση C

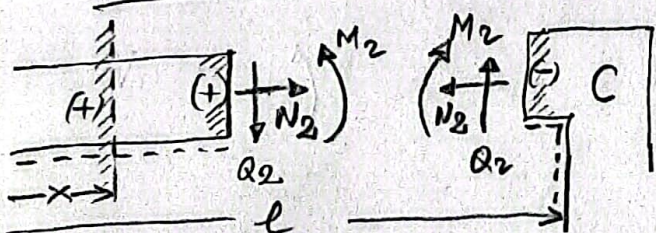


$$N_1 = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}, \quad Q_1 = \frac{ql\sqrt{2}}{4}, \quad M_1 = -\frac{ql^2\sqrt{2}}{4}$$

Ισορροπία στη διαστασίωση:

$$N_2 = -N_1 = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}, \quad Q_2 = Q_1 = \frac{ql\sqrt{2}}{4}, \quad M_2 = -M_1 = \frac{ql^2\sqrt{2}}{4}$$

Τμήμα DC, $0 \leq x \leq l$ (αναγνωρίσιν των θετικών διατομών από δεξιά)



$$N(x) = N_2 = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}, \text{ σταθερή διαγράμμιση}$$

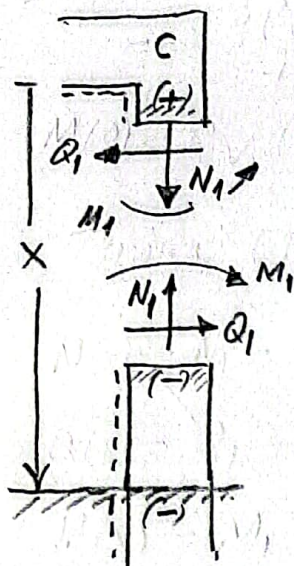
$$Q(x) = Q_2 = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}, \text{ σταθερή διαγράμμιση}$$

$$M(x) = M_2 - (l-x)Q_2 = -\frac{ql^2\sqrt{2}}{4} + (l-x)\frac{ql\sqrt{2}}{4} = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}x, \text{ γραμμική διαγράμμιση}$$

$$M(0) = 0, \quad M(l) = -\frac{ql^2\sqrt{2}}{4}$$

11-46

Τμήμα CB, $0 \leq x \leq l$ (αναζητάμε την απάντηση διαγράμμις με αρχή της)



$$N(x) = N_1 = -\frac{ql\sqrt{2}}{4}, \text{ σταθερό διαγράμμις}$$

$$Q(x) = Q_1 = \frac{ql\sqrt{2}}{4}, \text{ σταθερό διαγράμμις}$$

$$M(x) = M_1 + xQ_1 = -\frac{ql^2\sqrt{2}}{4} + \frac{ql\sqrt{2}}{4}x, \text{ γραμμικό διαγράμμις}$$

$$M(0) = -\frac{ql^2\sqrt{2}}{4}, M(l) = 0 \text{ (απόσταση B)}$$

Διαγράμμιση

